

유체의 속도와 압력을 고려한 석유화학 플랜트 배관계의 진동특성에 대한 연구

A Study on Vibrational Characteristics of Piping Systems in Petrochemical Plants
Considering the Fluid Velocity and Pressure

김경훈† · 김정훈* · 최명진**

Kyoung Hoon Kim, Jeong Hoon Kim, Myung Jin Choi

Key Words : Natural frequency (고유 진동수), Initial tension (초기 인장력), Free vibration (자유 진동), The equation of motion (운동 방정식), Flow velocity (유체의 속도), Curved pipes (굴곡 파이프), Piping systems in petrochemical plants (석유화학 플랜트 배관계), Equilibrium (평형상태), Initially deformed state (초기 변형 상태), Internal pipe pressure (파이프 내압)

ABSTRACT

This paper consider an initially deformed state caused by the pressurized fluid flowing through the pipe at a constant velocity. When the initial force is neglected in curved pipes, the natural frequencies are reduced as flow velocity increases. However, when the initial tension took into account, the natural frequencies are not changed with the change of the flow velocity. As the internal pipe pressure is increased, the natural frequencies are also slightly increased. In free vibrational simulation of piping systems in petrochemical plants, it is necessary to calculate the initial state force due to the velocity and the pressure of the fluid flow from the equilibrium first, then the force should be included in the equation of motion of the systems to get more accurate natural frequencies. In this study, calculate the mass matrix and stiffness matrix of piping system by MATLAB

1. 서 론

석유화학 플랜트의 배관계(Piping systems in petrochemical plants)는 배관내의 작동유체를 필요한 압력조건 및 온도로 유지하면서 운송시키는 매우 중요한 역할을 담당하고 있다. 비단 석유화학 플랜트 뿐만 아니라 해양구조물 또는 원자로 배관 및 LNG수송용 선박에서도 배관계의 중요성은 날이 갈수록 커지고 있는 추세이다. 따라서 이러한 배관계를 설계할 경우 가장 우선시 되어야 하는 점이 안전성을 고려한 설계라고 할 수 있겠다. 플랜트 현장에 설치된 배관계에

있어서 가장 빈번하게 발생하는 문제로서 배관 진동 문제가 있다. 배관 진동은 배관을 지지하고 있는 구조물을 과도하게 흔들리게 하며 배관 자체의 진동으로 인하여 연결된 기기를 불안정하게 만들고 결국 피로파괴에 의하여 예상치 못한 배관계의 파손을 가져올 수 있다. 플랜트 현장에서 발생하는 배관계의 진동은 진동발생인자에 따라서 몇 가지로 나눌 수 있다. 펌프 및 왕복동 압축기와 같은 회전기기로 구성되는 배관계에서 기기의 작동 특성상 진동을 발생시키는 인자를 포함하는 배관계의 진동이 있으며 유체의 균일한 혼합을 위한 분출계(Injection flow)에 의한 진동, 이상유체유동(Two phase fluid flow)에 의한 진동, 그리고 지진이나 바람과 같은 배관계의 외부인자에 의해 발생하는 배관 진동이 있다. (1)

내부유체가 직선 파이프에서와는 달리 굴곡 파이프 내부에서 흐를 때에는 굴곡부에 유체 속도와 압력에 의한 힘이 전달되고, 압력의 연성에 의한 축방향으로의 힘이 전달되어

† 경희대학교 대학원 기계공학과
E-mail : redcharisma@empal.com
Tel: (031) 201- 2888, HP: 019-585-6750

* 경희대학교 대학원 기계공학과

** 경희대학교 테크노공학대학

진다. 본 논문에서는 앞에서 언급한 진동발생인자에 대한 지금까지 연구된 가진 함수의 정리와 함께 배관계의 동적 해석 시 소홀히 다루어졌던 초기 변형 상태(Initially deformed state)의 힘과 파이프내부의 압력에 의한 연성을 고려한 진동특성 해석을 연구하였다. 특히 진동특성 해석전에 정적해석을 통해 이와 같은 힘을 운동방정식에 추가하여 유한요소법(Finite element method)에 의해 진동특성해석을 수행함으로써 내부유체의 속도와 압력에 따른 고유진동수(Natural frequency)의 변화를 고찰하였으며 이런 초기상태의 힘이 배관계의 진동특성에 어떠한 영향을 미치는 가를 알아보았다.

배관작동 시에 변화를 줄 수 있는 배관계의 특성 중 파이프의 기하학적 형상은 고정시켜 해석하였다. 또한 배관계의 형상은 실제로 단순한 2차원적 모델 형상을 갖고 있는 것이 아니라 여러 개의 엘보(Elbow)로 구성되어있는 복잡한 계이므로 보는 각 절점 당 6개의 자유도를 가지는 일반적인 Euler 보를 선택하였다. 엘보 부분은 직선 파이프가 서로 맞물려 있다는 가정 하에 엘보의 길이는 직선파이프에 비해서 그 길이가 작다고 생각하였고, 강체(Rigid body)라고 가정하여 엘보의 굽힘 특성은 고려하지 않고 해석의 단순함을 기했다. 파이프내의 유체는 파이프 내에서 완전히 팽창되고, 유체는 비압축성(Incompressible)이라는 가정 하에 유체 점성에 의한 압력강하와 난류유동(Turbulent flow), 중력의 영향과 파이프재료의 구조 댐핑(Damping) 및 전단력에 의한 변형을 무시하였다. (2)

