

역해석기법을 이용한 현수교 행어케이블 장력 추정 Back Analysis for Estimating Tension Force on Hanger Cables

김남식† · 빙정민* · 장성진**

Nam-Sik Kim, Jung-Min Bin and Sung-Jin Chang

Key Words : Back Analysis(역해석), Hanger Cable(행어케이블), Tension Force(인장력), Suspension Bridge(현수교), Vibration method(진동법)

ABSTRACT

In general, the tension forces of hanger cable in suspension bridges play an important role in evaluating the bridge state. The vibration method, as a conventional one, has been widely applied to estimate the tension forces by using the measured frequencies on hanger cables. However, the vibration method is not applicable to short hanger cables because the frequency of short cables is severely sensitive to the flexural rigidity. Thus, in this study, the tension forces of short hanger cables, of which the length is shorter than 10meters, were estimated through back analysis of the cable frequencies measured from Gwang-An suspension bridge in Korea. Direct approach to back analysis is adopted using the univariate method among the direct search methods as an optimization technique. The univariate method is able to search the optimal tension forces without regard to the initial ones and has a rapid convergence rate. To verify the feasibility of back analysis, the results from back analysis and vibration method are compared with the design tension forces. From the comparison, it can be inferred that back analysis results are more reasonable agreement with the design tension forces of short hanger cable. Therefore, it is concluded that back analysis applied in this study is an appropriate tool for estimating tension forces of short hanger cables.

1. 서 론

최근 건설산업분야에서는 강한 인장력을 견딜 수 있는 케이블 소재의 개발과 현수 기술 및 정착장치의 발전으로 과거에는 생각할 수 없었던 긴 지간의 장대 교량들이 설계, 시공되고 있으며 뛰어난 성능의 상용 구조해석 프로그램들 의 등장으로 장대 교량의 설계, 시공 및 유지 관리의 기술이 계속해서 발전하고 있다. 장대교량의 경우, 현수교나 사장교와 같이 거의 대부분의 하중을 케이블이 지지하게 되는 형식으로 제작되고 있으며 그러한 경향에 따라 케이블의 장력 도입과, 장력 조정이 커다란 중요성을 지닌다고 볼 수 있다. 따라서 건설 시공의 현장에서 케이블의 장력 측정 뿐만 아니라 완공후의 구조물에 도입된 장력 추정은 전체

구조물의 안정성 검토를 위해 필요한 과정이라고 할 수 있다.

현재 케이블의 장력 추정은 여러 이론식에 의한 간접적인 방법으로 수행되고 있다. 간접적인 장력 추정의 방법으로는 케이블의 가속도 신호로부터 고유 진동수를 측정한 후 고유 진동수와 장력과의 관계를 회귀분석을 통하여 구한 장력식의 이용으로 장력을 측정하는 진동법(vibration method)이 있으며, 이 방법은 케이블에 가속도센서를 사용하여 상시진동 및 강제진동에 대하여 용이하게 가속도신호를 측정할 수 있기 때문에 현재 가장 보편적으로 쓰이고 있는 방법이다. 진동법의 경우는 단일진동모드를 이용하는 방법(Zui et al.의 장력식 이용)⁽¹⁾과 다중진동모드를 이용하는 방법(Shimada의 장력식 이용)⁽²⁾으로 나눌 수 있는데 2가지 방법 모두 현의 공식을 기초로 한다. 하지만, 현의 공식을 이용한 장력추정법은 식 자체에서 케이블의 휨강성과 세그효과 등이 충분히 고려되지 않아 비교적 커다란 오차를 수반하게 되는 문제점을 가지고 있어 실제 짧은 케이블의 장력 추정에는 사용이 불가능하다.

본 논문에서는 실제 국내에 사용 중인 광안대교 행어 케이블을 대상으로 장력 추정을 수행하였다. 길이가 비교적

† 책임저자 : 정희원 부산대학교 토목공학과
E-mail : rskim@pusan.ac.kr
Tel : (051) 510-2952 Fax : (051) 513-9996

* 삼성건설 토목사업본부

** 부산대학교 토목공학과

긴 행어케이블의 경우에는 기존 진동법으로 다중진동모드를 이용한 장력 추정이 일반적으로 타당하다고 판단할 수 있으나, 길이가 10m 미만의 짧은 행어케이블의 경우에는 휨강성의 영향이 크기 때문에 기존 진동법 대신 새로운 장력추정 방법으로 역해석(back analysis)기법을 제시하였다.

사용한 역해석기법⁽³⁾은 상용 구조해석프로그램을 이용한 방법으로 간단한 모델링과 보정을 통해서 일반적인 수학적 알고리즘을 적용할 수 있게 된다.⁽⁴⁾ 모델링을 통해서 계산된 진동수와 실제 계측된 케이블의 진동수의 오차를 목적 함수로 정의하여, 이를 최소화하기 위한 최적화 알고리즘과 보정 계수를 사용하였다. 최적화 알고리즘으로는 비구속 최적화기법 중에서 근사값의 개선을 위해서 다른 변수들을 고정시키고 한번에 하나의 변수만을 변화시키기 나가는 일차원 탐색법, 즉 단변분탐색법⁽⁵⁾을 사용하였다.

