

음향 및 진동장의 형상을 제어하는 다양한 방법 A Unified Theory of Spatial Sound and Vibration Control with Multiple Sources

김양한† · 최정우*
Yang-Hann Kim, Joung-Woo Choi

Key Words : Spatial Control, Wave Shaping, Source Array

ABSTRACT

In this paper, we aim to control the sound and vibration spatially, so that a desired physical variable is enhanced within a zone we select. This is somewhat analogous to have manipulators that can draw wave shape in any place we want. Brightness and contrast control have shown that such a manipulation is possible by controlling multiple sources[J. -W. Choi and Y.-H. Kim, J. Acoust. Soc. Am. 111(4), 2002]. In particular, the acoustic brightness control seeks a way to increase loudness of sound over a chosen area, and the contrast control aims to enhance loudness difference between two neighboring regions. This enables us to manipulate spatial distribution of sound by making two different kinds of zone ? the bright and dark zone- at the same time. The primary focus of this study is to unify the theoretical formulation of the brightness and contrast control and to find a link between these methods, as well as its relation to other conventional techniques. It is also shown that we can generate various shape of wave field by transforming the domain we consider.

1. 서론

다수의 파동원(source)으로 음향 및 진동장의 형상을 제어하는 문제는 다수의 센서를 사용하여 파동을 보는 문제⁽¹⁾와 상반된 개념으로, 원하는 형태로 파동의 공간 분포를 제어하는 것이 목적이다. 이는 선택한 공간 영역이 어떠한 형상을 지니는가에 따라, 혹은 어떠한 목적으로 파동의 모양을 제어하는가에 따라 다양한 방법이 존재할 수 있다.

일례로, Camras⁽²⁾는 호이겐스의 원리에 따른 음장 제어 방법을 제안하였으며, 이후 키르히호프 적분방정식에 기반한 많은 방법들⁽³⁾⁽⁴⁾이 제안되었다. 이러한 방법들은 주로 음장(sound field)의 모양을 재현(reproduction)하여 오디오 시스템의 현실감을 더하기 위한 것으로, 다수의 음원을 필요로 하여 아직까지 널리 실용화 되지 못하고 있다.

이러한 재현과는 별개로, 선택한 공간에서 원하는 특성을 향상시키는 파동의 모양을 생성(creation)하는 연구가 최근 활발히 진행되고 있다. 이 분야의 연구는 임의로 공간상의 영역을 선택하고, 선택된 영역에서 원하는 파동의 특성이 증대되는 파동의 형상을 발생시키는데 초점을 맞추고 있다. 대표적인 예로 음향의 밝기(brightness) 및 대조(contrast) 향상을 위한 연구⁽⁵⁾⁽⁶⁾를 들 수 있는데,

음향의 밝기는 그 사전적인 의미로부터 쉽게 짐작할 수 있듯이, 선택된 공간이 갖는 음향 위치에너지를 크기를 제어하는 것이다. 즉, 선택된 공간의 모양에 에너지를 집중하여 파동장(wave field)의 에너지 분포를 제어하는 방법을 뜻한다.

이에 반해, 파동의 대조 제어는 서로 다른 두 공간의 밝기 차이를 증가시킴으로써, 한 공간은 조용하게 하면서 다른 공간은 최대한 높은 소리의 크기를 갖도록 하는 제어방법을 일컫는다. 이는 공간의 위치 별로 다른 소리의 크기를 부여하는데 폭넓게 사용될 수 있다.

음향 밝기 및 대조 제어의 개념을 확장하면, 보다 복잡한 그림, 예를 들면 파면(wave front)의 전파 방향 또한 그려낼 수 있다⁽⁷⁾. 본 고에서는 여러 가지 파동의 특성들의 공간 분포를 제어하기 위한 방법론들을 살펴보고, 그 차이점과 상호 관계를 밝히고자 한다.

2. 문제 정의

2.1 주파수 영역에서 살펴본 공간 제어

간단한 경우로, 시스템이 단일 주파수로 가진되어 정상상태에 이른 경우를 생각하여 보자. 그림 1은 다수의 음원 혹은 진동원을 통해 파동을 제어하는 시스템을 일반화하여 도시한 것이다.

