

IMC-PID 제어기의 최적 동조

박종수*, 임동균**, 서병설***
 "한양대학교 전기공학과"
 e-mail:pajs2002@ihanyang.ac.kr

An Optimum Tuning for IMC-PID Controller

Jong-Su Park, Dong-Kyun Lim, and Byung-Suhl Suh
 "Dept of Electrical Engineering, Hanyang University"

요 약

This paper proposes an optimum tuning which improves the tuning effect of IMC-PID and guarantees the performance and robustness of controller system by considering gain margin, phase margin, sensitivity functions and integral square error(ISE) for IMC-PID controller.

I. 서 론

IMC-PID설계에 있어서의 주요한 과제는 성능과 안정도를 보장할 수 있는 제어기의 설계 변수 값을 적절히 선정하는 것이라 할 수 있다.

본 논문에서는 임계 이득 일치에 의한 시스템 식별 방법을 사용하여 모델의 변수 값들을 설정하였고, IMC-PID 제어기의 동조방법으로 감도함수($|S|_\infty$)와 설계변수사이의 관계를 수학적으로 유도하였고 적분제곱오차(JISE)를 고려하여 설계변수값을 선정함으로써 제어기의 성능과 강인성을 모두 절충하고자 한다.

II. 시스템 식별

제어기기의 최적화를 위해서는 제어 알고리즘의 개선이나 동조 방법들에 대한 연구가 있을 수 있다. 본 논문에서는 시스템 식별 방법으로써 폐루프(closed loop)에서 제어기기의 비레모드(mode)만을 동작시켜서 응답곡선(response curve)의 실험 data를 얻고, 이로부터 추정모델 함수인 1차 전달함수의 변수들을 결정하여 주는 관계식을 유도하여 PID 알고리즘 변수들의 값을 최적화 할 수 있는 방법이다. 시스템 응답 data로부터 얻은 폐루프 전달함수는 식 (1)과 같다.^[2]

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{Ke^{-ds}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1} \quad (1), \quad K = \frac{c_\infty}{A} \quad (2)$$

$$H = \frac{1}{3} \left[\frac{c_{p1} - c_\infty}{c_\infty} + \frac{c_\infty - c_{m1}}{c_{p1} - c_\infty} + \frac{c_{p2} - c_\infty}{c_\infty - c_{m1}} \right] \quad (3)$$

$$\zeta = -\frac{\ln(H)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(H)}} \quad (4), \quad \tau = \frac{(t_{m1} - t_{p1})\sqrt{1 - \zeta^2}}{\pi} \quad (5)$$

$$d = 2t_{p1} - t_{m1} \quad (6), \quad c_\infty = \frac{c_{p1}c_{p2} - c_{m1}^2}{c_{p1} + c_{p2} - 2c_{m1}} \quad (7)$$

식 (1)로부터 위상 교차 주파수 ω_u 는 식 (8)을 만족한다.

$$-d\omega_u - \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta\tau\omega_u}{\sqrt{1 - \tau^2\omega_u^2}} \right) = -\pi \quad (8)$$

그리고, 위상 주파수 ω_u 일 때 이득은 식(9)와 같이 구할 수 있다.

$$G_d(i\omega_u) = \frac{K}{\sqrt{(1 - \tau^2\omega_u^2)^2 + (2\zeta\tau\omega_u)^2}} \quad (9)$$

식 (9)는 이득 여유의 역수이다.

