

자유도 저감법을 이용한 자동차 배기시스템의 밸로우즈 진동해석

A Vibration Analysis Model for Bellows in the Vehicle Exhaust System
Using Method of Reduced Degree of Freedom

심동혁† · 김대현* · 최명진**

Dong Hyouk Shim, Dae Hyun Kim and Myung Jin Choi

Key Words : Bellows(밸로우즈), Equivalent Stiffness Matrix(등가강성행렬), Vibration Analysis(진동해석), Exhaust System
(배기시스템), Non-Structural Node(비구조적 절점), FEM(유한요소해석), Guyan Reduction(구조저감법)

ABSTRACT

The focus of this study is modeling technique for a bellows in vehicle exhaust system. Bellows was developed using the finite element model by replacing with the equivalent beam. The equivalent beam model were studied in detail.

Non-structural node in the cross section of original model is given to expressing their motion. Equivalent mass matrix and stiffness matrix calculated using Guyan reduction method. Material properties of beam was obtained from the direct comparison between equivalent model and that of Timoshenko beam model.

The calculated natural frequencies and mode shape are compared with the reference results and coincided well. The results were compared with the confirmed results, which were in good agreement.

1. 서 론

수송 기계용 배기시스템이나 산업 기계용 배관시스템 등에서 쓰이고 있는 벌로우즈(Bellows)는 주로 진동, 소음이나 열변형을 흡수할 목적으로 사용되고 있다. 특히 자동차 배기시스템(Exhaust system)에서 벌로우즈는 파워 플랜트 계 및 엔진공회전(Idle)시 관성력의 불균형이나 토크 변동에 의해 발생되는 진동 및 소음을 저감시키고, 주행 중에 노면으로부터 발생시키는 진동을 흡수하여 승차감 향상은 물론 배기시스템의 내구성을 향상시키는데 사용되고 있다.

밸로우즈는 여러 개의 파형(Convolution)을 갖는 유연한

셀(Flexible shell)구조로 이루어져 있으며, 형상에 따라서 통상 U형,S형, Multi-Ply형 으로 나눌 수 있다. 이중 자동차 배기시스템으로는 U형이 많이 쓰이고 있다.

이러한 구조는 모델링시 많은 요소로 Meshing하게 되므로 전체 시스템에서 벌로우즈와 같은 작은 부분에 의해서 전체의 해석시간이 길어지며. 시스템의 디자인 변경의 영향을 연구할 때나, 많은 시뮬레이션을 시행함에 있어 Shell모델은 계산량과 해석시간을 증대시키는 부정적인 역할을하게 된다.

밸로우즈는 해석시 대표되는 EJMA(Expansion Joint Manufacturers Association)에 기술된 Formulate를 이용한 방법이나 이를 수정한 이론을 바탕으로 해석이 이루어지고 있고, 현장에서 적용되어 왔다.(14) 그러나 EJMA의 Formulate는 축하중에 대한 stress와 stiffness에서 대략 20%안에서 정확도를 보이고 있으며, 비틀림에 대한 언급은 되지 않았다.(2)

자동차 배기 시스템 해석에 대한 최근 연구동향을 살펴보면 벌로우즈에 대한 간편하고 실용적인 유한요소 모델 개발

* 경희대학교 대학원 기계공학과
E-mail : whtec@hanmail.net
Tel : (031) 201-2893, Fax : (031) 202-8106

** (주)한화

*** 경희대학교 테크노공학대학

에 많은 관심이 집중되고 있다.(3)-(12) 벨로우즈는 일반적으로 집중질량요소(Concentrated mass)와 스프링요소(Spring)를 사용하거나, 등가 보요소(Equivalent beam), 또는 원추대요소(Conical shell element)등을 사용하여 모델링되고 있다. 이중에서 등가 보요소는 모델구성과 설계변경 등의 용이성으로 인하여 점차 그 활용도가 높아지고 있는 실정이다.