먼저, 재생하고자 하는 시간 영역의 정보를 담고 있는 단일 채널의 신호 $\hat{x}(\omega)$ (입력 신호; input signal)가 존재하며, 이 신호는 다수의 파동원

† 한국과학기술원 소음 및 진동제어 연구센터
E-mail : yanghannkim@kaist.ac.kr
Tel : (042) 869-3025, Fax : (042) 869-8220

* 한국과학기술원 소음 및 진동제어 연구센터

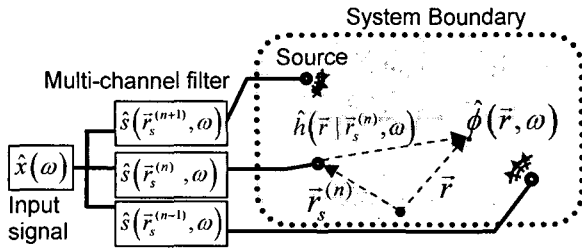


Fig. 1 Schematic of multi-channel control problem

(source)를 통해 음향 혹은 진동계에 파동을 발생시킨다. 이 때, 공간상의 특정 형상을 형성하기 위해 입력 신호는 각 파동원에 대하여 각기 다른 방식으로 변환되어 독립적으로 파동원들을 구동하게 되는데, 이를 멀티채널 필터(multi-channel filter)라는 명칭으로 통칭하여 부르기로 한다. n 번째 파동원의 위치를 $\vec{r}_s^{(n)}$ 로 표현한다면, 각 파동원과 연결된 필터의 계수들은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{s}(\omega) = [s(\vec{r}_s^{(1)}, \omega), \dots, s(\vec{r}_s^{(N)}, \omega)]^T \quad (1)$$

다수의 파동원은 동시에 구동되어 파동을 발생시키며, 발생된 파동은 매질을 통하고 경계 조건에 의해 변형되어 우리가 관심을 갖는 공간(제어 공간; V_0)에 특정한 형상을 만들게 된다. 이 때, 공간상의 특정 위치 \vec{r} 에서 발생된 물리량을 $\hat{\phi}(\vec{r})$ 로 표현하자. $\hat{\phi}(\vec{r})$ 은 음향 시스템의 경우 음압 혹은 속도 포텐셜 등을 표현하며, 진동 시스템의 경우 변위나 힘 등을 표현할 수 있는 스칼라(scalar) 양이다. 이 때 소리나 진동과 같은 파동의 공간 분포에는 시스템의 경계 조건과 파동원의 시공간 특성, 그리고 파동이 전달되는 매질의 특성이 연관되어 있다. 이러한 특성을 전달함수(transfer function)의 개념으로 포괄하여 지칭한다. 즉, 위치 $\vec{r}_s^{(n)}$ 에 고정된 파동원의 입력 신호($\hat{x}(\omega)$)와 시스템 내부의 한 지점 \vec{r} 에서의 물리량 $\hat{\phi}(\vec{r})$ 사이의 전달 함수를 다음과 같은 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{h}(\vec{r}, \omega) = [h(\vec{r} | \vec{r}_s^{(1)}, \omega), \dots, h(\vec{r} | \vec{r}_s^{(N)}, \omega)] \quad (2)$$

여기서는 경계 조건이나 공간의 크기, 파동원의 특성에는 특별한 제한을 두지 않으며, 모든 개별적 특성은 전달함수에 포함된 것으로 간주한다.

단일 주파수 신호의 경우를 다루고 있으므로, 편의상 입력 신호($\hat{x}(\omega)$)의 복소 크기를 1이라 하면, 파동원을 통하여 지점 \vec{r} 에서 발생하는 물리량의 복소 크기($\hat{\phi}(\vec{r})$)를 다음과 같은 행렬식 연산으로 표현할 수 있다.

$$\hat{\phi}(\vec{r}, \omega) = \mathbf{h}(\vec{r}, \omega)\mathbf{s}(\omega), \quad (3)$$

위 식은 단순히 시스템의 입·출력 관계를 표현하는 것이며, 선형 관계를 만족하는 모든 음향-진동 시스템의 입력과 출력에 대하여 성립하는 일반화된 표현이다.

공간에 원하는 모양의 파동을 형성하는 것은, 그 모양을 발생시키는 제어 변수(\mathbf{s})를 결정하는 문제라 할 수 있다. 다음절에서는 제어 변수를 결정하기 위한 다양한 방법들을 소개한다.