2. 배관계의 진동 특성

2.1 가진 함수의 수학적 모델링

(1) 기기 작동에 의한 가진

배관계를 구성하는 기기들 가운데 펌프, 터빈과 같은 회전기는 작동특성상 진동인자가 내재하고 있다. 일반 회전기기의 경우, 구동축의 회전운동 의해서 배관계에 전달되는 가진력의 크기 및 방향의 변화는 일반적으로 아래와 같이 조화함수로 표현된다. (9)

$$F(t) = A + B\cos(\omega t + Q) \quad (1)$$

여기서,

$F(t)$: 시간에 따른 가진력의 크기

A : 평균 하중

B : 최대, 최소하중과 평균하중의 차이

ω : 가진 각 진동수 (rad/sec)

Q : 위상각 (rad)

t : 시간 (sec)

또한 왕복동 기기에서 내연 엔진기관의 작동에 의한 가진 진동수는 아래의 식으로 표현하며, 통상 배관계의 고유 진동수를 4번째의 가진 진동수 보다 크게 하여, 공진범위를 벗어나도록 설계기준을 적용한다. (16)

$$\begin{aligned} fn > 4 ff_1 &= 4 \left(\frac{RPM}{60} \right) (N_c) (F_c) \\ &= 0.07 (RPM) (N_c) (F_c) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,

RPM : 최대 엔진 속도 (revolutions per minute)

ff_1 : 가진 진동수 (cycle / sec)

ff : 4차 가진 진동수 (cycle / sec)

N_c : 주 배관에 연결된 압축기 실린더의 개수

F_c : 작동 실린더 개수 (실린더 한 개=1, 두 개=2)

(2) 유체 유동에 의한 가진

배관 내부를 흐르는 유체유동으로 인한 배관진동은 유체의 압력변화에 의한 가진력이 배관계의 곡관 부위에 불균형하게 작용하여 발생하게 된다.

왕복동 압축기로 구동되는 유체의 유동은 배관 내부에서 맥동현상을 발생시키며, 이때 곡관부에 전달되는 가진력은 아래의 식으로 표현된다. (4),(10)

$$F(t) = 0.5(dP)A[\cos \omega t - \cos \omega(t - L/c)] \quad (3)$$

여기서,

dP : 압력의 변화량

A : 배관 내부의 면적

ω : 맥동에 의한 구동 각 진동수 (rad/sec)

L : 곡관부 사이의 거리

c : 유체의 음속

(3) 외부 인자에 의한 가진

지진, 바람과 같이 배관계의 외부환경에 의해서 발생하는 가진 함수는 정적인 방법과 동적인 방법으로 표현된다. 정적인 방법은 지진의 강도, 바람의 세기와 같은 외부인자에 대한 측정된 자료에서 가장 가혹한 조건을 배관계에 정량적으로 적용하는 방법이며, 동적인 방법은 이들 조건들을 사용하여 응답선도를 작성하여 동적인 해석을 수행하는 방법이다. 본 논문에서는 지면상 외부 인자에 의한 가진에 대한 자세한 내용은 다루지 않기로 했다. (5),(6)

2.2 파이프의 운동 방정식

유체를 포함하고 있는 일반적인 파이프의 운동방정식을 이끌어 내기 위해, Fig. 1과 같은 파이프계를 도입한다. 좌표

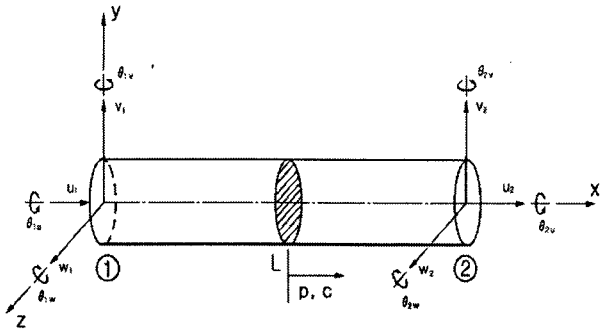


Fig. 1 Elementary Liquid-Filled Pipe Section

계는 x, y, z의 좌표계이며, x축은 항상 변형된 중앙축 s에 대해서 접선으로 남아있게 된다. y, z축은 단면에 대해서 항상 주축이다. 각각의 파이프의 운동방정식은 내부 압력과 파이프의 관성 영향, 그리고 유동하는 유체의 영향을 포함하기 위해 탄성 빔의 평형방정식을 변형해서 얻어지게 된다.

우선 압력을 받고 있는 유체 때문에 발생하는 초기 변형 상태(initially deformed state)를 고려한다. 이러한 초기 변형 상태 때문에 파이프에서는 초기 힘(initially forces)과 초기 모멘트(initially moments)가 발생하게 되는데, 이들 힘 중에서 파이프의 동적 특성에 영향을 주는 것이 초기 인장력이다. 초기 인장력은 내평면과 외평면의 변형에서 굽힘 강성을 증가시키는 역할을 한다. 운동방정식을 이끌어내기 위해, 파이프 내에서 흐르는 유체의 가속도를 고려한다. 변형된 파이프 내에 유체가 흐르면 일정속도의 유체라 하더라도 파이프의 변형으로 인하여 유체에 가속도가 생기며, 이것으로 파이프에 힘이 작용하게 된다. (2),(3),(7)

어떤 임의의 함수 f(x,t)에 대한 전미분(total derivatives)을 편미분(part derivatives)을 위한 첨자식을 도입해서 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{D}{Dt}f(x,t) = \frac{\partial f(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial f(x,t)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = f_t + f_x \frac{\partial x}{\partial t} \quad (4)$$

x, y 평면에서 y방향으로의 변위를 v(s,t)라 하면, 식 (4)를 이용하여 y방향으로의 유체의 속도를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{D}{Dt}v(s,t) = \frac{\partial v(s,t)}{\partial t} + \frac{\partial v(s,t)}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial t} = v_t + v_s \frac{\partial s}{\partial t} = c_v \quad (5)$$

