한국정밀공학회 2006년도 춘계학술대회논문집 pp. 127~128 KSPE 06S080

# 일정 스켈럽 높이 공구경로와 축지평행선의 관계

김태정*(단국대학교 기계공학과)

# Constant Scallop Height Tool Paths and Geodesic Parallels

Taejung Kim (Dept. of Mech. Eng., Dankook University)

**ABSTRACT**

We introduce a novel approach for generating constant scallop height tool paths. We derive a Riemannian metric tensor from curvature tensors of a part surface and a tool surface. Then, we construct geodesic parallels from the newly constructed metric. Those geodesic parallels constitute an asymptotically-correct family of constant scallop height tool paths.

**Key Words** : Constant scallop height(일정 스켈럽 높이), CNC Tool Paths(컴퓨터 수치제어 공구 경로), Geodesics(축지선), Geodesic Parallels(축지평행선)

## 1. 서론

자유곡면(free-form surface)은 다양한 소비재의 외곽을 형성한다. 터빈 블레이드와 같이 그 기능 요건을 만족하기 위해서 외곽이 자유곡면으로 설계되어야만 하는 부품들도 다수 존재한다. 소비재 외곽을 위한 거푸집이나 부품 자체를 효과적으로 생산하기 위해서 CAD/CAM 소프트웨어 도구를 이용하여 밀링 공구경로를 생성하는 과정이 필수적이다. 공구경로는 가공된 면상에 남아있게 되는 스켈럽을 고려하여 생성되어야 한다. 자유곡면의 곡률과 공구의 곡률이 일치하지 않기 때문에 가공된 곡면에 스켈럽이 생기는 것을 완전히 방지하기는 어렵다. Fig. 1은 구형 공구를 사용한 경우에 생성되는 스켈럽을 보여준다. 통상, 스켈럽을 일정 높이 이하로 제한하며, 연삭기로 수작업을 하여 스켈럽을 제거함으로 곡면을 마무리한다.

원하는 정밀도를 유지하면서 가공 경로의 길이를 줄이기 위해 스켈럽 높이를 일정하게 유지하는 방안이 Suresh and Yang[1]에 의해 제안된 이후 널리 받아들여 지고 있다. 위 방안의 몇몇 변형이 존재하나 개념적으로는 모두 동일하다. 즉, 다음의 간단한 과정을 따른다:

(1) 곡면 상에 한 곡선을 임의로 정하고 이를 원곡선(seed curve)이라 한다.
(2) 선택된 원곡선 상에 '충분한' 수의 점을 선택한다.
(3) 선택된 점에서 각기 '적합한' 측방 이동길이 $w_o$를 계산하고 원곡선에 수직인 방향의 곡면상의 축지선을 따라 이동길이만큼 떨어진 곳을 표시한다.
(4) 표시된 점들을 연결하여 새로운 곡선을 형성하고 이 곡선을 원곡선으로 설정하여 다음 곡선을 찾는 과정을 반복한다.

위의 제 3 단계에서 측방 이동거리 $w_o$는 Fig. 2와 같이 공구경로에 수직인 평면 상의 기하적 조건에서 찾아지며 곡면의 곡률에 의존한다.

하지만, 위와 같이 생성된 경로는 일정 스켈럽 높이 조건을 만족하지 않는다는 것이 최근 Yoon[2]과 Feng[3]에 의해 암시적으로 지적된 바 있다. 이 지적

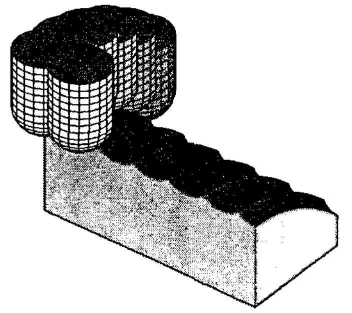

Fig. 1 Scallops

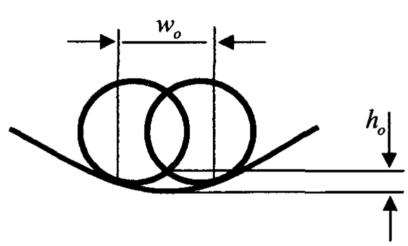



Fig. 2 Side Steps by Suresh and Yang

을 좀더 명확히 표현하면 다음과 같다. Suresh and Yang의 방식을 따라 각주 높이를 $h_o$로 유지하도록 의도하여 생성된 공구경로에 의해 가공곡면 상의 점 $p$에 발생한 각주의 높이를 $H(p)$라 할 때, 다음의 양,

$$\max_p |H(p) - h_o| / h_o$$

을 比差라 하자. 이 비차가 의도된 각주 높이 $h_o$가 0에 수렴하더라도 소멸되지 않는다는 것이 본 저자가 해석하는 상기 저자들의 비판의 핵심이다.