2.2 최소 자승 오차 방법

최소 자승 오차(LSE; Least square error)방법(예를 들면, 참고문헌 (8))은 형상 제어를 위해 가장 널리 쓰이는 방법 중의 하나로, 제어 공간 내에서 원하는 파동의 형상과 가장 작은 오차를 갖도록 다수의 파동원을 제어하는 방법이다.

예를 들어, 형성하고자 하는 파동의 모양을 $\hat{\phi}_0(\vec{r}, \omega)$ 라 하면, 실제로 발생된 파동 $\hat{\phi}(\vec{r}, \omega)$ 과의 오차를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\epsilon_T = \int_{V_0} |\hat{\phi}(\vec{r}, \omega) - \hat{\phi}_0(\vec{r}, \omega)|^2 dV(\vec{r}) \quad (4)$$

이는 제어공간 V_0 내에서 발생하는 총 오차의 양을 정량화 한 것이며, 식 (3)을 이용하여 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\epsilon_T = \int_{V_0} |\hat{\phi}_0(\vec{r}, \omega) - \mathbf{h}(\vec{r}, \omega)\mathbf{s}(\omega)|^2 dV(\vec{r}) \quad (5)$$

이 함수를 $\mathbf{s}(\omega)$ 에 대하여 미분함으로써, 그 최저점($\mathbf{s}_{opt}(\omega)$)을 찾을 수 있으며, 이는 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{s}_{opt}(\omega) = \left[\int_{V_0} \mathbf{h}(\vec{r}, \omega)^H \mathbf{h}(\vec{r}, \omega) dV(\vec{r}) \right]^{-1} \times \int_{V_0} \mathbf{h}(\vec{r}, \omega)^H \hat{\phi}_0(\vec{r}, \omega) dV(\vec{r}) \quad (6)$$

이해를 돕기 위하여, 다음과 같은 공간 상관성(spatial correlation)함수

$$\langle \hat{f}(\vec{r})^* \hat{g}(\vec{r}) \rangle_{V_0} = \frac{1}{V_0} \int_{V_0} f(\vec{r})^* g(\vec{r}) dV(\vec{r}) \quad (7)$$

를 정의하자. 이는 공간 V_0 내에서 두 함수 $f(\vec{r})$ 과 $g(\vec{r})$ 의 곱의 평균이며, 공간 내에서 두 함수가 상관된 정도를 나타낸다. 이를 사용하여 식 (6)을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\mathbf{s}_{opt}(\omega) = \langle \mathbf{h}(\vec{r}, \omega)^H \mathbf{h}(\vec{r}, \omega) \rangle_{V_0}^{-1} \times \langle \mathbf{h}(\vec{r}, \omega)^H \hat{\phi}_0(\vec{r}, \omega) \rangle_{V_0} \quad (8)$$

즉, 최소자승오차를 갖는 해는 원하는 형상 $\hat{\phi}_0$ 와 각 파동원들이 발생시키는 형상 \mathbf{h} 가 얼마나 상관성이 있는가에 연관되어 있으며, 각 파동원이 발생시키는 파동장 사이의 상호 상관관계에도 영향 받게 된다.

다음으로, 에너지 관점에서 파동의 모양을 만들기 위한 밝기 제어(Brightness control) 방법에 대하여 살펴보자.

2.3 밝기 제어

서론에서 언급된 바와 같이, 파동의 밝기 제어는 파동의 에너지의 크기와 관련되어 있다. 기본적으로 파동의 밝기 제어는 제어 공간의 에너지를 제어한다는 점에서 최소자승오차법과 차별화 된다.

예를 들어, 그림 2에 도시된 바와 같이 단위 크기의 진폭을 갖는 펄스 형태의 파형을 만드는 문제를 생각해 보자. 그림과 같이 한 주기의 사인파 형태로 주어진 파동의 공간 분포는, 최소자승 오차의 입장에서 보면 매우 큰 오차를 유발하는 것이지만, 에너지의 관점에서는 나름대로 효율적인 분포 형태라 할 수 있다. 이와 같이 두 방법은 파동의 형상을 바라보는 관점에 큰 차이가 존재한다.