본 논문에서는 각 행어케이블에 대해 Truss 요소와 Beam 요소로 모델링 한 뒤 고유진동수 값을 산출해 내고, 이를 각각에 대해 역해석하여 기존 진동법에 의한 방법과 장력 추정값을 비교분석함으로써 케이블 길이에 따른 휨강성의 영향과 적절한 모델링 요소에 대하여 검토하였다. 일반적으로 케이블교량에서 케이블 장력추정이 어려움이 있는 짧은 케이블에 대한 장력 추정기법을 제시하고, 역해석을 통해 추정된 장력과 기존 진동법으로 추정된 장력을 비교분석하여 각각의 방법에 대한 신뢰도를 검증하였다.

2. 행어케이블의 장력 추정방법

2.1 진동법(Vibration Method)

일반적으로 진동법에서는 케이블의 휨강성, 장력, 질량 등의 영향을 고려하여 운동방정식을 구성하며, 케이블의 진동모드에 따라 측정된 고유진동수를 적용하여 케이블의 장력을 추정한다.

Fig. 1과 같은 케이블모델에서 시간 t , 케이블 하단부로부터 거리 x 만큼 떨어진 지점에서 케이블 현의 수직방향 동적변위 $v(x,t)$ 에 대한 운동방정식은 식 (1)⁽⁶⁾과 같이 구성된다.

$$T \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} - EI \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} = \frac{w}{g} \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

여기서 T 와 EI 는 각각 케이블의 장력과 휨강성을 나타내며, w 는 단위 길이당 중량, g 는 중력가속도이다. 식 (1)의 미분방정식을 케이블의 여러 조건의 영향을 고려하여 풀면 다양한 장력식이 유도되며, 본 논문에서는 Shimada⁽²⁾에 의해 유도된 장력식을 적용하였다.

Shimada의 장력 추정기법은 다중진동모드를 사용하여 식 (2)와 같은 장력식을 유도한 후, $(f_n/n)^2$ 과 n^2 이 1차의 선형관계로부터 케이블 장력을 추정하는 것이다. 따라서 케이블의 진동수와 진동모드차수의 1차 선형 회귀 특성을 이

용하여 식 (2)에 나타난 1차 선형회귀식의 b 를 구하여 식 (3)과 같이 케이블 장력을 추정할 수 있다.

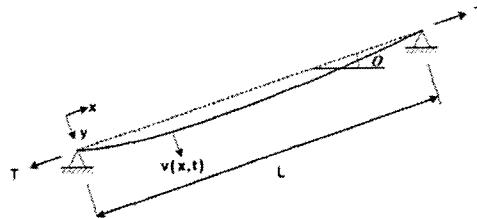


Fig. 1 Simply supported cable model

$$\left(\frac{f_n}{n}\right)^2 = \frac{Tg}{4wL^2} + \frac{n^2\pi^2EIg}{4wL^4} = b + a \cdot n^2 \quad (2)$$

$$T = 4(w/g)L^2 \cdot b \quad (3)$$

2.2 역해석

비구속 최적화기법 중 하나인 단변분(univariate) 탐색법⁽⁷⁾은 근사값을 개선하기 위해 다른 변수들을 고정시키고 한번에 하나의 변수만 변화시키는 것이다. Fig. 2에서와 같이 단 하나의 변수만이 변화되므로 이 방법은 일차원 탐색의 순차적인 적용이라고 볼 수 있다.

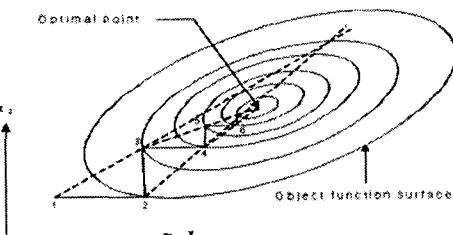


Fig. 2 Searching process of optimal point

최적화 기법은 식 (4)로 정의되는 오차함수인 목적함수의 최적화 방법에 의해 미지의 변수를 역해석으로부터 구할 수 있다. 여기서 \bar{U}_k 는 계측치를 나타내며, U_k 는 역해석으로부터 얻어지는 계산치에 해당한다.

$$Error = \sqrt{\sum_{k=1}^N |U_k - \bar{U}_k|^2} \quad (4)$$

최적화 알고리즘에 포함된 반복 연산과정은 다음의 식 (5)와 같이 배기변수를 계산한다.

$$X_{i+1} = X_i + \lambda_i S_i \quad (5)$$

여기서 X_i 는 초기 도입 장력을 나타내며 λ_i 는 단계길이(step length)이고 S_i 는 탐색방향을 지정한다.

3. 행어케이블의 장력 추정 방법

3.1 행어케이블 진동 계측

Fig. 3과 같이 실제 장력추정 대상교량으로 사용한 광안대교는 현수교 형태의 교량으로서 부산광역시에 위치하고 있다. 광안대교의 주요 재원은 Table 1과 같다.

