

수평가이드에 충돌하는 유연매체의 거동에 관한 연구 Study on the flexible media behavior impacting on the horizontal guide

지중근†·홍성권*·장용훈**·박노철***·박영필****

Jung-Geun Jee, Sung-Kwon Hong, Yong-Hoon Jang, No-Cheol Park, Young-Pil Park

Key Words : Co-rotational, Updated Newton-Raphson, Newmark Integration

ABSTRACT

In the development of sheet-handling machinery, it is important to predict the static and dynamic behavior of the sheets with a high degree of reliability because the sheets are fed and stacked at such a high speed. Flexible media behaves geometric nonlinearity of large displacement and small strain. In this paper, static and dynamic analyses of flexible media are performed by FEM considering geometric nonlinearity. Linear stiffness matrix and geometric nonlinear stiffness matrix based on the Co-rotational(CR) approach are derived and numerical simulations are performed by Updated Newton-Raphson(UNR) method and Newmark integration scheme.

1. 서론

복사기, 팩시밀리, 프린터, 카메라, ATM 등 유연매체를 사용하는 다양한 사무자동화 기기들이 널리 보급되고 있으며, 고속화 정밀화 추세를 보이고 있다. 이러한 기기에서 피딩(Feeding) 시스템은 중요한 역할을 담당하고 있으며, 반송시에 발생할 수 있는 체류와 잦의 예측은 피딩 기구를 설계하는데 있어서 중요한 인자라 할 수 있다. 유연매체는 대변형, 소변형률의 기하비선형 거동을 보이며, 이러한 비선형 빔 구조물의 수식화를 위하여 Total Lagrangian(TL)방법과 Updated Lagrangian(UL)방법 그리고 Co-rotational(CR)방법이 사용되며 비선형 문제의 해를 얻기 위해서는 Incremental-iterative 방법을 적용한 Full Newton-Raphson 법과 Updated Newton-Raphson 법이 사용된다. 본 연구에서는 Euler Bernoulli 빔 요소를 이용하여 Co-rotational 방

법을 이용하여 강성행렬과 질량행렬을 유도하고, Updated Newton-Raphson(UNR)방법을 이용하여 시뮬레이션을 수행하였다.

2. Co-Rotational 방법

본 절에서는 내력 벡터와 강성행렬의 국부좌표에서와 전체좌표에서의 관계를 유도한다.

2.1 빔의 운동학

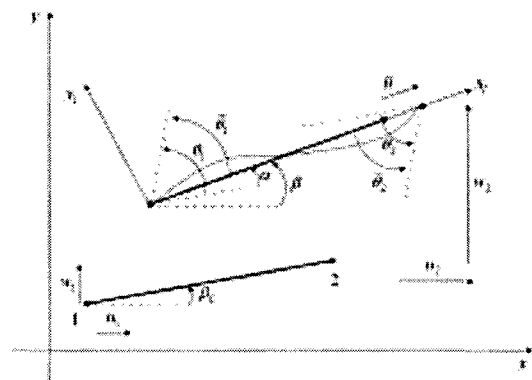


Fig. 1 Co-rotational formulation : beam kinematics
여기서 사용된 기호들은 Fig.1 에 정의되어 있다. 전체좌표계 (x, y) 에서의 절점 1 과 2 는 (x_1, y_1) 와 (x_2, y_2) 이다. 전체좌표계에서의 변위 벡터는 다음과 같이 정의된다.

† 연세대학교 기계공학과
E-mail : jj7315@honmail.net
Tel : (02) 2123-4677, Fax : (02) 365-8460
* 연세대학교 기계공학과
** 연세대학교 기계공학과 조교수
*** 연세대학교 정보저장기기 협동과정 부교수
**** 연세대학교 기계공학부 정교수

$$p_g = [u_1 \quad w_1 \quad \theta_1 \quad u_2 \quad w_2 \quad \theta_2]^T \quad (2.1)$$

국부좌표계에서의 변위벡터는 다음과 같다.

$$p_l = [\bar{u} \quad \bar{\theta}_1 \quad \bar{\theta}_2]^T \quad (2.2)$$

p_l 의 요소는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \bar{u} &= l_n - l_0 \\ \bar{\theta}_1 &= \theta_1 - \alpha \\ \bar{\theta}_2 &= \theta_2 - \alpha \end{aligned} \quad (2.3)$$

위 식에서 l_n 과 l_0 는 초기와 현재의 요소 길이를 나타낸다.