이와 마찬가지로 x, z 평면에서 z방향으로의 유체의 속도는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{D}{Dt}w(s,t) = \frac{\partial w(s,t)}{\partial t} + \frac{\partial w(s,t)}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial t} = w_t + w_s \frac{\partial s}{\partial t} = c_z \quad (6)$$

또한, x방향으로의 유체의 속도를 나타내기 위하여 역시 식 (4)를 도입한다. 작은 운동의 제라는 가정 하에 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt}u(s,t) &= \frac{\partial u(s,t)}{\partial t} + \frac{\partial u(s,t)}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial u(s,t)}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial t} \\ &= u_t + \frac{\partial s}{\partial t} = c_x \end{aligned} \quad (7)$$

유체 입자의 가속도를 얻기 위해서 유체속도 \hat{c} 를 미분한다.

$$\hat{a}_f = \frac{D}{Dt}\hat{c} = \frac{\partial \hat{c}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{c}}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (8)$$

여기서, $\hat{c} = c_x i + c_y j + c_z k$ 이다.

이제 다시 식 (8)을 전미분 하고, 유체에 대해서 ds/dt=c의 관계를 도입하면 다음과 같은 유체의 가속도 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \hat{a}_f &= \frac{D}{Dt}\hat{c} = \frac{\partial \hat{c}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{c}}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial t} \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \left(u_t + \frac{\partial s}{\partial t} + v_t + v_s \frac{\partial s}{\partial t} + w_t + w_s \frac{\partial s}{\partial t} \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial s} \left(u_t + \frac{\partial s}{\partial t} + v_t + v_s \frac{\partial s}{\partial t} + w_t + w_s \frac{\partial s}{\partial t} \right) \frac{\partial s}{\partial t} \\ &= \frac{\partial}{\partial t} (u_t + c + v_t + v_s c + w_t + w_s c) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial s} (u_t + c + v_t + v_s c + w_t + w_s c) \frac{\partial s}{\partial t} \\ &= u_{tt} + v_{tt} + w_{tt} + 2cv_{ts} + 2cw_{ts} + v_{ss}c^2 + w_{ss}c^2 \\ &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} (u + v + w) + 2c \frac{\partial^2}{\partial t \partial s} (v + w) + c^2 \frac{\partial^2}{\partial s^2} (v + w) \end{aligned} \quad (9)$$

성분별로 표현하면 다음과 같다.

$$a_{fx} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (10)$$

$$a_{fy} = \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + 2c \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial s} + c^2 \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} \quad (11)$$

$$a_{fz} = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2c \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial s} + c^2 \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \quad (12)$$

Fig. 2는 파이프의 운동에 대한 내부압력(internal pressure)의 효과를 설명하는 그림이다. Fig. 2를 통해 z방향으로 작용하는 힘과 파이프 내부의 압력에 관련된 식 (13)을 유도할 수 있다. 지면관계상 유도과정은 생략하였다.

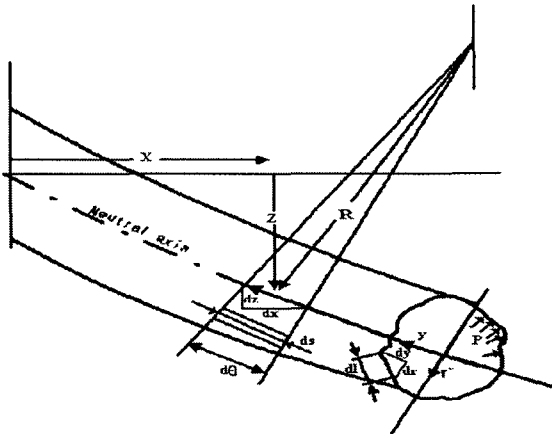


Fig. 2 Force Diagram Resulting From Internal Fluid Pressure

$$\frac{dF_z}{dx} = -pA \frac{d^2z}{dx^2} \quad (13)$$

식 (13)에서 볼 수 있듯이 파이프 내부에 작용하는 압력의 효과가 세로 변형(lateral deflection)을 일으키는 힘, 즉 z축의 방향으로 작용하는 힘을 만들어 낸다는 사실을 알 수 있다. 식 (13)을 Fig. 1과 같은 파이프계에 적용하고, y축 방향에 대해서도 마찬가지로 식을 변형시키면 내부 압력에 의한 외부힘의 항은 다음 식과 같아진다.

$$P_y = -pA_f \frac{\partial^2 v}{\partial s^2}, \quad P_z = -pA_f \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \quad (14), (15)$$

여기서, A_f 는 유체가 흐르는 방향으로의 단면적이다. 식 (10), (11), (12), (14), (15) 및 파이프 자체의 가속도 식을 운동방정식에 대입한다. 참고문헌 (11)의 식은 유체의 속도와 압력의 항이 없는 식이므로 x, y, z 축에 대한 힘의 합력과 z축에 대한 모멘트의 합력에 초기 인장력과 유체의 가속도 및 압력의 항을 대입한다. EI를 굽힘강성, EA를 축 강성, GJ를 비틀림 강성, A를 파이프의 단면적, T_0 를 유체의 압력과 속도에 의한 초기 인장력, m_f 를 파이프에 흐르는 유체의 질량, m_p 는 파이프의 질량 이라고 한 후 정리하면 식 (16), (17), (18), (19) 가 얻어진다.