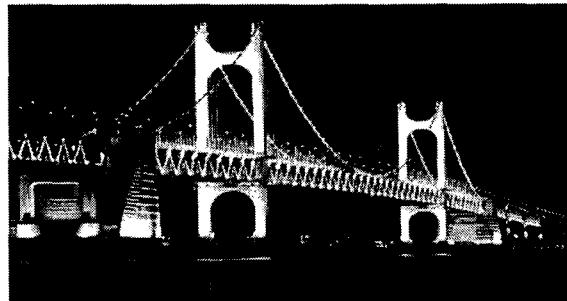


Fig. 3 광안대교 전경

Table 1 광안대교 재원

규모	연장 900m (중앙경간 500m 측경간 200m 쪽 총 3경간 2현자) 폭 : 24m
형식	타정식 현수교
앵커블럭	스트랜드 정착과 케이블 장력을 지탱하는 철근 콘크리트 블럭(2기) Con'c 186,276m ³ , 철근 18,467ton
주탑	보강트러스를 매달고 있는 케이블을 떠받치는 강체기둥 기초 : Bell Type 말뚝기초 높이(평균해수면 기준) : 116.5m(82각형) 규격 : 4×5~6.5×105m, 재질 : 강재 중량 : 6,480톤 설치 : 대불리가섬(3단, 볼트체결)
주케이블	소선직경(5mm), 11,544가닥/ Cable(단면직경 60.6cm) → 37 Strand로 구성 1 Strand : 5mm, 소선 312가닥 장력 24,500ton(12,250×2 Cable)
보강 트러스	각형 및 판형의 강재로 조립된 형구로서 와렌트리스 형식의 교량 총강재중량 : 23,708ton(강상관 9,286ton, 트러스 14,422ton)

광안대교의 행어케이블은 주탑을 기준으로 경간 중앙으로 갈수록 길이가 점점 짧아지기 형태를 갖고 있다. 따라서 본 논문에서는 아래의 Fig. 4와 같이 긴 케이블뿐만 아니라 중간 케이블, 짧은 케이블을 대표적으로 선정함으로써 케이블 길이변화에 따라서 나타나는 구조적인 특성변화를 분석하여 일반적으로 적용할 수 있는 장력 추정방법을 제시하고자 한다. 장력추정 대상케이블은 4개소의 행어케이블로서 해변측에 위치한 개소를 선정하였다. 각각의 개소에는 한 개의 행어케이블 밴드에 Fig. 5 & 6과 같은 형태로 2개 그룹의 행어케이블이 설치되어 있다. 따라서 총 4개소에 각각 2개의 그룹에 대하여 진동법과 역해석을 수행하였다. 선정된 개소의 행어케이블 재원은 Table 2에 나타나 있다.

Table 2에 표시한 행어케이블의 길이는 양단을 헌지로 가정한 행어케이블의 길이이며, 직경은 케이블의 유효 단면

적에 해당하는 환산된 직경이다. 또한 설계장력은 광안대교 행어케이블 설계시방서 상의 장력으로 역해석 모델링을 할 때에 각 행어케이블에 도입한 초기 장력값으로 정의할 수 있다.

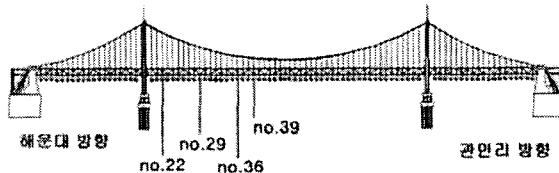


Fig. 4 선정된 행어케이블의 위치(4개소)

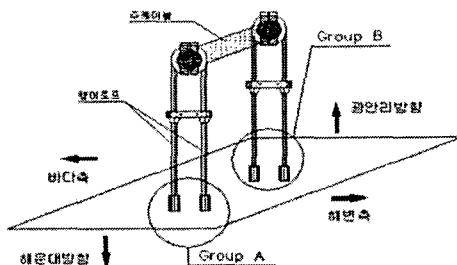


Fig. 5 계측 대상 행어케이블(해변측 4개소)

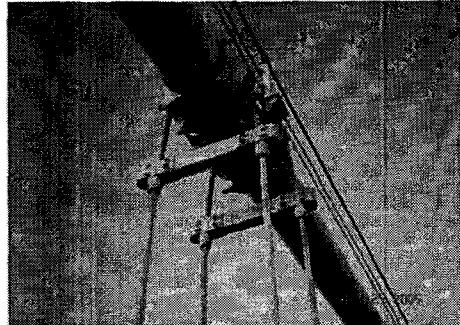


Fig. 6 1개소에 2개 그룹으로 구성되어 있는 행어케이블

Table 2 선정된 행어케이블의 재원

	length (m)	diameter (mm)	Young's modulus (kN/mm ²)	weight (kN/mm ³)	design tension (kN)
22-A	50.8505				
22-B	50.3753				
29-A	25.3234				
29-B	24.9986	49.52	1.3734×10 ⁵	8.0×10 ⁻⁸	377.685
36-A	9.0173				
36-B	8.8329				
39-A	4.8208				
39-B	4.6985				