$$\begin{aligned} l_0 &= [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]^{1/2} \\ l_n &= [(x_2 - x_1 + u_2 - u_1)^2 + (y_2 - y_1 + w_2 - w_1)^2]^{1/2} \end{aligned} \quad (2.4)$$

그리고 α 는 강체회전을 나타내며 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= c_0 s - s_0 c \\ \cos \alpha &= c_0 s + s_0 c \end{aligned} \quad (2.5)$$

여기서

$$\begin{aligned} c_0 &= \cos \beta_0 = \frac{1}{l_0} (x_2 - x_1) \\ s_0 &= \sin \beta_0 = \frac{1}{l_0} (y_2 - y_1) \\ c &= \cos \beta = \frac{1}{l_n} (x_2 - x_1 + u_2 - u_1) \\ s &= \sin \beta = \frac{1}{l_n} (y_2 - y_1 + w_2 - w_1) \end{aligned} \quad (2.6)$$

여기서 $|\alpha| < \pi$ 이며, α 는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \alpha &= \sin^{-1}(\sin \alpha) && \text{if } \sin \alpha \geq 0 \text{ and } \cos \alpha \geq 0 \\ \alpha &= \cos^{-1}(\cos \alpha) && \text{if } \sin \alpha \geq 0 \text{ and } \cos \alpha < 0 \\ \alpha &= \sin^{-1}(\sin \alpha) && \text{if } \sin \alpha < 0 \text{ and } \cos \alpha \geq 0 \\ \alpha &= -\cos^{-1}(\cos \alpha) && \text{if } \sin \alpha < 0 \text{ and } \cos \alpha < 0 \end{aligned}$$

2.2 가상변위

가상변위는 식 (2.3)을 미분함으로써 얻어진다.

$$\begin{aligned} \delta \bar{u} &= c(\delta u_2 - \delta u_1) + s(\delta w_2 - \delta w_1) = \\ & [-c \quad -s \quad 0 \quad c \quad s \quad 0] \delta p_g \\ \delta \bar{\theta}_1 &= \delta \theta_1 - \delta \alpha = \delta \theta_1 - \delta \beta \quad (\alpha = \beta - \beta_0) \\ \delta \bar{\theta}_2 &= \delta \theta_2 - \delta \alpha = \delta \theta_2 - \delta \beta \end{aligned} \quad (2.7)$$

또한, $\delta \beta$ 는 식(2.6)의 네 번째 식을 미분함으로써 계산된다.

$$\delta \beta = \frac{1}{c l_n^2} \left[(\delta w_2 - \delta w_1) l_n - (y_2 - y_1 + w_2 - w_1) \delta l_n \right] \quad (2.8)$$

여기서 $\delta l_n = \delta \bar{u}$ 는 식 (2.7)에 의해 주어진다.

식 (2.6)을 이용하면, $\delta \beta$ 는 다음과 같이 변형된다.

$$\delta \beta = \frac{1}{c l_n} \left[(\delta w_2 - \delta w_1) - s c (\delta u_2 - \delta u_1) - s^2 (\delta w_2 - \delta w_1) \right] \quad (2.9)$$

위 식을 단순화 하면 다음과 같다.

$$\delta \beta = \frac{1}{l_n} [s \quad -c \quad 0 \quad -s \quad c \quad 0] \delta p_g \quad (2.10)$$

따라서 변환행렬 B 가 다음과 같이 정의되고

$$\delta p_l = B \delta p_g \quad (2.11)$$

아래 식으로 주어진다.

$$B = \begin{bmatrix} -c & s & 0 & c & s & 0 \\ -s/l_n & c/l_n & 1 & s/l_n & -c/l_n & 0 \\ -s/l_n & c/l_n & 0 & s/l_n & -c/l_n & 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

2.3 내력

국부좌표계에서의 내력 f_l 과 전체좌표계에서의 내력 f_g 의 관계는 국부좌표계에서의 가상일과 전체좌표계에서의 가상일이 같다는 식으로부터 얻어진다.

$$V = \delta p_g^T f_g = \delta p_l^T f_l = \delta p_g^T B^T f_l \quad (2.13)$$

식 (2.13)은 임의의 δp_g 에 대해서 적용되어지고 따라서 전체좌표계에서의 f_g 는 다음과 같이 주어진다.

$$f_g = B^T f_l \quad (2.14)$$

여기서 내력 벡터 $f_l = [N \quad M_1 \quad M_2]^T$ 은 요소의 정의에 무관하다.