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial s^4} + (m_f c^2 + pA_f - T_0) \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} + (m_p + m_f) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + 2m_f c \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial s} = 0 \quad (16)$$

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial s^4} + (m_f c^2 + pA_f - T_0) \frac{\partial^2 w}{\partial s^2}$$

$$+ (m_p + m_f) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2m_f c \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial s} = 0 \quad (17)$$

$$(m_f + m_p) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - EA \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} = 0 \quad (18)$$

$$GJ \frac{\partial^2 \beta}{\partial s^2} - \frac{m_p J}{A} \frac{\partial^2 \beta}{\partial t^2} = 0 \quad (19)$$

식 (16)과 식 (17)은 각각 y축과 z축에서의 가로진동에 대한 식이며 식 (18)은 x축에 대한 세로 진동의 식이다. 식 (19)는 x축에 대한 비틀림 진동의 식이다. 식 (16)에서 마지막 항은 질량비 $m_f/(m_f + m_p)$ 에 관계되는 항이다. 이 질량비를 무시하였을 때 계의 고유진동수에 미치는 영향은 파이프의 구속조건이 양단 지지되어 있고, $m_f/(m_f + m_p) \ll 0.5$ 인 경우에 2.6% 정도의 오차를 가지는 것으로 알려져 있다(11). 식 (17)도 식 (16)과 마찬가지로 설명 할 수 있으며 본 논문에서는 이 항을 무시하여 계산의 단순함을 기하였다. 식 (19)의 결과에서 알 수 있듯이 유체의 영향은 파이프계의 비틀림 진동에는 영향이 없음을 알 수 있다.

2.3 유한요소법

유한요소법은 구조공학분야에서 발전하여, 과학기술 전반에 통용하는 수치해석, 시뮬레이션 기술로서 현재 각광을 받고 있는데 복잡한 기하학적 형상 및 하중 상태를 갖는 구조물을 정확하게 해석 할 수 있기 때문에 대단히 편리한 방법이다. 비록 굉장히 많은 계산이 필요하지만 반복되는 계산이기 때문에 컴퓨터를 사용하여 해석하기에 좋은 방법이다.(2)

형상함수(shape function)는 요소의 변위함수(displacement function)를 절점의 변위와 연관시키는 함수로서, 요소내의 절점수와 각 절점에서의 자유도수가 주어지면 필요한 최소한의 차수의 함수로 단변에 결정된다. 본 논문에서는 형상함수의 자표변위를 다항식으로 가정하여 각 절점에서의 조건에 연립방정식을 세워 그 역행렬을 구하고 이것을 다항식에 대입하는 방법을 사용했다.

식 (16)에서 단일 파이프요소계(pipe element)에 대한 에너지는 다음과 같다.

$$T_e = \frac{1}{2} \int_0^{le} \left[m_p \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + m_f \left[\left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + c^2 \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \right] ds \quad (20)$$

$$U_e = \frac{1}{2} \int_0^{le} \left[EI \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 + T_0 \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] ds \quad (21)$$

$$W_e = \frac{1}{2} \int_0^{le} \left[pA_f \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] ds \quad (22)$$

T_e 는 파이프요소계에서 파이프와 유체의 운동에너지이고 U_e 는 파이프의 potential 에너지, 그리고 W_e 는 압력에 의한 일이다. 이 에너지들을 다음식에 대입하고 정리하면 y축 방향의 굽힘변위 v를 가지는 파이프요소계에서의 질량 및 강

성 행렬을 구할 수 있다. (9)

$$\int_0^{l_e} (T_e - U_e + W_e) dt = 0 \quad (23)$$

따라서 요소의 관성행렬은 다음과 같아진다.

$$[M_1] = (m_f + m_p) \int_0^{l_e} B(s)^T B(s) ds \quad (24)$$

그러므로 형상함수 B(s)를 대입하고 적분하면 다음의 질량 행렬이 구해진다.

$$[M_1] = \frac{(m_f + m_p) l_e}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l_e & 54 & -13l_e \\ 22l_e & 4l_e^2 & 13l_e & -3l_e \\ 54 & 13l_e & 156 & -22l_e \\ -13l_e & -3l_e & -22l_e & 4l_e^2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

마찬가지로 요소의 강성행렬은 식 (26)과 같아지며, 형상함수를 대입하고 적분하여 정리하면 식 (27)과 같아진다.

$$[K_1] = \int_0^{l_e} [EB \{B'(s)^T B'(s)\} - (m_f c^2 + pA_f - T_0) \{B'(s)^T B'(s)\}] ds \quad (26)$$

$$[K_1] = \frac{2EI}{l_e^3} \begin{bmatrix} 6 & 3l_e & -6 & 3l_e \\ 3l_e & 2l_e^2 & -3l_e & l_e^2 \\ -6 & -3l_e & 6 & -3l_e \\ 3l_e & l_e^2 & -3l_e & 2l_e^2 \end{bmatrix} - \frac{(m_f c^2 + pA_f - T_0)}{30l_e} \begin{bmatrix} 36 & 3l_e & -36 & 3l_e \\ 3l_e & 4l_e^2 & -3l_e & -l_e^2 \\ -36 & -3l_e & 36 & -3l_e \\ 3l_e & -l_e^2 & -3l_e & 4l_e^2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

식 (17)에서도 마찬가지로 방법으로 $[M_2]$, $[K_2]$ 를 얻을 수 있다.

식 (18)에서 파이프요소에서의 에너지는 다음과 같고,

$$T_e = \frac{1}{2} (m_p + m_f) \int_0^{l_e} \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 ds \quad (28)$$

$$U_e = \frac{1}{2} EA \int_0^{l_e} \left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)^2 ds \quad (29)$$

이를 이용하여 $[M_3]$, $[K_3]$ 를 구하면 식 (30)과 (31)처럼 나타낼 수 있다.