$$G_m(s) = \frac{K_m}{\tau_m s + 1} e^{-d_m s} \quad (10)$$

에서 $K_{cu} = K_c GM$ 이므로

$$\tau_m = \frac{1}{\omega_u} \sqrt{K_{cu}^2 K_m^2 - 1} \quad (11)$$

$$d_m = \frac{1}{\omega_u} [\pi - \tan^{-1}(\tau_m \omega_u)] \quad (12)$$

$$K_m = \frac{c_\infty}{Kc(A - c_\infty)} \quad (13)$$

III. IMC-PID 제어기 설계

1. IMC-PID 제어기의 구조와 설계

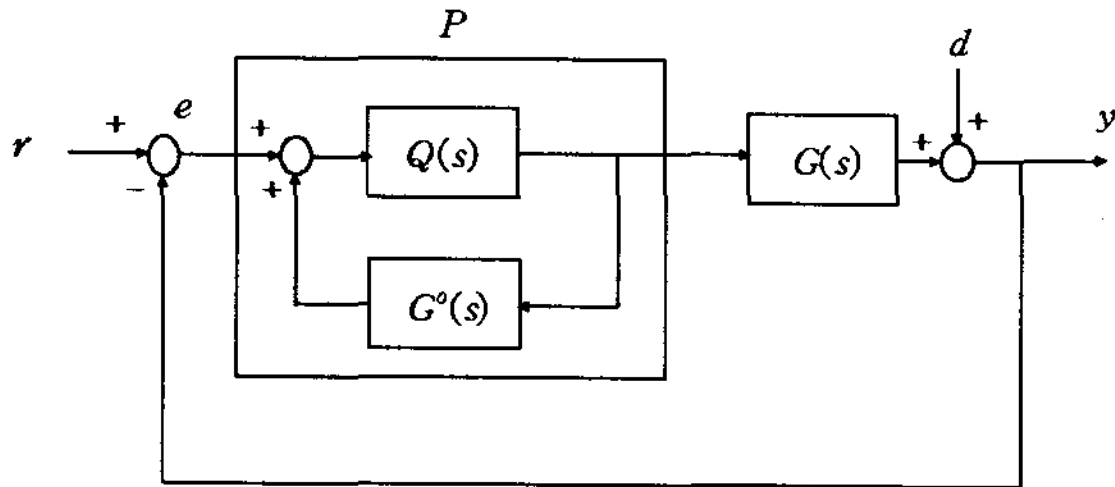


그림 1. 일반적인 IMC-PID 제어기 구조

G : 제어 대상 플랜트 G^o : 플랜트의 모델
 $Q = Q^o F$ F : 강인성 필터

$Q^o: G = G^o$ 라는 가정 하에 설계된 공칭 제어기
 $G^o(s) = G_m^o G_{nm}^o$ (G_m^o 은 최소 위상, G_{nm}^o 은 크기는 1인 비최소 위상)

일반적인 IMC-PID의 구조는 그림 1과 같이 시간지연 항을 포함한 1차 모델을 공칭 모델로 사용하는 것이고, 제어기의 전달 함수와 설계변수는 식 (14),(15),(16),(17),(18)과 같다.^{[1],[3]}

$$P(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d s}{N}} \right) \quad (14)$$

$$T_i = \tau_m + \frac{d_m}{2} - \frac{T_F d_m}{2(T_F + d_m)} \quad (15)$$

$$T_d = \frac{\tau_m d_m}{2 T_i} - \frac{T_F d_m}{2(T_F + d_m)} \quad (16)$$

$$K_p = \frac{T_i}{K_m (d_m + T_F)} \quad (17), \quad N = \frac{2 T_d (T_F + d_m)}{T_F d_m} \quad (18)$$

위 식으로부터 IMC-PID 제어기의 설계변수는 T_F 이고 이 값을 선정하면 IMC-PID 제어기가 설계되는 것이다.

2. 강인성과 성능의 측정

2.1 강인성의 측정

이 논문에서는 강인성의 측정을 위해 $|S|_\infty$ (감도함수)를 모델링 오차가 없다는 가정하에 모델의 시간 지연 부분을 1차 파데 근사하여 수학적으로 유도함으로 강인성을 보장할 수 있는 T_F 값을 선정한다. 모델링 오차가 없다는 가정에 의해 식 (19)가 성립하고 시간 지연의 1차파데 근사한 결과를 식 (20)로 하여 감도함수를 유도하는데

적용한다.

$$G(s) \simeq G^o(s) = G_m^o(s) G_{nm}^o(s) = \frac{K_m}{\tau_m s + 1} e^{-d_m s} \quad (19)$$

$$G(s) \simeq \tilde{G}(s) = \frac{K_m (1 - 0.5 d_m s)}{\tau_m s + 1 (1 + 0.5 d_m s)} \quad (20)$$