2.4 Tangent stiffness 행렬

전체좌표계에서의 tangent stiffness 행렬 K_g 는 다음과 같이 정의되며

$$\delta f_g = K_g \delta p_g \quad (2.15)$$

식 (2.14)를 미분함으로써 얻어진다.

$$\delta f_g = B^T \delta f_l + N \delta b_1 + M_1 \delta b_2 + M_2 \delta b_2 \quad (2.16)$$

여기서, b_2 는 B^T 의 두 번째 열이 된다. 다음과

같은 기호를 도입하고

$$\begin{aligned} r &= [-c \quad s \quad 0 \quad c \quad s \quad 0]^T \\ z &= [s \quad -c \quad 0 \quad -s \quad c \quad 0]^T \end{aligned} \quad (2.17)$$

미분을 통하여 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \delta r &= z \delta \beta \\ \delta z &= -r \delta \beta \end{aligned} \quad (2.18)$$

식(2.7) 과 식 (2.10)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta \bar{u} &= \delta l_n = r^T \delta p_g \\ \delta \beta &= \frac{z^T}{l_n} \delta p_g \end{aligned} \quad (2.19)$$

다음과 같은 기호를 이용하여

$$\begin{aligned} b_1 &= r \\ b_2 &= [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T - \frac{z}{l_n} \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$b_3 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T - \frac{z}{l_n}$$

각각을 미분 함으로써 다음 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \delta b_1 &= \delta r = \frac{z z^T}{l_n} \delta p_g \\ \delta b_2 &= \delta b_3 = -\frac{\delta z}{l_n} + \frac{z \delta l_n}{l_n^2} \\ &= \frac{1}{l_n^2} (r z^T + z r^T) \delta p_g \end{aligned} \quad (2.21)$$

식 (2.16)의 첫 항은 국부좌표계에서의 tangent stiffness 행렬 K_l 을 도입하여 계산되고 요소의 정의에 따라 달라지며,

$$\delta f_l = K_l \delta p_l = K_l B \delta p_g \quad (2.22)$$

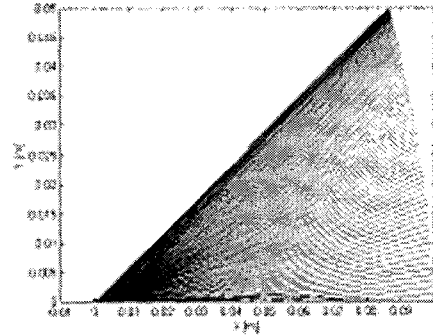
식(2.15), (2.16), (2.20)과 (2.21)로부터, 전체좌표계에서의 tangent stiffness 행렬이 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} K_g &= B^T K_l B + \frac{z z^T}{l_n} N \\ &\quad + \frac{1}{l_n^2} (r z^T + z r^T) (M_1 + M_2) \end{aligned} \quad (2.23)$$

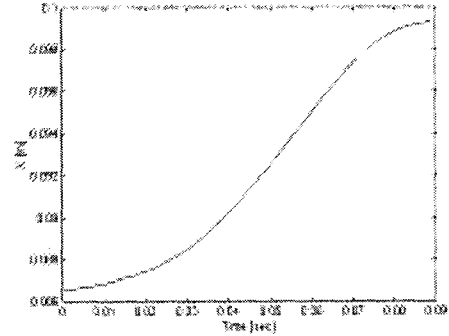
식 (2.14)와 식(2.23)은 국부좌표계에서의 내력 f_l 과 tangent stiffness 행렬 K_l 그리고 전체 좌표계에서의 내력 f_g 와 tangent stiffness 행렬 K_g 의 관계를 나타낸다. 이러한 관계는 국부좌표에서의 요소의 정의에 무관하다.