1964년 Anderson (9)-(10)의 논문에서 처음으로 Shell Model을 단순한 등가의 Beam Model로써 해결방안을 제시하였다. 허덕재(5) 등은 벨로우즈를 스프링(Spring)요소로의 단순화된 모델링시 질량효과를 적용하여 해석을 실시하였으나 타당성 있는 해석근거를 제시하지 못하였다. 이장명(11) 등은 등방성 웰의 특성 방정식과 전단변형의 영향을 고려한 Timoshenko보의 특성방정식을 이용하여 관심주파수대에서 전단수정계수를 고려하여 등가 beam으로 해석을 실시하였으나 주파수 응답까지 고려해야 하는 복잡함이 따른다. 이영신(4)은 축 방향과 횡 방향 강성 및 수정계수를 고려하여 제안하였다. 그러나 수정계수를 실험과 유한요소해석 결과를 토대로 구해야 하는 절차를 거쳐야 했다.

본 논문에서는 벨로우즈와 동일한 동역학적 특성을 갖는 등가 보를 구성하기 위한 등가질량행렬(Equivalent mass Matrix)과 등가강성행렬(Equivalent stiffness Matrix)을 자유도 저감 개념을 적용하여 검증된 상용유한요소프로그램을 이용하여 구하고, 알맞은 보 이론을 적용하여 벨로우즈의 고유진동수를 해석함으로써 동역학적으로 단순화된 간편하고 합리적인 해석방법을 제시하고자 한다. 이 결과를 참고문현상의 값들과 비교함으로써 검증을 시도하였다.

2. 벨로우즈 동적 모델링

2.1 벨로우즈의 구성

벨로우즈는 크게 Cap, Braid, Convoultion(주름)부분의 세 부분으로 구성되어 있으며, 전체그림은 Fig.1에 나타나 있다.

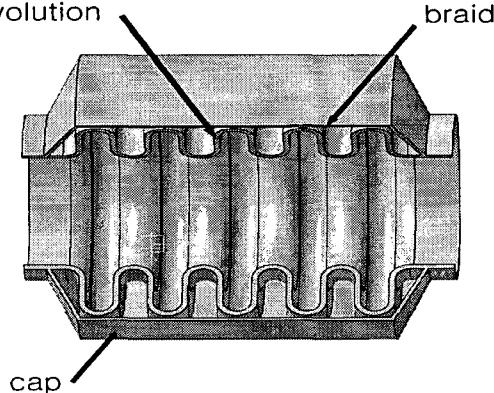


Fig. 1 Block Bellows in the Exhaust system

다. 모델링시 Cap과 Braid에 대해서는 고려하지 않았다. 특히 Braid는 비선형적인 거동¹을 보이고 있어, 본 논문에서는 탄성영역 내에서 선형적인 거동을 보이는 Convolution부분만을 고려하여 해석을 실시하였다.

2.2 해석 모델의 구성

벨로우즈처럼 기하학적 형상이 복잡한 웰 형태의 요소는 해석 모델에 있어서 수학적인 전개나 실제 물체 그대로를 이용하여 등가행렬들을 추출하기는 어려울뿐더러 복잡한 과정을 거쳐야 한다. 또한 등가의 모델 구성은 반드시 동역학적으로 같은 모델이어야 한다. 다시 말해서 변형에너지와 운동에너지가 같은 모델을 구성하는 것이다. 이를 위해서는 다음과 같은 특성이 고려되어야 한다.

①전체의 Mass가 같고, Kinetic Energy가 같아야 한다.

즉, $[x]^T [M] [x] = [x]^T [M^*] [x]$ 이 성립해야 한다.

②Mass Center가 같아야 한다.

③Potential Energy가 같아야 한다.

즉, $[x]^T [K] [x] = [x]^T [K^*] [x]$

여기서 $[x]$ 는 요소 분할된 경우의 절점 변위이고, $[x]$ 는 자유도 저감법을 이용하여 모델의 자유도를 줄였을 때의 절점 변위이다.

