

구조합성법을 이용한 탄성마운트지지 구조물의 최적설계

Optimal Design for Resilient-Mounted Structures Using Structural Synthesis Method

이승영†·문석준*·김병현*·이상갑**

Seung-Young Lee, Seok-Jun Moon, Byung-Hyun Kim and Sang-Gab Lee

Key Words : Structural Synthesis(구조합성법), Resilient Mount(탄성마운트), Optimal Design(최적설계)

ABSTRACT

An efficient dynamic response analysis method of structures supported by resilient mounts is presented by using the structural synthesis method in frequency domain and time domain. As a numerical example, a mount-deck system is considered. Through numerical simulations, the validity of the presented method is verified by comparison of the results with those of the 'traditional' analysis method.

으로 검토해 보았다.

1. 서 론

합정을 비롯한 각종 군용 수송기계에 탑재되는 장비시스템은 진동 및 충격에 의한 가혹한 환경에서도 충분한 기능성과 내구성을 가져야 하며, 이를 위해 탄성마운트에 의한 대상 장비시스템의 방진/내충격 성능향상이 매우 효과적인 방법이다. 특히 국방비 절감차원에서 미국을 비롯한 선진외국의 경우 엄격한 방진/내충격 설계에 의해 고가로 제작되는 군용 장비시스템을 진동/충격 절연장치를 통해 상업용 기성 장비시스템으로 대체하려는 노력이 더욱 증가되고 있는 추세이다. 진동/충격 절연장치의 최적설계를 위해서는 절연장치의 추가, 특성변경 등의 구조변경에 따라 주파수 영역 및 시간 영역에서의 반복적인 동응답 해석이 요구되기 때문에, 효율적인 동응답 재해석 방법의 도입이 필수적이다. 본 연구에서는 Gordis에 의해 제안된 구조합성법을 이용하여 지지부 기진력을 받는 구조물의 집중질량, 스프링 및 댐퍼 등의 부가물에 의한 구조변경에 대하여 효율적인 동응답 재해석 방법을 제시하고 수치계산 예를 통하여 제시된 방법의 유용성을 확인하였다. 또한 구조합성법을 이용하여 최적 절연장치의 설계기술에 효과적인 적용방안

2. 주파수영역 동응답 재해석

조화(harmonic) 지지부 변위기진력 $\{y(t)\} = \{Y\}e^{j\Omega t}$ 을 받는 구조계의 정상상태 응답 $\{x(t)\} = \{X\}e^{j\Omega t}$ 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \{X\} &= [K + j\Omega C - \Omega^2 M]^{-1} [K_b + j\Omega C_b] \{Y\} \\ &= [K + j\Omega C - \Omega^2 M]^{-1} [K_b + j\Omega C_b] \{1\} Y \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $[K]$, $[C]$, $[M]$ 은 각각 구조계의 강성, 감쇠 및 질량 행렬, $[K_b]$, $[C_b]$ 는 각각 지지부 기진력을 받는 자유도에 대한 강성 및 감쇠 행렬, Ω 는 기진주파수이고 $j = \sqrt{-1}$ 이다.

조화 지지부 변위기진력에 대한 주파수응답함수는 식 (1)로부터 다음과 같이 정의된다.

$$\{H(\Omega)\} = [K + j\Omega C - \Omega^2 M]^{-1} [K_b + j\Omega C_b] \{1\} \quad (2)$$

즉,

$$H_i = \frac{X_i}{Y} \quad (3)$$

집중질량, 스프링 및 damper 등의 부가물에 의한 구조변경에 대하여 동응답 재해석을 위해서 구조계의 자유도를

† 이승영, 한국해양대학교 해양시스템공학부 대학원
E-mail : coolbird11@hanmail.net
Tel : (051) 410-4934, Fax : (051) 403-7239

* 한국기계연구원 e-엔지니어링연구센터

** 한국해양대학교, 해양시스템공학부

Fig. 1과 같이 정의한다.