Feng은 위와 같은 문제점을 곡면상의 이동거리를 찾는 대신 3차원 공간 상에서 공구의 이동을 직접 고려하는 방식으로 해결하였다. 본 저자는 Feng과 다르게 측방 이동 방향을 곡면상에서 조절함으로써 문제를 해결하는 방법을 다음 장에 소개한다. 원하는 측방 이동 방향이 공구 경로에 수직이 되도록 리만 메트릭을 정의하는 것이 제안하는 방법의 핵심이다.

## 2. 리만 메트릭의 구성에 의한 해법

대상 가공곡면이 다음과 같은 매개변수 형식으로 주어져 있다고 하자.

$$(u, v) \to \mathbf{r}(u, v)$$

절삭 과정 동안 공구와 가공 곡면은 서로 접한다. 이 접점의 궤적을 CC-경로 또는 공구경로라 한다. 곡면 상의 점 $\mathbf{q} = \mathbf{r}(u_o, v_o)$에 공구가 곡면과 접하는 순간을 생각한다. 이 때, 곡면 상의 점 $\mathbf{r}(u,v)$에서 곡면에 수직인 방향을 따라 측정된 공구까지의 직선거리를 $\mathbf{q}$에 위치한 공구의 $\mathbf{r}(u,v)$에서의 높이라 하고 $h^{\mathbf{q}}(u,v)$로 표시하자. 가공곡면과 공구가 접촉점 근처에서 충분히 부드럽다고 한다면 테일러 전개에 의해 다음과 같은 꼴의 근사식이 성립한다:

$$\begin{aligned} h^{\mathbf{q}}(u,v) &= h_{11}(u_o, v_o) \cdot (u - u_o)^2 \\ &+ 2h_{12}(u_o, v_o) \cdot (u - u_o)(v - v_o) \\ &+ h_{22}(u_o, v_o) \cdot (v - v_o)^2 + O(3) \end{aligned}$$

여기서, $h_{ij}$ 들은 가공곡면상의 부드러운 함수이며 과삭방지(gouging-free) 조건으로부터 다음의 양의 한정성(positive definiteness)을 만족하여야 한다:

$$h_{11} \cdot h_{22} - h_{12}^2 \geq 0 \text{ and } h_{11} \geq 0 .$$

위와 같은 설정 하에서, 본 저자가 제안하는 방법은 미분기하학에 대한 지식을 가지고 있는 독자에게 매우 쉽게 제시될 수 있다:

(1) 위의 함수 $h_{ij}$ 들을 리만 메트릭(metric) 텐서로 설정하여 새로운 리만 다양체 $(S, h_{ij})$를 정의한다.

(2) 가공 곡면 $S$ 상에 원곡선을 설정한다.

(3) 새로 정의된 리만 다양체 $(S, h_{ij})$ 상에 원곡선으로 부터 생성되는 측지평행선(geodesic parallels) 중에서 원곡선으로부터의 거리가 $2n\sqrt{h_o}$ $(n = 1, 2, \cdots)$인 것들을 공구경로로 채택한다.

리만 메트릭을 설정한다는 것은 곡면상의 곡선 $\mathbf{r}(u(t), v(t))$의 길이를 다음과 같은 방법으로 측정하겠다는 것을 의미한다:

$$\int \sqrt{h_{11}\dot{u}^2 + 2h_{12}\dot{u}\dot{v} + h_{22}\dot{v}^2} \cdot dt .$$

한 곡선 $C_0$의 측지평행선은 위와 같은 방식으로 거리를 측정할 때 모든 점에서 $C_0$로 부터의 최단거리가 일정한 곡선이다. 측지 평행선은 평면의 경우 오프셋(offset) 곡선에 해당한다. 측지 평행선을 찾는 방법은 미분기하학 교과서에 잘 정리되어 있다.[4, 5] 여기서 사용된 리만 메트릭은 곡면 $S$가 속한 유클리드 공간에서 유도된 제 1 기본형이 아니라 높이함수 $h^{\mathbf{q}}(u,v)$에서 유도 된다는 사실에 주의하기 바란다. 또한, 메트릭 텐서의 특이점 근처에서는 테일러 전개에 의한 근사식이 성립하지 않으므로 특이점을 제외한 지역에서만 제안된 방법을 적용해야 함을 밝힌다.

## 3. 결론

가공곡면과 공구곡면의 곡률 텐서로부터 리만 메트릭을 유도하여 리만 다양체를 정의하고, 그 리만 다양체의 측지평행선을 공구경로로 채택함으로써 일정스켈럽높이 공구경로를 생성하는 방법을 소개하였다.

## 참고문헌


1. Suresh, K. and Yang DCH., ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 116, pp. 253-259, 1994.
2. Yoon, J-H, Preprint of KIAS, No. M04011, submitted to International Journal of Production Research, 2005.
3. Feng, H-Y and Li, H., CAD, 34, pp. 647-654, 2002.
4. Frankel, T., The Geometry of Physics, Cambridge University Press, Nov 2003.
5. Kreyszig, E., Differential Geometry, Dover Publications, June 1991.