감도 함수 $S(s)$ 는 식 (21)로 나타난다.^[5]

$$S(s) = \frac{1}{1 + P(s)G(s)} \simeq \frac{1}{1 + P(s)\tilde{G}(s)} = \frac{s^2 + cs}{s^2 + as + b} \quad (21)$$

여기에 $s = jw$ 을 대입하면 그 크기는 다음 식 (22)와 같고 감도함수를 최대로 하는 최대 공진 주파수 w_{rs} 식(23))으로 부터 부터 얻어진다.

$$|S(jw)| = \frac{\sqrt{w^4 + c^2 w^2}}{\sqrt{(b - w^2)^2 + a^2 w^2}} \quad (22)$$

$$\frac{d|S(jw_{rs})|}{dw} = \frac{(2w_{rs}^3 + c^2 w_{rs}) \sqrt{(w_{rs}^2 - b)^2 + a^2 w_{rs}^2}}{\sqrt{w_{rs}^4 + c^2 w_{rs}^2}} + \frac{(2w_{rs}(b - w_{rs}^2) - a^2 w_{rs}) \sqrt{w_{rs}^4 + c^2 w_{rs}^2}}{\sqrt{(b - w_{rs}^2)^2 + a^2 w_{rs}^2}} = 0 \quad (23)$$

식(23)을 만족하는 공진주파수 w_{rs} 는 식 (24)와 같고, 유도된 w_{rs} 를 식(22)에 대입하면 감도함수의 최대값 식(25)를 구할 수 있다.

$$w_{rs} = \sqrt{\frac{-b^2 - \sqrt{b^4 - (a^2 - 2b - c^2)c^2 b^2}}{a^2 - 2b - c^2}} \quad (24)$$

$$|S|_\infty = \frac{\sqrt{w_{rs}^4 + c^2 w_{rs}^2}}{\sqrt{(b - w_{rs}^2)^2 + a^2 w_{rs}^2}} \quad (25)$$

$$a = \frac{d_m + 2T_F}{d_m T_F} \quad (26), \quad b = \frac{2}{d_m T_F} \quad (27), \quad c = \frac{2(d_m + T_F)}{d_m T_F} \quad (28)$$

2.2 성능 측정

시스템의 성능을 측정하기 위한 가격함수로 적분제곱오차(ISE)를 사용한다.

$$J_{ISE} = \int_0^\infty (r(t) - y(t))^2 dt \quad (29)$$

여기서 J_{ISE} 는 변수 T_F 에 대한 함수로 나타낼 수 있으므로 적절한 T_F 를 선정하여 원하는 설계사양을 만족시킬 수 있다. 제어 성능의 관점에서, J_{ISE} 는 시스템의 오차를 나타내므로, 변수 T_F 는 J_{ISE} 를 최소화하는 값으로 선택되어야 한다. 그러나, 본 논문에서는 응답 성능과 강인성을 절충하는 값으로 선택한다.

2.3 Filter Parameter T_F 의 결정

감도함수 $|S|_\infty$ 와 적분제곱오차ISE는 모두 T_F 에 대한 함수이다. T_F 가 증가할 때 J_{ISE} 도 증가하여 시스템의 응답시

간이 증가하는 반면, $|S|_{\infty}$ 는 감소하게 되어 안정도는 더 좋아지게 된다. 그러므로 식((30)을 이용하여 $|S|_{\infty}$ 와 J_{ISE} 를 trade-off하는 것이 필요하다.^[4]

$$\min_{T_F} (|S|_{\infty} + \gamma J_{ISE}) : \quad \gamma \text{ weighting factor} \quad (30)$$

IV. 실험

본 논문에서는 큰 지연 시간을 갖는 시스템으로 Yuwana-Seborg(1982)^[5], Chen(1989)^[6], Ziegler-Nichols^[7]등에 의해 시뮬레이션 상 서로의 우수성을 입증하기 위해 사용된 시스템을 선정하였다.