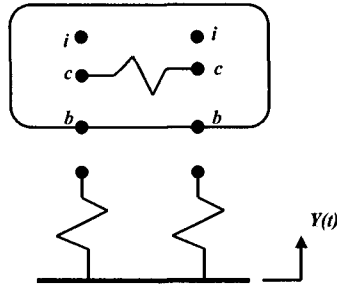


Fig. 1 Definition of the physical coordinate system

즉, $i(\equiv iset)$ 는 구조변경은 일어나지 않았지만 구조변경에 따른 동특성을 알고자 하는 내부 자유도 집합, $c(\equiv cset)$ 은 구조변경이 일어난 자유도 집합이고 $b(\equiv bset)$ 은 지지부 기진력을 간접적으로 받는 즉, isolator가 연결될 자유도 집합이다. 이렇게 정의된 자유도에 대해 식 (1)을 분리(partitioning)하면은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} X_i \\ X_c \\ X_b \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \{H_{ii}\} & \{H_{ic}\} & \{H_{ib}\} \\ \{H_{ci}\} & \{H_{cc}\} & \{H_{cb}\} \\ \{H_{bi}\} & \{H_{bc}\} & \{H_{bb}\} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_i \\ F_c \\ F_b \end{Bmatrix} \quad (4)$$

구조변경에 해당하는 임피던스 $[\Delta Z]$ 을

$$[\Delta Z] = [\Delta K + j\Omega \Delta C - \Omega^2 \Delta M] \quad (5)$$

로 표현하면 자유도 정의로부터 식 (4)의 외력 $\{F\}$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} F_i &= F_i^{ext} = \{0\} \\ F_c &= F_c^{ext} + F_c^z = -[\Delta Z_c] \{X_c^*\} \\ F_b &= F_b^{ext} + F_b^z = -[\Delta Z_b] \{X_b^* - Y\} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 상첨자 ext 는 구조변경 전의 구조계에 작용하는 외력을, 상첨자 $*$ 는 구조변경에 따른 물리량을 나타낸다.

식 (6)을 식 (4)에 대입하면

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} X_i \\ X_c \\ X_b \end{Bmatrix}^* &= - \begin{pmatrix} \{H_{ic}\} & \{H_{ib}\} \\ \{H_{cc}\} & \{H_{cb}\} \\ \{H_{bc}\} & \{H_{bb}\} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\Delta Z_c] & 0 \\ 0 & [\Delta Z_b] \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} X_c^* \\ X_b^* \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} \{H_{ic}\} & \{H_{ib}\} \\ \{H_{cc}\} & \{H_{cb}\} \\ \{H_{bc}\} & \{H_{bb}\} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\Delta Z_c] & 0 \\ 0 & [\Delta Z_b] \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ Y \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

새로운 두 개의 자유도 집합 즉, $e(\equiv eset) = i \cup c \cup b$ 및 $z(\equiv zset) = c \cup b$ 을 정의하면 식 (7)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{X_e\}^* = -[H_{ez}][\Delta Z] \{X_z\}^* + [H_{eb}][\Delta Z_b] \{Y\} \quad (8)$$

한편, 식 (7)으로부터 $\{X_z\}^*$ 에 대해서 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\{X_z\}^* = -[H_{zz}][\Delta Z] \{X_z\}^* + [H_{zb}][\Delta Z_b] \{Y\} \quad (9)$$

식 (9)으로부터 $\{X_z\}^*$ 를 구하여 식 (8)에 대입하면

$$\begin{aligned} \{X_e\}^* &= ([H_{eb}][\Delta Z_b] - [H_{ez}][\Delta Z] \\ &\cdot [I + H_{zz}\Delta Z]^{-1} [H_{zb}][\Delta Z_b]) \{Y\} \end{aligned} \quad (10)$$

을 얻을 수 있고, 식 (10)으로부터 구조변경에 따른 주파수 응답함수 $\{H_e\}^*$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \{H_e\}^* &= ([H_{eb}][\Delta Z_b] - [H_{ez}][\Delta Z] \\ &\cdot [I + H_{zz}\Delta Z]^{-1} [H_{zb}][\Delta Z_b]) \{1\} \end{aligned} \quad (11)$$

식 (10)에서 보듯이 구조변경에 따른 동응답을 구조변경 전의 주파수응답함수와 구조변경에 해당하는 임피던스로부터 구할 수 있다. 또한 구조변경에 따른 동응답 재해석을 원래 구조계의 자유도 수 보다 훨씬 축소된 자유도 즉, 관심 있는 자유도와 구조변경에 직접 관련 있는 자유도에 대해서만 수행함으로써 많은 자유도를 갖는 대형 구조계의 동응답 재해석에 매우 효율적인 방법임을 알 수 있다.