식 (19)에서도 마찬가지로 에너지를 구한 후, 형상함수를 대입하고 파이프에서는 극 관성모멘트가 $J=2 \times I$ 이므로, 변형 정리하면 $[M_4]$ 와 $[K_4]$ 를 구할 수 있다.

$$[M_3] = (m_f + m_p) \int_0^{l_e} A(s)^T A(s) ds \\ = \frac{(m_f + m_p) l_e}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$[K_3] = EA \int_0^{l_e} A'(s)^T A'(s) ds \\ = \frac{EA}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

전체 파이프 요소의 질량, 강성 행렬은 식 (16), (17), (18), (19)로부터 위의 과정을 통해서 구한 질량, 강성 행렬을 조합시키면 구할 수 있다.

우선 식 (25)와 (30), 그리고 나머지 두 개의 질량 행렬을 조합시키면 식 (32)와 같이 나타낼 수 있다.

$$[M_4] = \frac{(m_f + m_p) l_e}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 156 & 0 & 0 & 0 & 22l_e & 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & -13l_e & 0 \\ 156 & 0 & -22l_e & 0 & 0 & 0 & 54 & 0 & 13l_e & 0 & 0 & 0 \\ \frac{140}{A} - \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{70}{A} - \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 4l_e^2 & 0 & 0 & 0 & -13l_e & 0 & -3l_e^2 & 0 \\ & & & & & 4l_e^2 & 0 & 13l_e & 0 & 0 & 0 & -3l_e^2 \\ & & & & & & 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 156 & 0 & 0 & -22l_e & 0 \\ & & & & & & & & 156 & 0 & 22l_e & 0 \\ & & & & & & & & & \frac{140}{A} - \alpha & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 4l_e^2 & 0 \\ & & & & & & & & & & & 4l_e^2 \end{bmatrix} \quad (32)$$

symm

where

$$\alpha = \frac{28E}{A} \left(1 - \frac{m_f}{(m_f + m_p) l_e} \right) \quad (32)$$

마찬 가지로 식 (27)과 (31), 그리고 나머지 두 개의 강성 행렬을 조합시키면 식 (33)과 같이 나타낼 수 있다.

$$[K_4] = \frac{EI}{l_e^3} \begin{bmatrix} \frac{AI}{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{AI}{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 12 \frac{12Y}{l_e} & 0 & 0 & 0 & \alpha_e \frac{Y}{10} & 0 & -12 \frac{12Y}{l_e} & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_e \frac{Y}{10} \\ 12 \frac{12Y}{l_e} & 0 & -\alpha_e \frac{Y}{10} & 0 & 0 & 0 & -12 \frac{12Y}{l_e} & 0 & -\alpha_e \frac{Y}{10} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{24Y}{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{24Y}{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4l_e^2 - \frac{24Y}{15} & 0 & 0 & 0 & -\alpha_e \frac{Y}{10} & 0 & 2l_e^2 + \frac{14Y}{30} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4l_e^2 - \frac{24Y}{15} & 0 & -\alpha_e \frac{Y}{10} & 0 & 0 & 0 & 2l_e^2 + \frac{14Y}{30} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{AI}{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{AI}{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 12 \frac{12Y}{l_e} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -12 \frac{12Y}{l_e} & 0 & 0 & 0 & -\alpha_e \frac{Y}{10} & 0 \\ 12 \frac{12Y}{l_e} & 0 & -\alpha_e \frac{Y}{10} & 0 & 0 & 0 & -12 \frac{12Y}{l_e} & 0 & -\alpha_e \frac{Y}{10} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{24Y}{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{24Y}{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4l_e^2 - \frac{24Y}{15} & 0 & -\alpha_e \frac{Y}{10} & 0 & 0 & 0 & 2l_e^2 + \frac{14Y}{30} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4l_e^2 - \frac{24Y}{15} & 0 & -\alpha_e \frac{Y}{10} & 0 & 0 & 0 & 2l_e^2 + \frac{14Y}{30} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{AI}{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{AI}{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 12 \frac{12Y}{l_e} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -12 \frac{12Y}{l_e} & 0 & 0 & 0 & -\alpha_e \frac{Y}{10} & 0 \\ 12 \frac{12Y}{l_e} & 0 & -\alpha_e \frac{Y}{10} & 0 & 0 & 0 & -12 \frac{12Y}{l_e} & 0 & -\alpha_e \frac{Y}{10} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{24Y}{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{24Y}{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4l_e^2 - \frac{24Y}{15} & 0 & -\alpha_e \frac{Y}{10} & 0 & 0 & 0 & 2l_e^2 + \frac{14Y}{30} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4l_e^2 - \frac{24Y}{15} & 0 & -\alpha_e \frac{Y}{10} & 0 & 0 & 0 & 2l_e^2 + \frac{14Y}{30} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

symm

where

$$Y = \frac{(m_f c^2 + pA_f - T_0) l_e^3}{EI} \quad (33)$$

여기서 주의할 점은 식 (32)와 식 (33)은 요소 좌표계(local coordinate)에 대한 것으로, 전체 파이프계의 해석을 위해서는 이 요소 좌표계를 전체 좌표계(global coordinate)로 변환해야만 한다. 그 후에 각각의 요소 질량 행렬(element mass matrix)과 요소 강성 행렬(element stiffness matrix)을 가지고 전체 계의 질량 행렬(system mass matrix)과 강성 행렬(system stiffness matrix)로 만드는 과정이 필요하다. 이 과정을 통해서 얻어진 질량 행렬과 강성 행렬을 가지고 고유 값 해석을 하여, 파이프의 고유 진동수를 얻게된다.