행어케이블의 교축직각방향으로 가속도센서를 Fig. 7과 같이 설치하여 행어케이블의 가속도 진동신호를 계측하였다. 총 8개 그룹에 대하여 상시진동(ambient vibration)상태

에서 교축방향 및 교축직각방향에 대한 측정조건은, 데이터 취득속도(sampling rate) 200Hz, 시간간격(time interval) 0.005s, 측정시간은 100s 이상, 채널당 데이터 수는 20,000 이상, 주파수 해상도(frequency resolution) $\Delta f = 0.0122 \text{ Hz}$ 로 적용되었다.

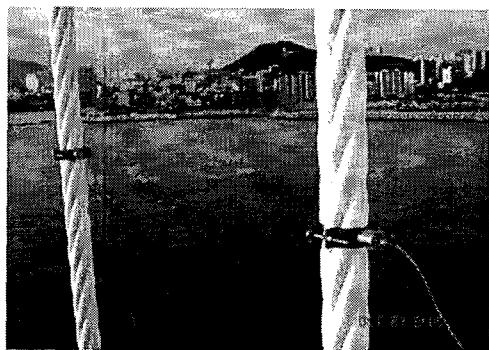
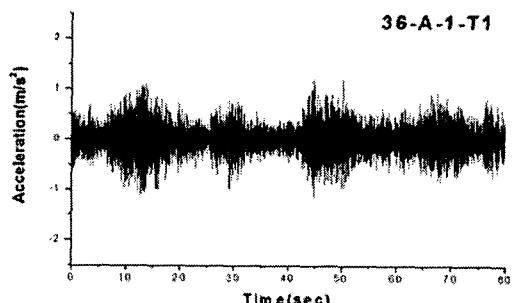


Fig. 7 허어케이블의 교축직각방향에 설치된 가속도센서

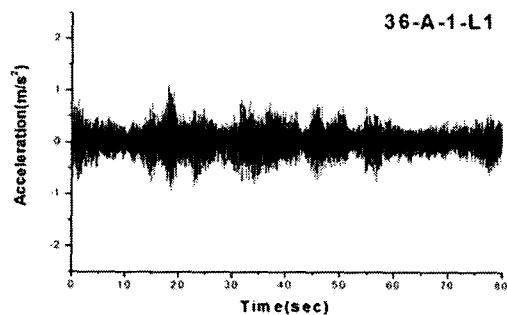
3.2 진동법

다중진동모드를 이용한 케이블 장력추정을 위하여 상시 진동상태에서 진동측정을 수행하였다. 그러나 현장에서 측정된 일반적인 케이블의 상시진동신호를 살펴보면, 원하는 진동모드범위를 만족하지 않는 경우가 있으며 측정된 진동모드의 차수를 명확하게 정의하기 어려운 경우가 있다. 또한 현장 여건의 제약으로 인하여 가속도센서가 지점 부근에 설치되는 경우가 일반적이기 때문에 흔강성의 영향이 큰 고차 진동모드가 두드러지게 얻어지는 경우가 있다. 따라서 측정된 진동모드의 차수를 더 명확하게 구별하기 위해서 각 허어케이블에 대하여 교축방향(longitudinal direction)과 교축 직각방향(transverse direction) 두 방향으로 측정을 명행하였다.

Fig. 8은 36-A-1 허어 케이블의 교축직각방향과 교축방향에서의 상시진동상태로부터 얻어진 가속도 응답신호를 나타내며, Fig. 9는 각각의 측정된 가속도 응답신호의 Power Spectrum을 나타내고 있다.

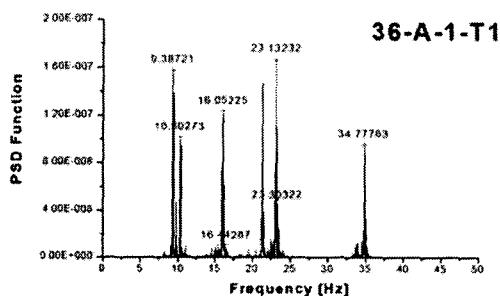


(a) Transverse Direction

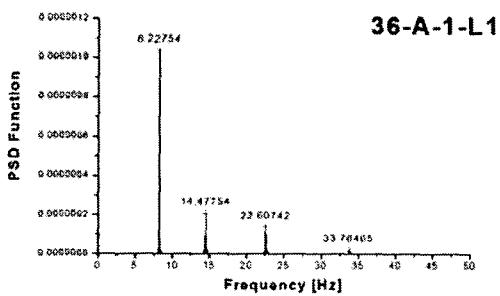


(b) Longitudinal Direction

Fig. 8 Acceleration responses under ambient vibration condition



(a) Transverse Direction



(b) Longitudinal Direction

Fig. 9 Power Spectra of the measured acceleration responses under ambient vibration condition