3. Simulation 결과

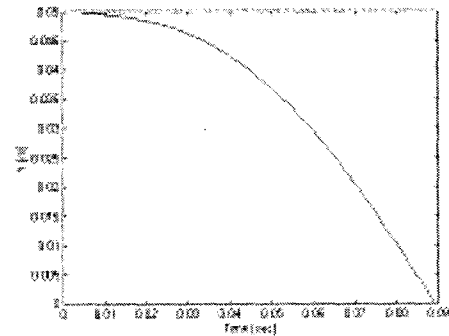
앞에서 구한 강성행렬과 빔의 질량행렬을 이용



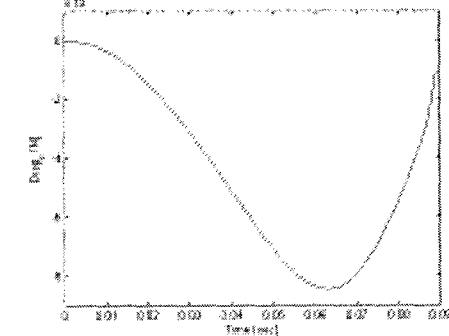
(a)



(b)



(c)



(d)

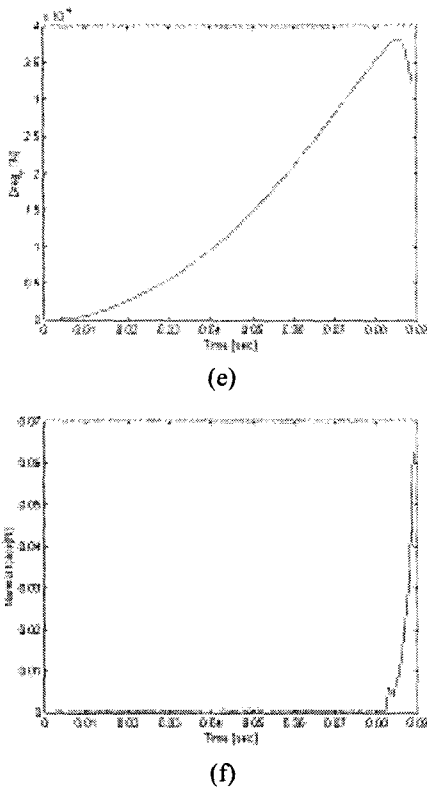


Fig. 2 Simulation results of a sheet impacting on the horizontal guide

하여 종이가 경사각을 가지고 떨어질 때를 시뮬레이션하였다. 여기서는 바닥과 종이의 마찰계수를 0.2을 하였으며 공기 중을 움직이면서 받는 공기의 영향력은 항력만을 고려하였다. 위 그림에서 (a)는 종이가 떨어질 때의 형상을 나타낸 것이고 (b)와 (c)는 끝단의 궤적을 나타낸 것이며 (d)와 (e)는 x 와 y 방향의 항력의 총합을 나타낸 것이고 (f)는 수평가이드에서 받는 힘을 나타낸 것이다.

4. 결론

종이가 경사각을 가지고 수평면 위에 떨어질 때를 CR 방법과 UNR 방법 그리고 Newmark 방법을 이용하여 시뮬레이션 해 보았다. 시뮬레이션을 통해서 항력의 x 성분은 서서히 증가하다가 줄어들고 y 성분은 종이가 완전히 떨어질 때까지 계속 증가함을 보였다. 종이가 바닥으로부터 받는 반력은 종이의 끝단이 바닥에 부딪힐 때 갑자기 증가함을 보였다.

후 기

본 연구는 산업자원부 부품소재 개발사업단의

“환류식 지폐 입출금 장치 개발” (10012150) 과제를 맡은 (주)노틸러스효성의 위탁과제인 “유연 매체의 거동 해석 및 제어”를 수행하면서 얻어진 결과이며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Wen Yi Lin and Kuo Mo Hsiao, 2001, "Co-rotational formulation for geometric nonlinear analysis of doubly symmetric thin_walled beams", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.190, pp.6023-6052.
- (2) K. Behdinan, M.C. Stylianou and B. Tabarrok, 1998, "Co-rotational dynamic analysis of flexible beams", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.154, pp.151-161.
- (3) U. Galvanetto and M.A. Crisfield, 1996, "An energy-conserving co-rotational procedure for the dynamics of planar beam structures", *Int. J. Numer. Methods Engrg.*, Vol. 39, pp.2265-2282.
- (4) H.A. Elkaranshawy and M.A. Dokainish, 1995, "Corotational finite element analysis of planar flexible multibody systems", *Computers & Structures*, Vol. 54, No.5, pp. 881-890.
- (5) M.A. Crisfield, 1990, "A consistent co-rotational formulation for non-linear, three-dimensional, beam-elements", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 81, pp.131-150.
- (6) Kuo-Mo Hsiao, Horng-Jann Horng and Yeh-Ren Chen, 1987, "A corotational procedure that handles large rotations of spatial beam structures", *Computers & Structures*, Vol.27, No.6, pp.769-781.