본 논문에서는 상용 수학 프로그래밍인 MATLAB을 가지고 파이프의 물성치와 기하학적 형상치를 대입하고, 식 (32)와 식 (33)을 이용하여, 파이프계의 질량 행렬과 강성 행렬을 추출하고, 고유 값을 구하는 과정을 거친다.

3. 결과 및 고찰

해석에 사용된 파이프는 Fig. 3 과 같은 야단이 고정-고정인 총 7개의 절점을 가지는 굴곡 파이프 요소이며, 물성치가 Table. 1에 나와 있다.(11) 이 파이프를 가지고 파이프내의 유체의 속도와 압력의 변화에 따른 고유 진동 해석을 하였다.

	Fluid	Pipe
Young's Modulus		124.11GPa
Poisson ratio		0.34
Density	1000Kg/m ³	8,900Kg/m ³
Outside of diameter		19.05mm
Thickness of wall		0.9mm
Length of straight for Pipe		2.4m

Table. 1 Material Properties of 90° Elbow Pipe

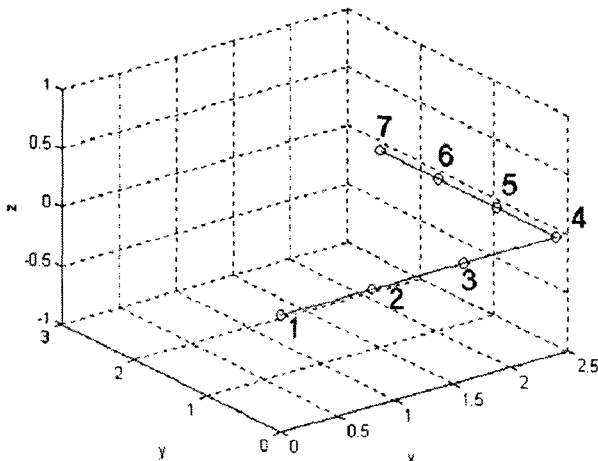


Fig. 3 90° Elbow Pipe

Fig. 4에서 Fig. 7은 파이프내의 유체 속도 변화에 따른 고유진동수의 변화를 나타낸 것이다. Fig. 4은 외평면 1차 고유진동수를 파이프내부의 압력이 5기압일 때와 0기압일 때로 나눠서 나타낸 것이다. 그림에서 I T는 초기 인장력(Initial Tension)이 있을 때, 그리고 N I T는 초기 인장력이 없을 때를 나타낸다.

유체의 압력이나 속도동에 의해 나타나는 초기 인장력은 유체의 유동 속도가 변함에 따라서 그 효과가 매우 크게 나타남을 알 수 있다. 고유진동수는 초기 인장력을 고려 했을 때에는 속도 변화에 대해 거의 변화를 나타내지 않았으나, 고려하지 않았을 경우에는 유체 속도변화에 대하여 급격하게 감소해감을 알 수 있다.

압력이 5기압일때는 초기 인장력을 고려 했을 경우, 고유진동수가 2.68Hz의 값을 가지고, 속도가 0 m/s에서 100 m/s까지 변화해 갈 때, 거의 변화가 없이 일정함을 알 수 있다. 압력이 0기압일때는 고유진동수가 2.2Hz로 역시 속도변화에 대해 무관함을 알 수 있고, 압력이 5기압일때와 비교하여, 약간 떨어졌음을 알 수 있다.

초기 인장력을 고려하지 않았을 경우 압력이 5기압일 경우는 0기압일 경우와 비교해 볼 때, 외평면 1차 고유진동수는 속도가 0m/s일 때 1.1Hz로써, 0기압일 경우의 2.2Hz에 비해 더욱더 급격히 떨어졌음을 알 수 있다. 이것은 압력의 효과가 굴곡부에 미치는 영향과 압력에 의한 연성으로 인해 파이프의 강성에 미치는 효과가 없었기 때문인 것으로 생각된다.

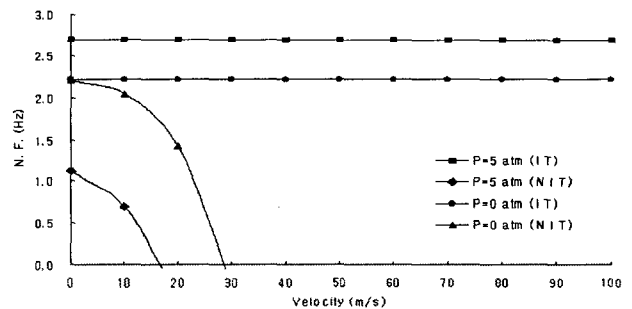


Fig. 4 Outplane 1st Natural Frequency for the Fluid Velocity

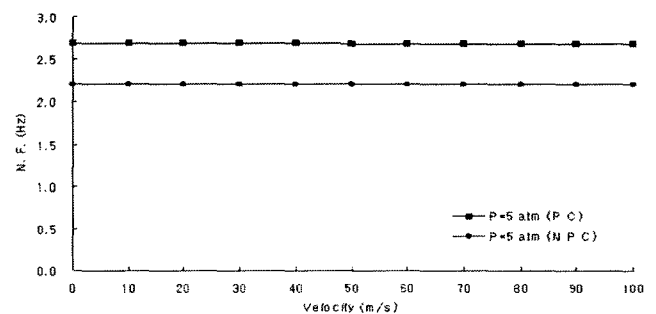


Fig. 5 Outplane 1st Natural Frequency for the Fluid Velocity (With and Without Poisson Effect)