Table 3 Measured frequencies of hanger cables under ambient vibration condition

Mode	Measured Frequency (Hz)							
	22-A	22-B	29-A	29-B	36-A	36-B	39-A	39-B
1st	1.57	1.55	3.22	3.05	9.40	9.20	16.77	16.72
2nd	3.13	3.11	6.45	6.09	16.01	15.47	29.29	30.31
3rd	4.75	4.66	9.62	9.14	23.12	22.60	60.00	63.09
4th	6.33	6.23	12.66	12.01	34.78	34.54	96.70	94.37
5th	7.93	7.81	15.36	14.58	49.17	48.73	-	-
6th	9.46	9.38	18.09	17.21	65.01	65.75	-	-
7th	11.20	10.96	21.37	20.37	84.11	85.44	-	-
8th	12.61	12.38	25.06	23.95	-	-	-	-
9th	13.96	13.72	28.71	27.66	-	-	-	-
10th	15.42	15.18	-	-	-	-	-	-

Table 3는 광안대교의 상시진동상태에서 일어진 헤이케이블의 측정 고유진동수를 정리한 것이다. 여기서 측정된 고유진동수를 앞에서 언급한 Shimada의 다중진동모드를 이용한 식 (2)에 적용하여 헤이케이블의 장력을 추정하였다. 이에 대한 추정 장력을 Table 4에 나타내었다.

Table 4 Estimated tension force by vibration method

Cable ID	22-A	22-B	29-A	29-B	36-A	36-B	39-A	39-B
Forces (kN)	412.322	394.193	410.746	357.789	317.913	282.754	290.086	302.947

3.3 역해석

Fig. 10은 역해석기법을 위한 단변분법에 의한 최적화 흐름도를 나타내고 있다. 미지의 매개 변수는 케이블 장력 T_i 이며, 초기치는 설계장력에 임의의 장력오차를 더한 값을 적용하였다. 단계길이(step length) λ_i^* 및 보정계수 β_i 는 각각 식 (6) 및 식 (7)과 같다. 또한 탐색방향 S_i 는 식 (8)과 같이 1로 정의할 수 있다. 그리고 수렴기준은 식 (9)와 같이 미지 매개변수 T_i 의 상대오차로 정하였다.

$$\lambda_i^* = T_i(\beta_i - 1) \quad (6)$$

$$\beta_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{f_k}{f_k^i} \quad (7)$$

$$S_i = 1 \quad (8)$$

$$\frac{|T_{i+1} - T_i|}{T_i} = e_T \quad (9)$$

Fig. 10과 같은 계산 절차로 상용 구조해석프로그램에서 모델링된 헤이케이블의 계산진동수(f_i)와 현장에서 측정된 계측진동수(\bar{f}_i)를 비교함으로서 역해석을 반복적으로 수행할 수 있다. 본 논문에서는 각 케이블의 길이에 따라 휨강

성의 영향을 분석하기 위해서 구조해석 모델링은 축력만 작용하는 Truss 모델과 휨강성이 지배적인 Beam 모델 2가지로 나누어 역해석을 수행하였다.

Fig. 11은 헤이케이블의 장력 초기치에 대하여 계측진동수와 계산진동수의 오차함수를 목적함수로 설정하여, 식 (9)의 수렴기준을 만족하는 역해석 반복수행에 따라 추정된 장력의 수렴과정을 보여주고 있다. 단 역해석 모델링에서 헤이케이블의 좌표는 X-Z평면을 갖는 2차원으로 제한하였고 케이블의 양단은 헌지로 가정하여 이상화하였다.

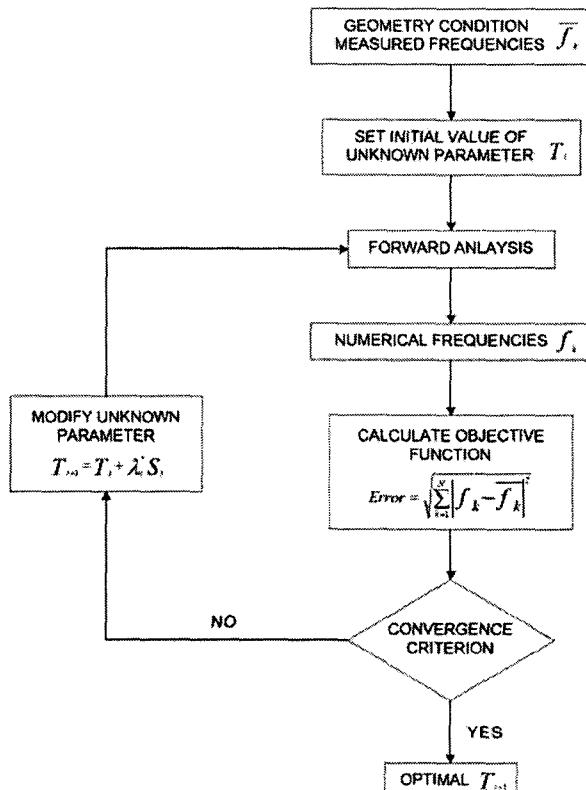
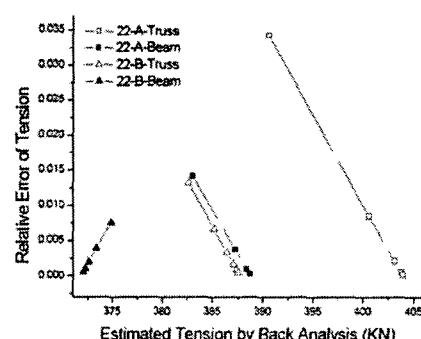