파동의 밝기 제어는 기본적으로 에너지를 선택한 공간내에 집중(focus)하여 파동의 공간 분포를 만드는 것이다. 공간의 에너지 크기는 입력 신호의 크기에 따라 변화하는 양이므로 이를 객관적으로 평가하기 위해서는 입력 신호의 크기에 대한 상대적인 개념으로 표현하여야 한다. 이러한 상대적인 크기가 파동의 밝기로 정의된다.

즉, 파동의 밝기를 향상시킬 제어 공간의 체적을 V_b 라 하면(그림 3). 공간 V_b 전체의 밝기는 다음과 같이 제어공간에 대해 평균한 값으로 정의된다.

$$\alpha = \frac{e_{V_b}}{J_0} = \frac{\left\langle |\hat{\phi}(\vec{r})|^2 \right\rangle_{V_b}}{\mathbf{s}^H \mathbf{s}} \quad (9)$$

여기서, e_{V_b} 는 공간 V_b 내에서 평균된 위치 에너지

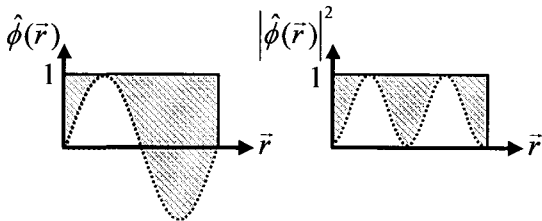


Fig. 2 Discrepancy between LSE and Energy focusing method

를 나타내며, J_0 는 입력 신호의 총 파워를 나타낸다. 여기서는 단일 주파수의 파동을 다루고 있으므로, 편의상 주파수 ω 의 표기는 생략되었다. 식 (9)는 식 (3)에서 정의된 기술 방법을 사용하여 다음과 같이 입력 신호의 함수로 쓸 수 있다.

$$\alpha = \frac{\mathbf{s}^H \left\langle \mathbf{h}(\vec{r})^H \mathbf{h}(\vec{r}) \right\rangle_{V_b} \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \mathbf{s}} = \frac{\mathbf{s}^H \mathbf{R}_{V_b} \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \mathbf{s}} \quad (10)$$

여기서, 행렬 \mathbf{R}_{V_b} 는 공간 V_b 에서 전달 함수가 갖는 공간 상관성(spatial correlation)을 나타낸다. 식 (10)은 입력 신호 \mathbf{s} 에 대한 2차 형식(quadratic form)이므로, 밝기를 최대화 하는 해는 다음과 같이 공간 상관 행렬의 최대 고유치에 따르는 고유 벡터로서 주어진다(예를 들면, (9)).

$$\alpha_{\max} \mathbf{s}_{opt} = \mathbf{R}_{V_b} \mathbf{s}_{opt} \quad (11)$$

2.4 대조 제어

파동의 대조는 밝기의 개념을 다수의 공간에 대하여 확장한 것으로, 서로 다른 공간의 밝기 비를 나타내는 상대적인 양이다.

그림 2에 보여진 바와 같이 서로 다른 두 공간 V_b, V_d 를 고려하면, 두 공간의 밝기 비는 식 (9), (10)에 따라 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\beta = \frac{e_{V_b}}{e_{V_d}} = \frac{\mathbf{s}^H \mathbf{R}_{V_b} \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \mathbf{R}_{V_d} \mathbf{s}} \quad (12)$$

여기서, \mathbf{R}_{V_d} 는 V_d 내부의 공간 상관성을 나타내는 행렬이다. 정의된 대조를 최대화 하는 해 역시 다음과 같은 상관 행렬 연산의 최대 고유치에 해당하는 고유 벡터로 주어진다.

$$\beta_{\max} \mathbf{s}_{opt} = \mathbf{R}_{V_d}^{-1} \mathbf{R}_{V_b} \mathbf{s}_{opt} \quad (13)$$

이상의 세 가지 방법의 특징을 간단한 예제를 통하여 살펴보도록 하자. 그림 4는 단일 주파수에서 단극 음원(mono-pole) 어레이를 사용하여 음장(sound field)를 제어한 예이다. 이 경우 앞의 물리량 $\hat{\phi}$ 는 음압 $\hat{p}(\vec{r})$ 로 생각할 수 있으며, 그에 따