3. 시간영역 동응답 재해석

주파수영역 동응답 재해석에 있어서와 마찬가지로 정의된 자유도에 대해 시간영역에서의 동응답을 Duhamel 정리에 따라 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} x_i \\ x_c \\ x_b \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} x_i \\ x_c \\ x_b \end{Bmatrix} \\ &+ \int_0^t \begin{pmatrix} [h_{ii}(t-\tau)] & [h_{ic}(t-\tau)] & [h_{ib}(t-\tau)] \\ [h_{ci}(t-\tau)] & [h_{cc}(t-\tau)] & [h_{cb}(t-\tau)] \\ [h_{bi}(t-\tau)] & [h_{bc}(t-\tau)] & [h_{bb}(t-\tau)] \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} f_i(\tau) \\ f_c(\tau) \\ f_b(\tau) \end{Bmatrix} d\tau \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 $h(t)$ 는 impulse response function, 하첨자 h 는

초기조건에 의한 응답을 나타낸다.

구조변경에 따른 식 (12)의 외력 $\{f\}$ 는 자유도 정의에 따라 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} f_i &= f_i^{ext} = \{0\} \\ f_c &= f_c^{ext} + f_c^* = -(\Delta M_c \ddot{x}_c^* + \Delta C_c \dot{x}_c^* + \Delta K_c x_c^*) \quad (13) \\ f_b &= f_b^{ext} + f_b^* = -[\Delta C_b(\dot{x}_b^* - \dot{y}) + \Delta K_b(x_b^* - y)] \end{aligned}$$

여기서 상첨자 ext 는 구조변경 전의 구조계에 작용하는 외력을, 상첨자 $*$ 는 구조변경에 따른 물리량을 나타낸다.

식 (13)을 식 (12)에 대입하면 다음과 같은 비표준(nonstandard), 비균일(non-homogeneous) 2중 Volterra 미적분(integrodifferential) 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} x_i \\ x_c \\ x_b \end{Bmatrix}^* &= \begin{bmatrix} h_{ic}(t-\tau) & h_{ib}(t-\tau) \\ h_{cc}(t-\tau) & h_{cb}(t-\tau) \\ h_{bc}(t-\tau) & h_{bb}(t-\tau) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta M_c & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_c^* \\ 0 \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \Delta C_c & 0 \\ 0 & \Delta C_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_c^* \\ \dot{x}_b^* - \dot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta K_c & 0 \\ 0 & \Delta K_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_c^* \\ x_b^* - y \end{Bmatrix} dt \quad (14) \end{aligned}$$

식 (14)으로부터 알 수 있듯이 구조변경에 따른 동응답을 구조변경 전의 구조계의 impulse response function과 구조변경 행렬로부터 계산할 수 있다.

식 (14)를 해석적으로 푸는 것은 실제적으로 불가능하기 때문에 수치해석 방법을 도입하여야 하며, 본 논문에서는 적분방정식의 수치해석방법으로 가장 간단하면서도 널리 사용되는 사다리꼴 법칙을 도입하여 해를 구하고자 한다. 식 (14)를 사다리꼴 법칙을 이용하여 이산화 시키면 다음과 같은 연립대수방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} x_i \\ x_c \\ x_b \end{Bmatrix}^* = - \begin{bmatrix} A_{ic} & A_{ib} \\ A_{cc} & A_{cb} \\ A_{bc} & A_{bb} \end{bmatrix} \left(\begin{Bmatrix} f_{\Delta M_c} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_{\Delta C_c} \\ f_{\Delta C_b} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_{\Delta K_c} \\ f_{\Delta K_b} \end{Bmatrix} \right) \quad (15-a)$$

즉,

$$\{x_e\}^* = -[A_{ez}] \{f_z\} \quad (15-b)$$

여기서

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} f_{\Delta M_c} \\ 0 \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} \Delta M_c & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_c^* \\ 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} f_{\Delta C_c} \\ f_{\Delta C_b} \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} \Delta C_c & 0 \\ 0 & \Delta C_b \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_c^* \\ \dot{x}_b^* - \dot{y} \end{pmatrix} \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} f_{\Delta K_c} \\ f_{\Delta K_b} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta K_c & 0 \\ 0 & \Delta K_b \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_c^* \\ x_b^* - y \end{pmatrix}$$

$$[A_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{\Delta t}{2}(h_{ij})_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta t}{2}(h_{ij})_1 & \frac{\Delta t}{2}(h_{ij})_0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta t}{2}(h_{ij})_2 & \Delta t(h_{ij})_1 & \frac{\Delta t}{2}(h_{ij})_0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ \frac{\Delta t}{2}(h_{ij})_n & \Delta t(h_{ij})_{n-1} & \frac{\Delta t}{2}(h_{ij})_{n-2} & \cdots & \frac{\Delta t}{2}(h_{ij})_0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