Fig. 10 Flow chart on optimization procedure of univariate method



(a) hanger cable No. 22

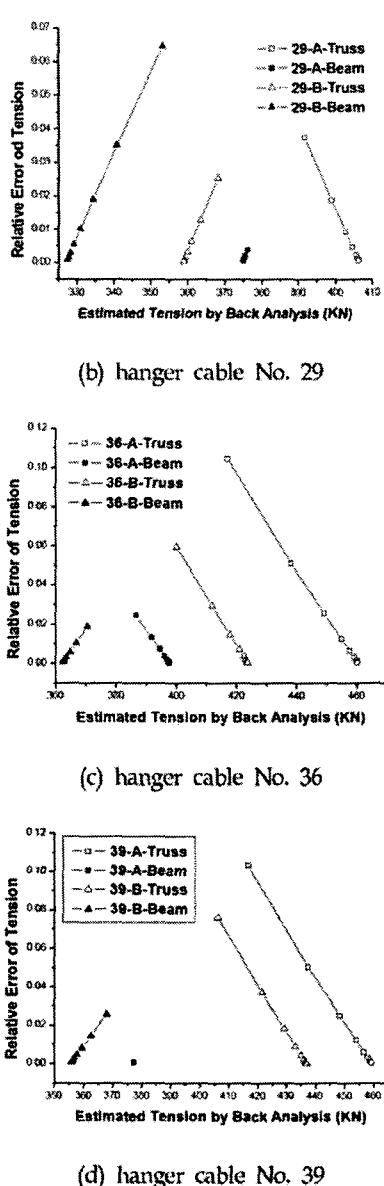


Fig. 11 Estimated tension convergence by back analysis using truss & beam models

Fig. 11에서 보이는 바와 같이 각 헤어케이블 별로 역해석을 수행한 결과, Truss 모델과 Beam 모델이 각각 다른 장력값으로 수렴하고 있다. 역해석 과정에 수치적인 문제가 없다고 가정하면, 헤어케이블을 어떤 요소로 모델링하는 것 이 참값에 수렴하는지에 대한 명확한 판단을 Fig. 11로부터 유도해 낼 수 없다.

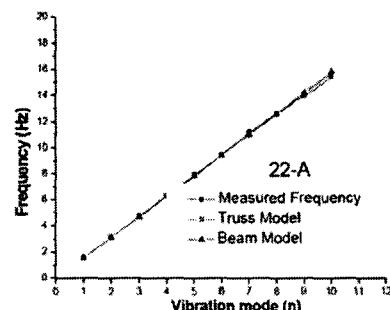
역해석에 의한 헤어케이블 장력의 수렴치는 Table 5와 같이 정리할 수 있다. 그러나 각 케이블 별로 Truss 모델과 Beam 모델의 역해석 결과가 다르게 나타나기 때문에, Fig. 12와 같이 각 케이블 모델의 진동모드별 고유진동수를 계측

진동수와 비교하였다.

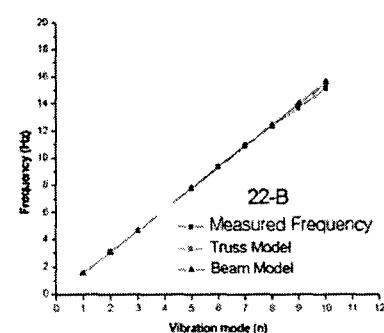
Table 5 Back analysis results of truss and beam models

Cable ID	Cable length (m)	역해석 초기도입 장력값 (kN)	
		Truss Model	Beam Model
22-A	377.685	403.9464	388.6941
22-B		387.5469	372.0409
29-A		406.3433	374.7989
29-B		358.9159	327.4201
36-A		460.4571	397.8215
36-B		423.7153	362.4154
39-A		459.4143	377.3144
39-B		437.0136	355.8146

상기와 같이 각 헤어케이블의 모델링을 통해서 계산된 진동수와 현장에서 측정된 계측진동수를 진동모드별로 비교하면, 길이 10m 미만의 36번과 39번 케이블의 경우에는 명확히 Beam 모델에서 일어진 계산진동수가 계측진동수와 일치하는 경향을 확인할 수 있다. 반면 22번 및 29번 케이블의 경우에는 계측진동수가 펌프성이 지배적이지 않은 Truss 모델의 계산진동수에 근접한 결과를 나타내었다. 따라서 역해석을 통한 장력 추정의 경우 22번 및 29번 케이블은 Truss 모델, 36번 및 39번 케이블은 Beam 모델을 통한 장력 추정값이 신뢰할 수 있는 결과를 보이고 있다.