2.3 등가강성행렬의 구성

벨로우즈의 등가강성행렬들을 추출하기 위하여 자유도 저감개념을 이용하였다. 이 개념은 벨로우즈모델에서 비독립적(종속적)인 자유도를 하나의 독립적인 자유도로 나타냄으로써 계산되는 자유도의 개수를 줄이는 방법을 말한다. 그러므로 독립자유도가 결정되면 종속적 자유도의 거동도 알 수 있다.

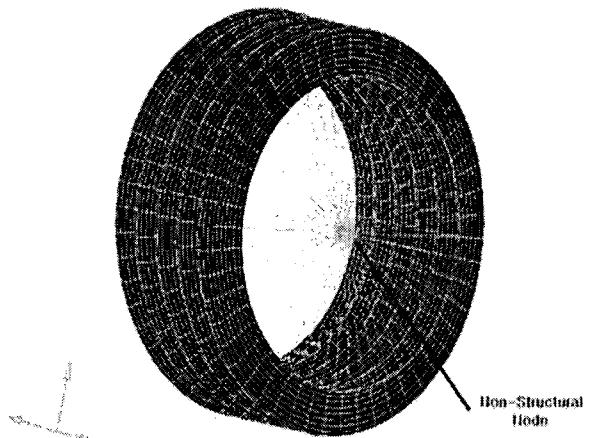


Fig. 2 Shell Model for Non-structural Node

이 방법을 적용하기 위하여 Fig. 2과 같은 Shell로 모델링된 벨로우즈에서 Convolution의 단면에 비구조적 절점(Non-Structural Node)을 단면 중심에 Rigid bar로써 연결한다.

이 점은 보 이론에 적용하기 위한 끝단 절점이 된다. 여기서 적용하기 위한 보이론으로는 벨로우즈가 길이에 비해 반경이 크고 전단력을 고려할 때 Extended Timoshenko Beam이론이 타당하다고 판단된다.

독립 자유도(비구조적 절점)의 거동은 Guyan Reduction(15)으로 알려진 자유도 저감법을 이용하여 종속 자유도를 소거함으로써 구할 수 있다. 적용된 이론은 다음과 같다.

$$[M][\ddot{x}] + [K][x] = [0] \quad (1)$$

식(1)과 같은 진동 방정식을 고려할 때 전체 자유도를, 소거하고자 하는 종속 자유도계를 X_a 라 하고, 보존하고자 하는 해석 자유도(독립 자유도)계를 X_b 으로 하여, 두 부분으로 나누면 전체 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} M_{aa} & M_{ab} \\ M_{ba} & M_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_a \\ \ddot{X}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ab} \\ K_{ba} & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \end{bmatrix} = [0] \quad (2)$$

위 식을 전개하면,

$$M_{aa}\ddot{X}_a + M_{ab}\ddot{X}_b + K_{aa}X_a + K_{ab}X_b = 0 \quad (3)$$

이 때, 위의 식에서 두 자유도 X_a 과 X_b 사이의 관계에 관성량이 영향을 미치지 않는다고 가정하면, 다음과 같다.

$$K_{aa}X_a + K_{ab}X_b = 0 \quad (4)$$

X_a 에 대해서 풀면,

$$X_a = -K_{aa}^{-1}K_{ab}X_b \quad (5)$$

따라서,

$$X = \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_{aa}^{-1}K_{ab} \\ I \end{bmatrix} X_b = \begin{bmatrix} R_{ab} \\ I \end{bmatrix} X_b = RX_b \quad (6)$$

계의 정·동적 에너지는 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \dot{X}^T X, \quad U = \frac{1}{2} X^T K X \quad (7)$$

식(6)를 식(7)에 대입하면,

$$T = \frac{1}{2} \dot{X}_b^T M^R \dot{X}_b, \quad U = \frac{1}{2} X_b^T K^R X_b \quad (8)$$

여기서,

$$M^R = R^T M R, \quad K^R = R^T K R \quad (9)$$

식(9)를 Lagrange의 운동방정식에 대입하면 다음과 같

은 결과를 얻는다.