$$G_p(s) = \frac{e^{-3s}}{(s+1)^2(2s+1)} \quad (31)$$

식(11,12,13)으로부터 계산된 추정모델의 변수값은 표 1과 같고, 모델 변수에 따른 모델 루프와 실제 루프와의 차이를 그림 2-(1)에서 비교한결과 모델 루프의 응답이 실제 루프 응답을 잘 추종하는 것으로 나타났다. 그림 2-(2)에서는 시스템의 안정도를 보장할 수 있는 감도함수 $|S|_{\infty}$ 와 성능을 나타내는 적분제곱오차 J_{ISE} , 그림 2-(3)에서는 trade-off를 구하기 위한 값을 T_F 에 대하여 각각 그래프로 나타내었다.

그림 2-(2,3)의 결과에 따라 $|S|_{\infty} + J_{ISE}$ 를 최소로 하는 T_F 값은 1.95가 됨을 알 수 있다. 여기서 γ 는 가중치 인자(weighting factor)로서 설계자가 원하는 결과값에 따라서 조절할 수 있다.(본 논문에서는 γ 를 0.22로 하였다.) 그림 2-(4)는 T_F 가 1.95일때 시스템의 스텝응답을 다른 제어기 설계 방법의 스텝 응답과 비교한 것으로, 빠른 상승시간을 유지할 뿐만아니라 가장 작은 overshoot와 가장 빠른 정착 시간을 보임을 알 수 있다. 그림 2-(5)는 실제플랜트와 모델과의 주파수 응답, 그림 2-(6)은 다른 동조방법들과의 주파수 응답을 비교하여 각각 나타내었다. 모델의 응답이 플랜트의 응답을 완전 추종하며, 다른 동조방법들과 같이 뛰어난 안정도를 보이는 것으로 나타났다.

표 1. 시스템의 모델 변수

추정모델변수	K_m	τ_m	d_m
크 기	1.0	2.89	4.49

표 2. 시간 영역 응답의 비교

성능지수 동조방법	Overshoot (%)	Rising Time(sec)	Settling Time(sec)
Proposed	7.54	4.30	22.6
M-Z	12.99	4.91	25.3
Z-N	9.41	2.76	27.1

표 3. 주파수 영역 응답의 비교

성능 지수 동조방법	Gain Margin (dimensionless)	Phase Margin(°)
Proposed	2.14	63.31
M-Z	2.35	56.00
Z-N	1.66	76.05

V. 결론

본 논문에서는 IMC-PID 제어기의 설계 사양에 부합되는 시스템 식별 과정과 설계 인자의 동조 방법에 대해서 설명하였다. IMC-PID 제어기의 동조를 위해 감도 함수를 수학적 근거에 의해 유도함으로써 시스템의 강인성을 보장하였고, 적절한 가중치 인자(γ)를 선택함으로써 설계자가 공정 변화 및 모델오차에 대한 제어계의 강인성(robustness)과 제어성능(control system performance)사이의 절충(trade-off)을 택할 수 있다는데 그 의의가 있다.