(a) hanger cable No. 22-A



(b) hanger cable No. 22-B

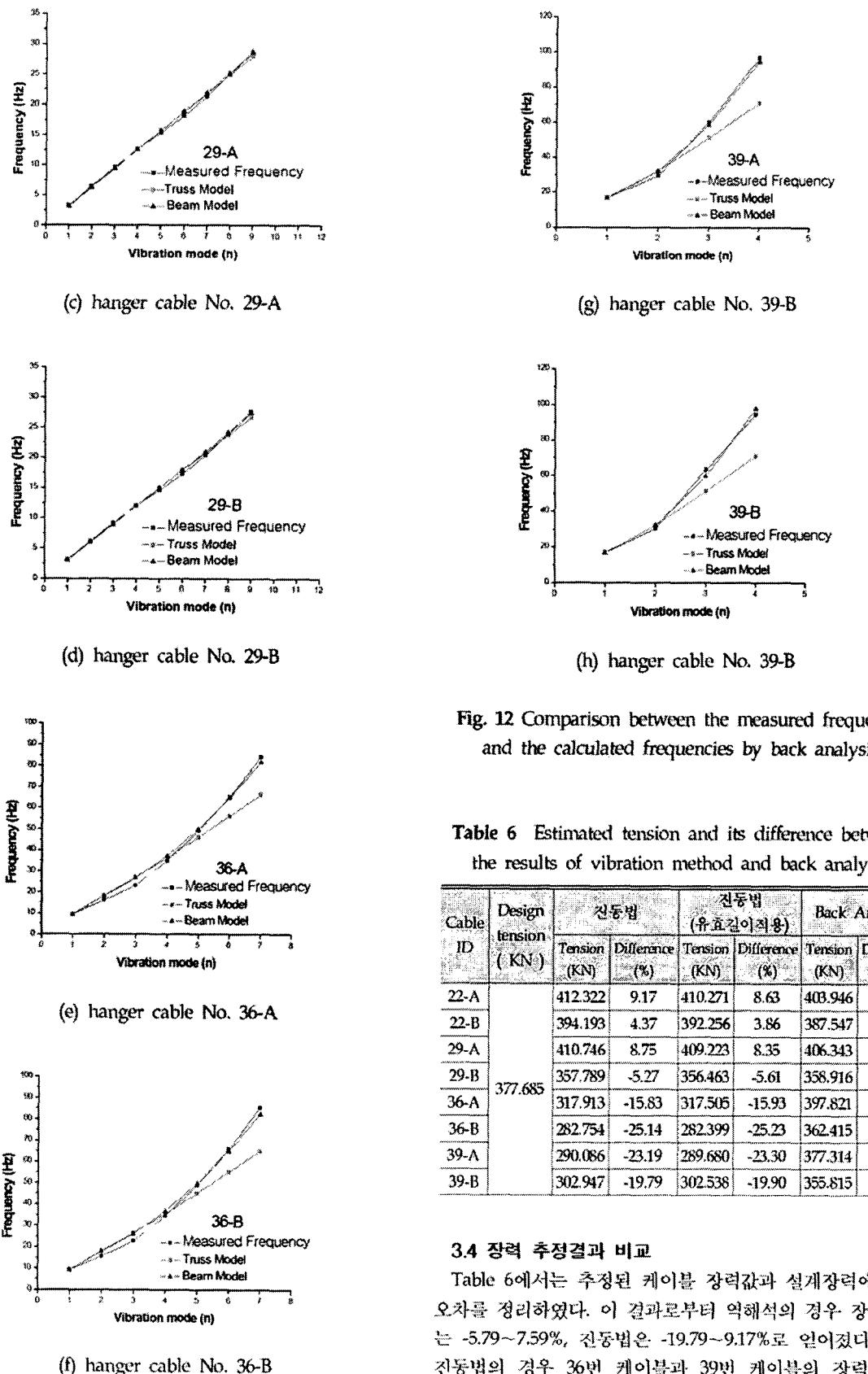


Fig. 12 Comparison between the measured frequencies and the calculated frequencies by back analysis

Table 6 Estimated tension and its difference between the results of vibration method and back analysis

Cable ID	Design tension (KN)	진동법 (유도길이 적용)		Back Analysis			
		Tension (KN)	Difference (%)	Tension (KN)	Difference (%)		
22-A	412.322	9.17	410.271	8.63	403.946	6.95	
22-B	394.193	4.37	392.256	3.86	387.547	2.61	
29-A	410.746	8.75	409.223	8.35	406.343	7.59	
29-B	357.789	-5.27	356.463	-5.61	358.916	-4.97	
36-A	377.685	317.913	-15.83	317.505	-15.93	397.821	5.33
36-B		282.754	-25.14	282.399	-25.23	362.415	-4.04
39-A		290.086	-23.19	289.680	-23.30	377.314	-0.10
39-B		302.947	-19.79	302.538	-19.90	355.815	-5.79