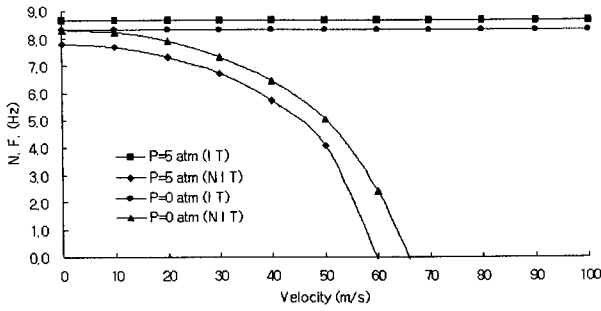


Fig. 6 Inplane 1st Natural Frequency for the Fluid Velocity

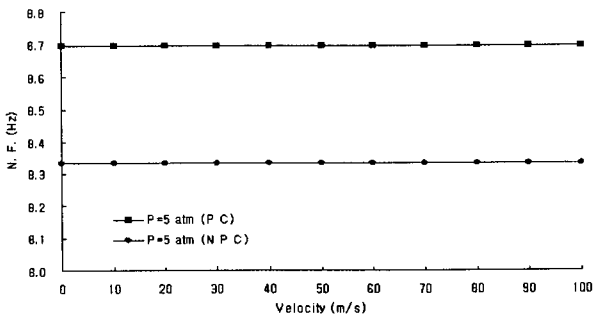


Fig. 7 Inplane 1st Natural Frequency for the Fluid Velocity (With and Without Poisson Effect)

Fig. 5는 내부 압력에 의해서 연성되어 파이프 축방향으로 더해져서 나타나는 힘인 Poisson 연성힘을 고려 했을 경우 (Poisson Couple)와 안 했을 경우 (N P C) 에 대해서 유체 속도변화에 대해 외평면의 1차 고유진동수를 나타낸 그래프이다. 전자의 경우는 후자의 경우와 비교 할 때, 내부 압력에 의한 연성힘이 파이프의 강성을 크게하여, 파이프의 고유진동수값을 2.2Hz에서 2.68Hz로 증가시켰음을 알 수 있다.

Fig. 6은 내평면 1차 고유진동수를 유체의 속도의 증가에 따라 나타낸 것으로, 초기 인장력을 고려했을 경우에 압력이 5기압일 때에는 8.7Hz, 압력이 0기압인 경우에는 8.33Hz로써 예상되는 바와 같이 압력이 있을 경우의 고유진동수가 크게 나타났으며, 속도의 변화에 무관하게 거의 일정한 값을 유지 하였다. 초기 인장력을 고려하지 않았을 경우에는 단지 Fig. 4과 비교해 볼 때, 고유진동수가 유체 속도가 커짐에 따라 덜 급격하게 떨어진다는 점만 다르다.

Fig. 7은 Fig. 9와 마찬가지로 Poisson 연성힘을 고려했을 경우와 그렇지 않은 경우를 가지고 유체의 속도변화에 따라 내평면 1차 고유진동수를 나타낸 것이다. Poisson연성을 고려했을 경우에서 고유진동수가 8.7Hz, 고려하지 않았을 경우는 8.3Hz로 나타났다.

Fig. 8은 유체의 속도가 0m/s와 20m/s인 경우에 내부 압력을 0기압에서 10기압으로 변화시킬 때, 외평면 1차 고유진동수를 나타낸 것이다. 앞의 결과에서 볼 수 있듯이 유체

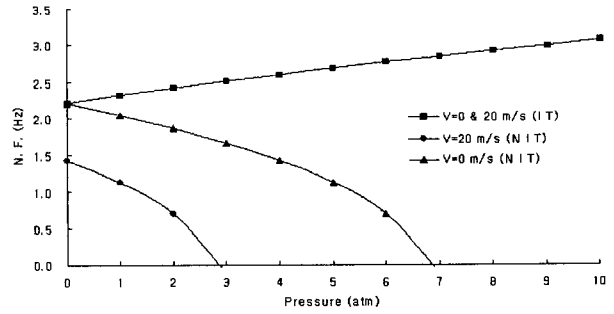


Fig. 8 Outplane 1st Natural Frequency for the Internal Pressure

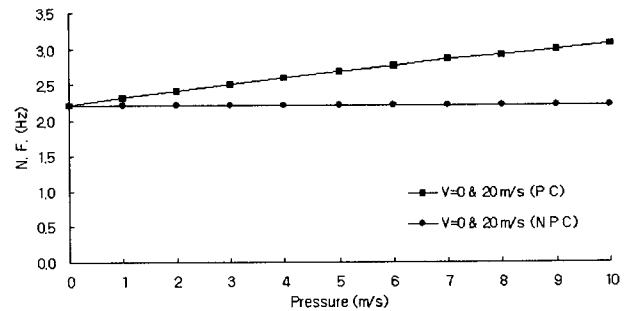


Fig. 9 Outplane 1st Natural Frequency for the Internal Pressure (With and Without Poisson Effect)

의 속도는 고유진동수의 변화에 무관하므로, 초기 인장력을 고려했을 경우에는 속도가 0m/s와 20m/s에서 모두 같은 고유진동수 값을 가지며, 압력이 커짐에 따라, 2.2Hz에서 3.1Hz로 서서히 증가하는 경향을 보여준다.

초기 인장력을 고려하지 않았을 경우에는 속도가 0m/s일 때에는 0기압일때의 2.2Hz에서 7기압부근에서 거의 0Hz로 감소해가며, 20m/s에서는 0기압에서 1.4Hz인 고유진동수가 3기압 부근에서 0Hz로 감소해 감을 알 수 있다.