$$M^R \ddot{X}_b + K^R X_b = [0] \quad (10)$$

여기서는 등가강성행렬들을 추출하기 위하여 상용 유한요소프로그램인 MSC/NASTRAN의 DMAP Command를 이용하여 구하였다.(13)

이와 같이 Guyan Reduction(15)을 이용하여 추출된 비구조적 절점의 등가강성행렬과 Extended Timoshenko Beam의 이론(Fig. 4,5)에서의 강성행렬을 직접 비교함으로써 등가된 보의 구조적 물성치(Property)를 구할 수 있으며, 구해진 물성치를 빔에 대한 유한요소 모델에 대입해서 해석을 실시한다. 여기서 지면상 beam이론에 대한 내용은 생략하였다.(17)

이러한 과정을 통해서 Shell모델로 구성된 벨로우즈를 간단한 방법을 통해서 1차원 빔 모델로 해석 할 수 있게 된다.

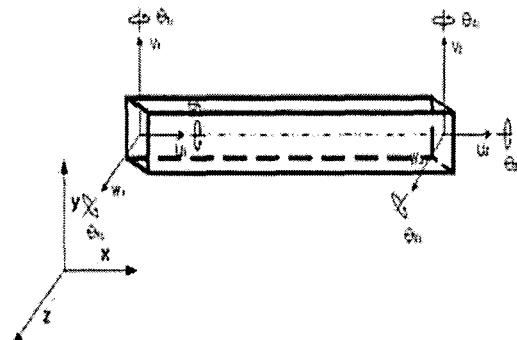


Fig. 3 Equivalent Extended Timoshenko Beam Model

$$[E] = \begin{bmatrix} \frac{EI}{L} & \frac{12EI}{L^3(1+\theta_e)} & 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\theta_e)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6J}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^3(1+\theta_e)} & 0 & \frac{(4+\theta_e)EI}{L^3(1+\theta_e)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^3(1+\theta_e)} & 0 & 0 & 0 & \frac{(4+\theta_e)EI}{L^3(1+\theta_e)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6EI}{L^3(1+\theta_e)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\theta_e)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^3(1+\theta_e)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\theta_e)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^3(1+\theta_e)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6J}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^3(1+\theta_e)} & 0 & \frac{(2-\theta_e)EI}{L^3(1+\theta_e)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^3(1+\theta_e)} \\ 0 & \frac{6EI}{L^3(1+\theta_e)} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(2-\theta_e)EI}{L^3(1+\theta_e)} & 0 & -\frac{6EI}{L^3(1+\theta_e)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(4+\theta_e)EI}{L^3(1+\theta_e)} \end{bmatrix}$$

Fig. 4 Stiffness Matrix for Extended Timoshenko Beam

3. 결과 및 검증

해석모델에 대한 정확성과 타당성의 수치적 검증을 위해서, 본 연구에서의 자유도 저감법을 이용하여 구성한 해석모델과 참고문헌의 모델(Fig. 5), 3차원의 유한요소 모델을 통해 비교검증을 실시하였다.(3) 각 모델은 6차까지의 고유진동수를 구하였고 이때 고유치를 구하는 방법으로 Lanczos Method를 사용하였다.

비교모델로써 벨로우즈의 재료는 SUS304(Stainless steel)를 사용하였으며, 재질에 대한 특성값은 Table.1에 제시되어 있는 바와 같다.