이고 n 은 시간증분 갯수, $\Delta t = t/n$ 이며, $(h_{ij}(t))_k$ 는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$(h_{ij}(t))_k = \sum_{p=1}^r \phi_i^p \phi_j^{p*} t + \sum_{p=r+1}^N \frac{\phi_i^p \phi_j^{p*}}{\omega_{dp}} e^{-\zeta_p \omega_{np} t} \sin(\omega_{dp} \cdot k \Delta t) \quad (18)$$

여기서 r 은 구조변경 전의 구조계의 강체 모드(rigid body mode) 수, N 은 전체자유도 수, ϕ 는 고유진동 모드이고, ω_{np} , ω_{dp} , ζ_p 는 각각 p 차 비감쇠 고유진동수, 감쇠고유진동수 및 모달 감쇠비이다.

식 (15)에서 보듯이 좌, 우변 모두 미지량을 포함하기 때문에 이를 효과적으로 풀기 위해 다음과 같은 iteration scheme을 도입하여 해를 구한다.

- ① $\{f_z\}$ 을 가정한다.
- ② $\{x_e\}^*$ 를 계산한다.
- ③ 계산된 $\{x_e\}^*$ 로부터 $\{\ddot{x}_c\}^*$, $\{\dot{x}_c\}^*$ 를 계산(유한차분법 이용)하여 $\{f_z\}$ 을 재 계산한다.
- ④ 새로이 계산된 $\{f_z\}$ 으로부터 $\{x_e\}^*$ 을 재 계산한다.
- ⑤ 수렴조건 $\{x_e\}_{new}^* - \{x_e\}_{old}^* \leq \epsilon$ 이 만족할 때까지 ③ 및 ④의 단계를 반복한다.

4. 수치계산 예 및 고찰

본 논문에서 제시한 방법의 유용성을 제시하기 위해 Fig. 2에 보인 바와 같은 1자유도 질량-스프링으로 모델링되는 장비를 지지하는 판 구조물(데크)의 4곳에 1자유도 선형스프링-댐퍼로 표현되는 탄성마운트를 설치하여 지지부 기진력에 대하여 절연하는 문제를 수치계산 예로 선택하였다. 평판 구조물은 25개의 평판요소, 36개의 절점, 108개의 자유도로 이루어져있다. 평판 구조물 위에 컴퓨터 장비를 설치하여 전체 구조물은 37개의 절점과, 109개의 자유도로 구

성된다. 평판의 끝단에는 지지부와 연결되는 스프링과 댐퍼로 구성된 절연장치(isolator)를 설치하였고, 평판과 컴퓨터 장비 사이에도 구조변경이 가능한 절연장치가 있다. 먼저 주파수 영역에서 해석을 수행하였다. Fig. 3은 판 구조물 상단에 설치된 장비에 해당하는 자유도에서 계산된 지지부 변위기진에 대한 주파수 응답함수를 보여주고 있다. 구조합성법을 사용했을 경우와 일반적인 재해석방법의 결과를 비교해서 나타내고 있다. 결과에서 볼 수 있듯이 두 결과는 일치하는 것을 알 수 있다. 재해석시간을 비교해서 Table 1에 정리하였다. 구조합성법을 이용한 경우가 약 2배 이상 빠른 결과를 보여주고 있음을 알 수 있다.