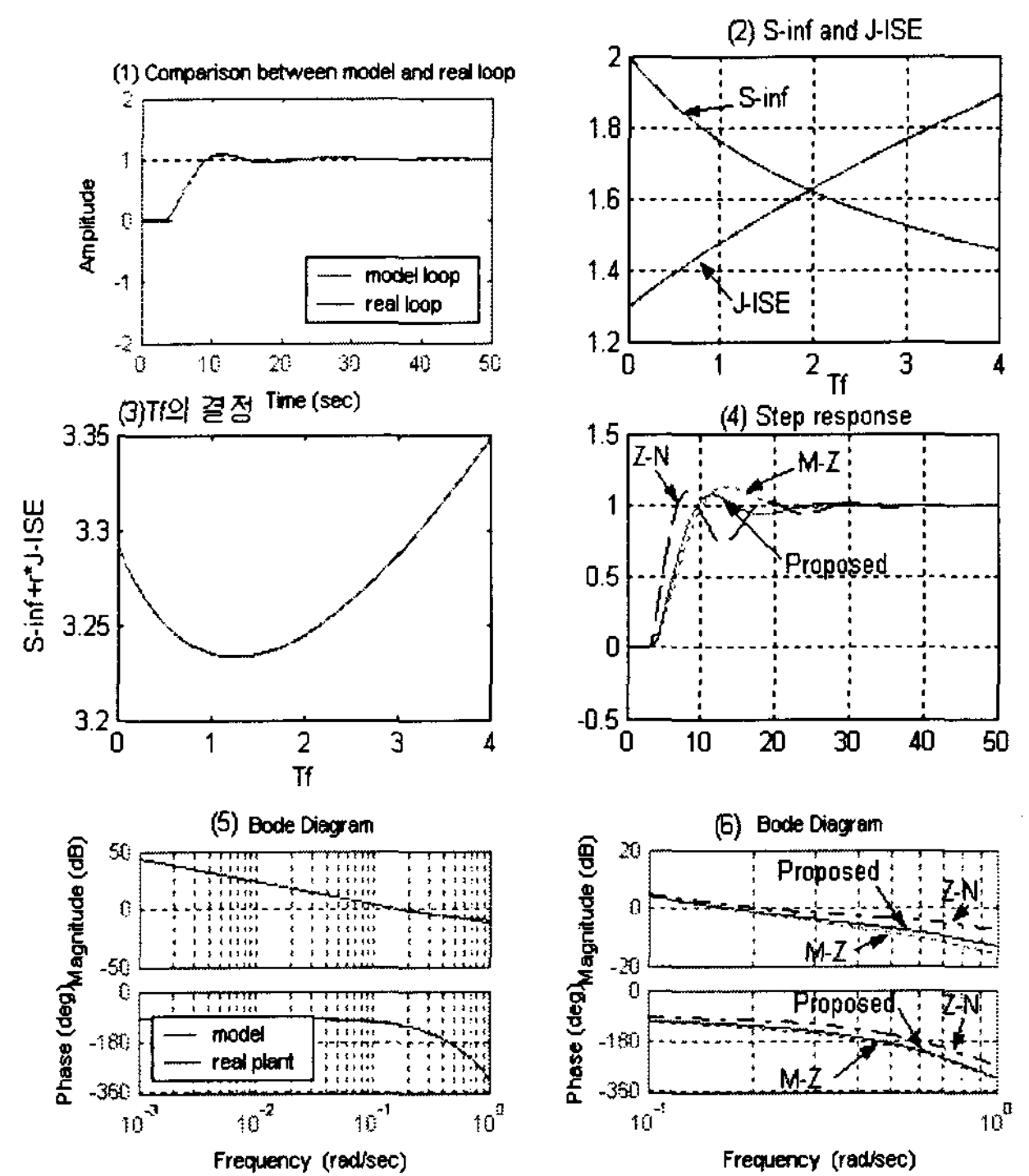


그림 2. Simulation

참고문헌

[1] M. Morari and E. Zafiriou, "Robust Process control", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ. 1989.
 [2] 임동균, "시스템 식별조절인자와 루프형성기법을 이용한 IMC-PID 제어기 동조", 한양대학교, December 2000.

- [3] C. Maffezzoni and P. Rocco, "Robust Tuning of PID Regulators Based on Step-Response Identification," *European Journal of Control*, Vol3, no2, pp. 125-136, Mar 1997.
- [4] Kang Liu, Tadaaki Shimizu, Makoto Inagaki, and Akira Ohkawa, "New Tuning Method for IMC Controller", *Journal of Chemical Engineering of Japan*, Vol. 31, No. 3, pp. 320-324, 1998.
- [5] Minta Yuwana, Dale E. Seborg, "A new method for on-line controller tuning", *AICHE Journal*, 1982.
- [6] C. L. Chen, " A Simple Method for On-Line Identification and Controller Tuning", *Journal of AIChE*, Vol.35, no.12, pp.2037-2039, Dec 1989.
- [7] J. G. Ziegler and N. B. Nichols, "Optimum Settings for Automatic Controllers," *Trans. ASME*, Vol. 64, pp. 759-768, 1942