Convoulution증가에 따른 축 방향 모드와 횡 방향 모드의 고유진동수 변화에 대해 참고문헌 비교한 결과를 Fig. 7,8에 표시하였다.(3)

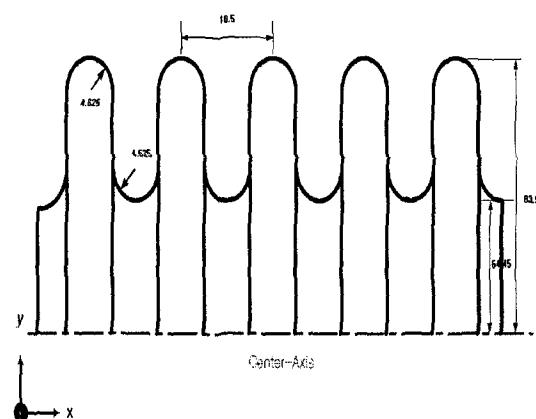


Fig. 5 Analysis model for bellows(3)

Table. 1 The material properties of bellows(SUS304)

Label	Definition	Values(Unit)
E	Modulus of elasticity	193 GPA
ρ	Mass density	8026 kg/m ³
ν	Possion's ratio	0.3
t	Thickness	0.51 mm

Table. 2 Natural Frequency of bellows

Natural Frequency of bellows			
Mode	3D element(HZ)	Present	Error(%)
1	117.3	119.5	1.9
2	117.3	119.5	1.9
3	145.8	149.3	2.4
4	375.4	387.2	3.1
5	375.4	387.2	3.1
6	443.7	453.6	2.2

검증에 사용된 모델은 Fig. 6과 같으며 5개의 주름을 가진 벨로우즈다. 이를 이용하여 본 논문에서 추출된 물성치를 바탕으로 10개의 요소를 가진 등가 범으로 구성하였으며, 등가 범의 고유진동수 해석에는 상용 유한요소 프로그램을 사용하였다. 요소는 10~30까지로 변화시켰으나 오차범위가 3% 이내로 비교적 작아 검증에서는 10개의 요소를 가진 등가 범으로 고려하였다. 이에 대한 3차원 유한요소 모델과의 비교결과를 Table. 2에 나타내었다.

위 결과에서처럼 오차는 수용할 수 있는 범위에 있으며, 참고문헌과의 비교 결과에서 알 수 있듯이 Convolution이 증가할 수록 고유진동수 변화는 일치하는 경향을 보인다. 또한 길이가 늘어날수록 범 이론이 잘 적용됨을 알 수 있다.

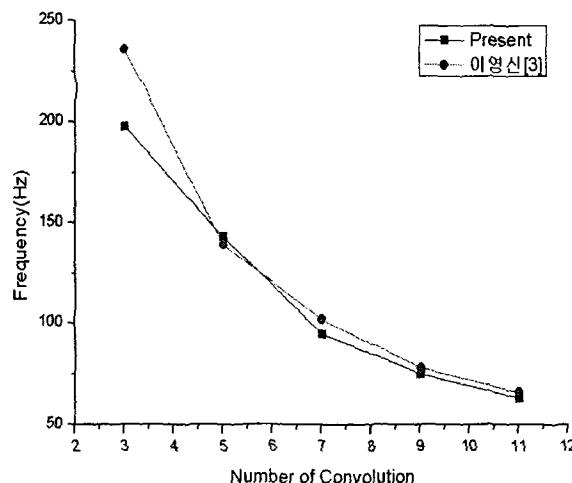


Fig. 7 Natural Frequency according to Number of Convolution(Axial Mode)

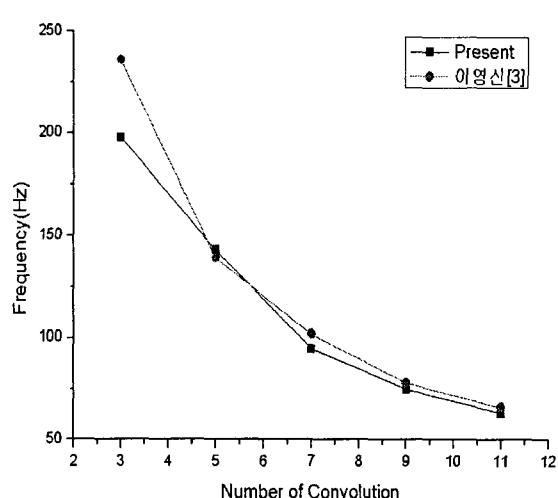


Fig. 8 Natural Frequency according to Number of Convolution(Lateral Mode)

따라서 본 논문에서 제안된 해석 모델은 유용하다는 것을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 벨로우즈의 진동해석을 위하여 복잡한 Shell모델에서 자유도 저감법을 사용하여 등가강성행렬을 추출하고, 이를 이용해 구조적 물성치를 계산하여 간단한 1차원 Beam 모델을 구성하였다.