3.4 장력 추정결과 비교

Table 6에서는 주정된 케이블 장력값과 설계장력에 대한 오차를 정리하였다. 이 결과로부터 악해석의 경우 장력차이는 -5.79~7.59%, 진동법은 -19.79~9.17%로 얻어졌다. 특히 진동법의 경우 36번 케이블과 39번 케이블의 장력차이가

크게 나타나므로 10m미만의 짧은 케이블의 경우에는 기존의 진동법보다 역해석에 의한 장력추정이 더 타당하다는 것을 알 수 있다. 비교적 길이가 긴 22번과 29번 케이블의 경우에는 진동법이나 역해석 모두 비교적 유사한 결과를 얻을 수 있기 때문에, 기존의 진동법을 적용하여도 무방하다고 할 수 있다.

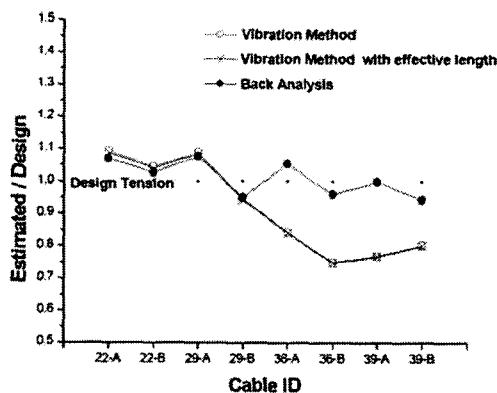


Fig. 13 Tension differences

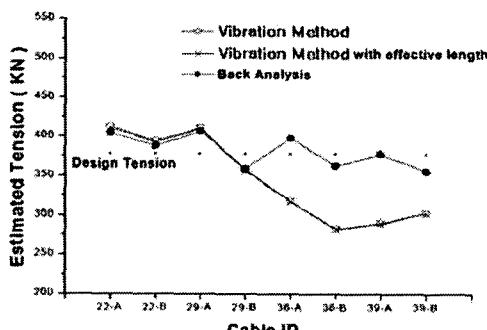


Fig. 14 Estimated tensions

4. 결론

본 논문에서는 진동 유효길이를 정확히 알 수 없는 현수교 행어케이블의 장력을 진동법과 역해석을 통하여 추정하였으며, 이에 대한 결론은 다음과 같다.

22번 및 29번 케이블과 같이 비교적 길이가 긴 케이블의 경우에 진동법은 -5.27%~9.17%, 역해석은 -4.97%~7.59% 범위 내에서 설계장력과 차이를 보이고 있기 때문에 2가지 방법 모두 장력 추정에 타당함을 알 수 있다. 그러나 36번 및 39번 케이블과 같이 길이가 10m 미만의 짧은 케이블의 경우에는 진동법의 경우 -25.14%~-15.83%의 오차를 나타내

이 장력 추정에 적절치 못한 방법으로 판정되었고, 긴 케이블에서 신뢰성을 보여준 역해석 기법의 경우에는 -5.79%~5.33%의 오차로 휨강성이 지배적인 짧은 케이블의 경우에도 역시 케이블 장력을 추정하는데 타당한 기법으로 검증되었다. 따라서 역해석 모델링을 통한 진동모드별 고유진동수의 비교에서 보듯이 짧은 케이블은 휨강성이 지배적이기 때문에, 케이블 운동방정식을 이용하는 기존의 진동법보다는 Beam 모델을 이용한 역해석기법이 케이블 장력추정에 적합한 것으로 판단된다.

후기

이 논문은 2004년도 한국학술진흥재단 협동연구지원사업의 지원에 의하여 연구되었음. (KRF- 2004-042-D00191)

참고문헌

- (1) Zui, H., Shinke, T. and Namita, Y., 1996, Practical Formuls for Estimation of Cable Tension by Vibration Method. ASCE Journal of Structural Engineering 122(6) pp. 651~656
- (2) Shimada, T. 1995, A Study on the Maintenance and Management of the Tension Measurment for the Cable of Bridge. Ph. Dissertation, Kobe University.
- (3) Kim, N. S. and Jeong, W., 2005, Estimation of Tension Forces of Assembly Stay Cables Connected with Massive Anchorage Block. Trans. of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering. Vol.15, No.3, pp.346~353
- (4) Gioda, G. and Maier, G., 1980, Direct Search Solution of an Inverse Problem in Elastoplasticity: Identification of Cohesion, Friction Angle and In-situ Stress by Pressure Tunnel Test. Int. J. Num. Meth. Engineering. 15 : pp. 1823~1848
- (5) Rao, S. S. 1996, Engineering Optimization - Theory and Practice : Wiley - Interscience
- (6) Irvine, M. 1981, Cable Structures. New York : Dover Publications Inc.
- (7) Jeon, Y. S. and Yang, H. S., 2004, Development of Back Analysis Algorithm Using FLAC. Int. J. of Rock Mech. and Min. 41: pp. 441~442