Fig. 9는 Poisson 연성힘을 고려했을 경우와 안 했을 경우에 대해서 압력 변화에 대해 외평면 1차 고유진동수를 나타낸 것이다. 연성힘을 고려했을 경우에는 압력이 0기압에서 10기압까지 증가 할 때, 2.2Hz에서 3.1Hz로 증가함을 알 수 있으며, 고려하지 않았을 경우에는 2.2Hz로 변화가 없음을

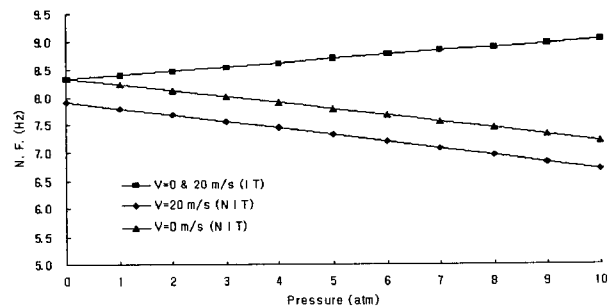


Fig. 10 Inplane 1st Natural Frequency for the Internal Pressure

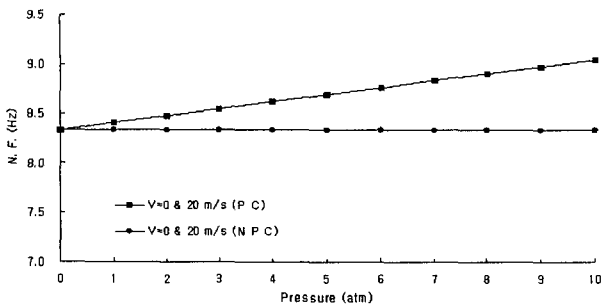


Fig. 11 Inplane 1st Natural Frequency for the Internal Pressure (With and Without Poisson Effect)

알 수 있다. 이 현상은 Fig. 9에서 설명한바와 같이 연성에 의한 힘이 파이프의 강성을 높이기 때문이라고 생각 된다.

Fig. 10은 내평면 1차 고유진동수를 압력변화에 대해 나타낸 것이다. 8.3Hz에서 9.0Hz로 역시 압력이 커짐에 따라 고유진동수가 증가한다.

Fig. 11은 Poisson 연성힘을 고려했을 경우에는 고유진동수가 압력의 증가에 따라 서서히 증가하는 경향을 나타낸다.

4. 결론

본 논문에서는 유체가 속도와 압력을 가지고 파이프 내부에서 흐를 때, 파이프계의 자유진동특성에 미치는 영향을 고찰 하였다. 본 연구를 통하여 자유진동 해석에 앞서, 정적 평형상태에서의 파이프에 걸리는 힘을 구하고, 이 힘을 자유진동해석 시에 운동방정식에 포함시켜 해석하였다. 해석 한 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) 유체의 속도와 압력에 의하여 파이프의 굴곡부에 작용하는 힘과 내부압력에 의한 반경방향의 힘이 파이프 굴곡부 축방향에 영향을 미치는 힘을 고려하여 정적해석을 함으로써, 내부유체 유동에 의하여 파이프에 걸리는 축방향의 요소 힘이 파이프의 고유 진동수 값에 영향을 줄 수 있었다.
- 2) 초기 인장력을 고려했을 경우 유체의 속도의 변화에 따른 고유진동수의 변화가 거의 없음을 알 수 있었고, 초기 인장력을 고려하지 않았을 경우에는 유체 속도가 증가함에 따라 급격하게 고유진동수가 감소하는 것을 알 수 있었다.
- 3) 파이프내부의 압력에 의한 연성을 고려할 경우, 파이프의 고유 진동수가 증가하는 경향이 있음을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

(1) 민선규 등, 2001, "플랜트 설계 시 배관진동을 유발하는 가진 함수의 수학적 모델링에 관한 연구", 추계학술대회

논문집, 한국정밀공학회, pp.591~595.

(2) 최명진 등, 1998, "초기 인장력을 고려한 파이프계의 자유진동 시뮬레이션", 한국시뮬레이션학회논문지, 제 7권 2호, pp.105~114.

(3) 박현용, 1999, "내부 유체를 포함한 굴곡파이프의 지지점 변화에 따른 동적거동 해석에 관한 연구", 석사학위논문, 경희대학교 대학원.

(4) David T. Cindric, Satish L. Gandhi and Ray A. Williams, 1987, "Designing Piping Systems for Two-Phase Flow", Chemical Engineering Process, pp.51~55.

(5) Mohinder L. Nayyar, 2000, "Piping Handbook", McGraw-Hill.

(6) Task Committee on Wind Forces, Committee on Loads and Stresses, Structural Division, ASCE, 1961, "Wind Forces on Structures", Transactions, paper No. 3269, Vol. 126, part II.

(7) 박용석, 1988, "내부 유동을 포함한 3차원 굴곡된 파이프의 진동해석", 석사학위논문, 인하대학교 대학원.

(8) 이동명, 1997, "전달행렬법에 의한 파이프계의 유체유발진동 및 동적거동에 관한 연구", 박사학위논문, 경희대학교 대학원.

(9) "Pipe Stress Analyst Design Guide", 1987, Fluor Eng' g & Construction Company, No. 4.11, No. 4.14, No. 7.1, No. 7.2.

(10) E. Benjamin Wylie and Victor L. Streeter, 1983, "Fluid Transients", FEB Press.

(11) A. E. H. Love, 1944, "A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity", Dover

(12) Ashley, H. and Haviland, G., 1950, "Bending Vibrations of a Pipe Line Containing Flowing Fluid", Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME, pp.229~232.