이는 기존의 문헌들에서 나타난 것처럼 복잡한 수식의 전개를 통한 모델을 구성 후 등가 빔을 구성하는 것보다 그 신뢰성이 검증된 상용 유한요소프로그램을 이용한 일련의 등가 빔 구성 방법이 효율적이고 간단한 방법임을 알 수 있었다.

이 결과를 이용하여 산업 플랜트에서의 배관계나 자동차 배기시스템의 전체에 적용할 경우 모델링에 있어서의 간편함과 해석시간의 단축을 동시에 가져 올 수 있을 것을 판단된다.

참 고 문 헌

- (1) G.I.Bromann, A.P.Johnson, M.P.Hermann, "Determining dynamic Characteristics of bellows by manipulated beam finite element od commercial software", International Journal of Pressure Vessels and

Piping Vol. 77, pp. 445~453, 2000.

(2) Morishita M., Lkahata. N., Kitamura. S., "Simplified Dynamic Analysis Methods for Metallic Bellows Expansion Joints", Transaction of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 113, pp.504~510, 1991

(3) 이영신, 윤기식, "벨로우즈의 고유진동수 해석 및 간편식 개발에 관한 연구", 한국자동차공학회 춘계학술대회, pp. 456~461, 1994

(4) 허덕재, 김병곤, 최석환, "CAE를 이용한 대형 배기계의 구조적 특성에 관한 연구", 한국자동차공학회 춘계학술대회, pp. 413~432, 1994

(5) 강신범, "자동차 배기계용 벨로우즈의 최적장착 위치 및 스프링 상수 결정", 한양대학교 석사학위 논문, 1996

(6) 고병갑, 박경진, "벨로우즈에 대한 유한요소해석프로그램 및 간편식의 개발과 형상체적설계, 대한기계학회논문집(A) 제21권 제8호, pp. 1195~1208, 1997

(7) V.F.Jakubauskas and D.S.Weaver, "Transverse vibrations of bellows expansion joints. Part II: Beam model development and Experimental verification", Journal of Fluids and Structures, 1998

(8) Anderson WF., "Analysis of stresses in bellows - part I design criteria and test results", Atomic International, NAA-SR-4527, United States Atomic Energy Commission, 1964

(9) Anderson WF., "Analysis of stresses in bellows - part II mathematical", Atomic International, NAA-SR-4527, United States Atomic Energy Commission, 1965

(10) 김봉수, 강성종, "엔진 배기계 Idling 진동특성 연구", 한국자동차공학회 추계학술대회, pp. 497~505, 1992

(11) 이장명, 박성태, 김상호, "배기계 모델링 검증을 위한 주파수 응답 함수의 응용", 한국소음진동학회지 제7권 제6호, pp.1049~1058, 1997

(12) Y.Y.Kim J.M.Lee 외 5인, "A Simple and Effective Modelling Technique For Car Exhaust System", FISISTA 97, COPYRIGHT 1996 CSAT, Czech Republic

(13) MSC/NASTRAN Handbook for Numerical Methods, Louis Komzsik, The Macneal Schwe-nler Corporation, 1990

(14) EJMA, 1993, "Standards of the Expansion Joint Model. Assoc. 6th edition , Tarrytown, NY

(15) R.J.Guyan, "Reduction of Stiffness and Mass Matrices", AIAA Journal, Vlo.3, no2, pp.380, 1965

(16) 이봉훈, "유한요소법 핸드북", 동화기술, 1991

(17) 유용석, "복합재료 회전익의 정·동적 거동에 관한 연구", 경희대학교 박사학위논문, 2001.2