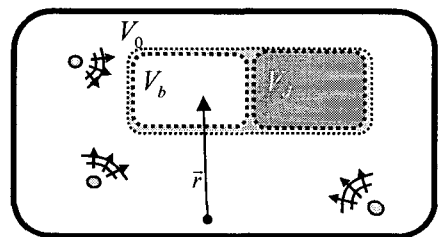


Fig. 3 Brightness and Contrast problem

른 에너지 $|\phi(\vec{r})|^2$ 는 음향 위치에너지에 비례하는 양이 된다. 단극 음원은 자유 음장(free-field)상에 놓여져 있는 것으로 간주하여 전달함수를 모델링 하였으며, 총 17개의 음원을 중심으로부터 원거리 ($r_0 = 20\lambda$)에 위치시키고, 총 입력 파워의 크기를 1로 고정한 후 제어를 수행하였다. 그림 4는 1.5λ 크기의 공간에 대하여 (b)최소자승오차 방법, (c)음향 밝기 제어, (d)선택한 공간과 나머지 공간과의 음향 대조를 제어한 결과이다. 서로 다른 제어 방법들을 비교하기 위하여, 결과 그래프는 다음의 상수로 정규화 되었다.

$$|\hat{h}_0|^2 = N |j\rho_0\omega / (4\pi r_0)|^2 \quad (14)$$

이는 총 입력파워가 1인 N 개의 단극 음원이 동시에 가진 되었을 때 좌표 중심에 발생시키는 음향 위치에너지를 나타낸다. 그림 4에서 볼 수 있듯이, 음향 밝기 제어의 경우에 가장 밝은 음향 위치에너지를 얻을 수 있으나, 주변 공간의 음향 에너지와 비교하여서는 음향 대조 제어를 수행한 경우가 가장 뚜렷한 음향 밝기 차이를 얻을 수 있음을 볼 수 있다.

제어 후의 공간상의 위상변화를 살펴보면, 최소자승오차의 방법이 공간 내 위상 변화가 가장 작게 나타난다. 이는 그림 2에서 보았듯이 최소자승오차 방법은 공간상의 위상 변화도 오차에 포함시키기 때문으로, 에너지 제어의 경우 불필요한 제어 노력을 소비하는 단점을 안고 있다. 따라서, 최

소자승오차의 방법은 공간내의 상대적인 위상이나 크기 비가 중요시 되는 상황에 한정하여 사용하는 것이 바람직하다.

지금까지 살펴본 세 가지 방법들의 구체적인 비교를 통해 각각의 장단점을 살펴보도록 하자.

2.5 형상 제어 방법들간의 관계

(1) 밝기와 대조 제어

밝기와 대조 제어를 구분 짓는 차이는 식 (12)의 분모항, 즉 V_d 에 대한 공간상관행렬 \mathbf{R}_{V_d} 의 존재 유무에 있다. 공간 V_d 는 상대적으로 밝기를 낮게 하기 위한 공간이므로, 어두운 공간(dark zone)으로 불리며, 이 공간의 특성에 따라 밝기와 대조 제어는 많은 차이를 보일 수도 혹은 그렇지 않을 수도 있다.

단적인 예로, 각 파동원이 발생시키는 파동이 공간 V_d 내에서 직교성(orthogonal)을 만족하는 경우, 공간상관행렬 \mathbf{R}_{V_d} 는 대각행렬이 되어 다음과 같이 밝기 문제와 동등하게 취급할 수 있다.

$$\beta' = \frac{\mathbf{s}^H \mathbf{R}_{V_d}^{-1} \mathbf{R}_{V_b} \mathbf{R}_{V_d}^{-1} \mathbf{s}'}{\mathbf{s}_1^H \mathbf{s}'} = \frac{\mathbf{s}^H \mathbf{R}'_{V_b} \mathbf{s}'}{\mathbf{s}^H \mathbf{s}'} \quad (15)$$

여기서, $\mathbf{s}' = \mathbf{R}'_{V_d} \mathbf{s}$ 이며, 각 대각항의 크기가 반영된 입력 벡터를 나타낸다.