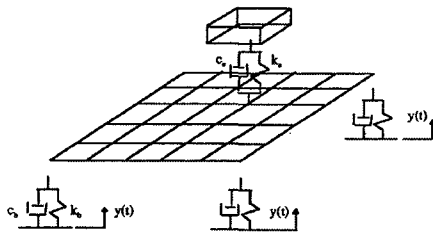


Fig. 2 Numerical Example: Mount-Deck System

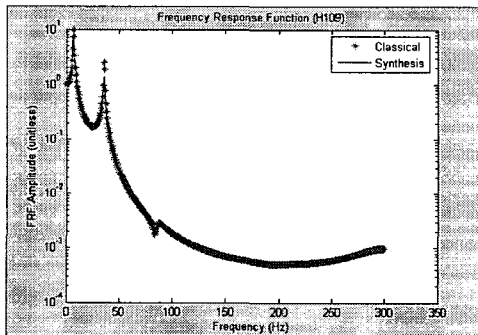


Fig. 3 Frequency Response Function at Equipment

Table 1 Reanalysis Time in Frequency Domain

using structural synthesis	using classical reanalysis
3.719 (sec)	8.984 (sec)

다음에는 시간영역 해석을 수행해 보았다. 해석에서 해석 시간 간격 dt 이 매우 중요하며, 본 연구에서는 0.001초로 설정을 하였다. 총 해석시간을 0.1초로 하였을 때, 판 구조물 중앙 상부에서 상하방향 변위를 Fig. 4에 도시하였다. 재해석시간을 비교해서 Table 2에 정리하였다. 구조합성법을 이용한 경우가 매우 빠른 결과를 보여주고 있음을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 임의의 지지부 기진력을 받는 구조물의 집중 질량, 스프링 및 댐퍼 등의 부가물에 의한 구조변경에 대하여 구조합성법을 이용한 주파수영역 및 시간영역에서의 효율적인 동응답 재해석 방법을 제시하고, 수치계산 예를 통하여 제시된 방법의 유용성을 확인하였다. 본 방법에서는 절연장치를 절연장치 대상 구조물과 분리하여 부가물 구조변경으로 처리함으로써 계산시간 대부분을 차지하는 대상구조물 자체의 동응답 해석을 한 번만 요구하기 때문에 지지부 기진력을 받는 구조물의 절연장치 최적 설계에 매우 효율적이라 판단된다.

그러나 본 방법을 실제 대형, 복합 구조물의 절연장치 최적 설계에 적용하기 위해서는 대부분 절연장치들이 갖는 비선형 스프링 및 감쇠 특성을 고려한 수치해석 기법의 개발 및 계산효율성 향상 방안에 대해 향후 심도 있게 연구되어야 할 것이다.

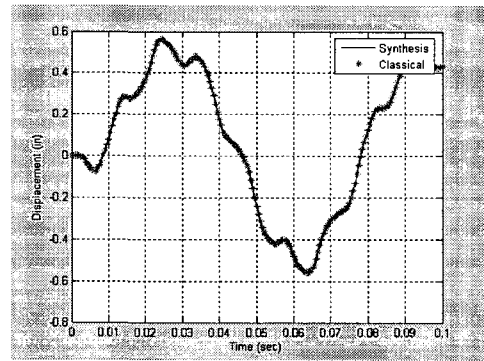


Fig. 4 Time Response at the Center of Plate

Table 2 Reanalysis Time in Time Domain

using structural synthesis	using classical reanalysis
10.422 (sec)	5821.2 (sec)

후 기

본 연구는 산업자원부 국가개발연구사업 중 "선박 구조 안전성평가 및 방음/방진기술 개발" 및 국방부 민군겸용기술개발사업 중 "방진/내충격 능동 하이브리드 마운트시스템 개발" 과제의 지원으로 수행되었으며 연구비 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

(1) Gordis, J. H., Bielawa, R. L., and Flannelly, W. G., 1990, "A General Theory for Frequency Domain Structural Synthesis", Journal of Sound and Vibration, Vol.150, No. 1, pp.139-158

(2) Gordis, J. H., 1994, "Structural Synthesis in the Frequency Domain: A General Formulation", Shock and Vibration, Vol.1, No. 5, 461-471

(3) Gordis, J. H., 1995, "Integral Equation Formulation for Transient Structural Synthesis", AIAA Journal, Vol.33, No. 2, pp.320-324

(4) 정정훈, 김병현, 양용진, 2000, "구조합성법을 이용한 지지부 기진 구조물의 동응답 재해석", 대한조선학회 선박구조연구회 학술대회 논문집

(5) 정정훈, 김병현, 양용진, 2000, "구조합성법을 이용한 비선형 탄성마운트지지 구조물의 효율적인 동적응답 해석", 한국소음진동공학회 학술대회 논문집