또다른 특이 사항으로, 공간 V_d 의 최소 고유치

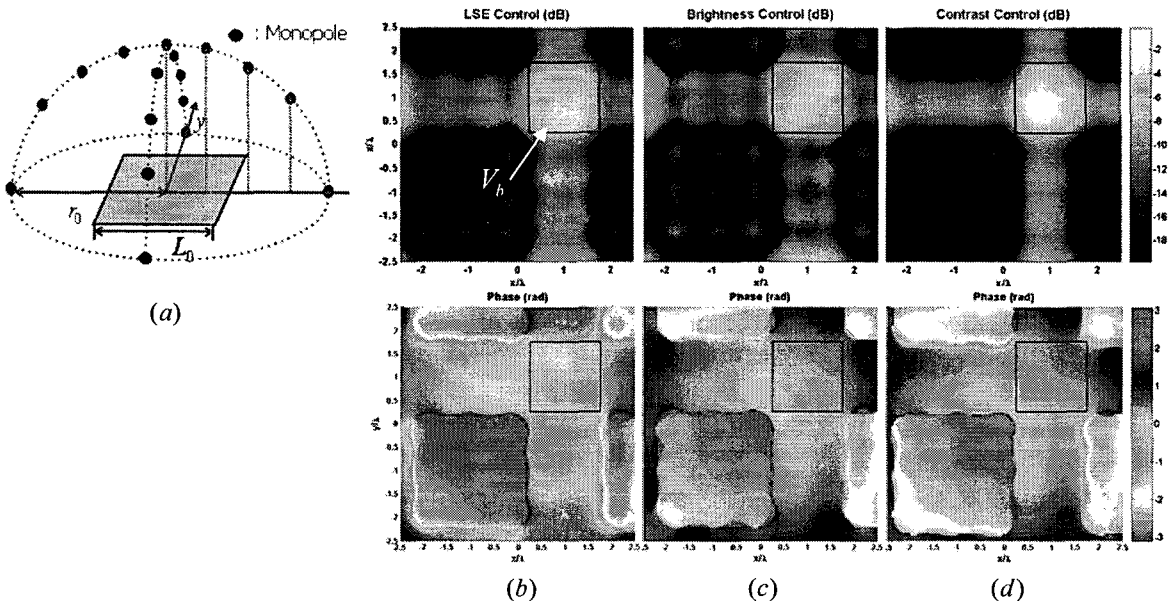


Fig. 4 Potential energy field generated by Least square error(LSE), Brightness and Contrast control (a) source and zone configuration (b) LSE (c) Brightness control (d) Contrast control

가 0에 가까운 경우를 생각해 보자. 만일 제어 함수 \mathbf{s} 가 그 고유치에 따르는 고유 벡터와 유사한 경우, 식 (12)의 분모항은 매우 작은 값을 가지게 되며, 식 (12)의 분자항, 즉 밝은 공간의 밝기 유무에 관계없이 대조를 매우 크게 할 수 있는 해로서 간주될 가능성이 크다.

이와 같은 해는 비록 대조를 높일 수는 있으나, 실제로 밝은 공간 V_b 의 밝기는 매우 낮을 뿐만 아니라, 어두운 공간 V_d 에서 발생할 수 있는 작은 오차도 크게 증폭되어 적절한 제어를 수행할 수 없다. 이러한 문제가 발생하는 경우, 다음과 같이 밝기를 동시에 고려하는 가격함수를 사용할 수 있다⁽¹⁰⁾.

$$\gamma = \frac{e_{V_b}}{J_0 + e_{V_d}} = \frac{\mathbf{s}^H \mathbf{R}_{V_b} \mathbf{s}}{\left| \hat{h}_0 \right|^2 \mathbf{s}^H \mathbf{s} + \mathbf{s}^H \mathbf{R}_{V_d} \mathbf{s}} \quad (16)$$

여기서, \hat{h}_0 는 임의의 정규화 상수이며, 밝기와 대조 중 어느쪽에 더 비중을 두어 결정할 것인지를 나타낸다. 일례로, 이 상수가 0인 경우 식 (16)은 대조 제어 문제와 동일하고, \mathbf{R}_{V_d} 의 최대 고유치 보다 매우 큰 경우 식 (10)의 밝기 문제로 수렴한다.

(2) 한 지점에 대한 에너지 집중

밝기 및 대조 제어방법은 기본적으로 공간에 대한 제어 방법이다. 하지만 공간이 하나의 점으로 수렴하는 특별한 조건에서, 두 가지 방법은 고전적인 빔 형성 방법과 관련되어 있음을 살펴볼 수 있다.

먼저, 밝기 문제의 경우에 공간 V_b 가 하나의 지점 \vec{r}_b 로 주어지는 경우를 살펴보자. 이 경우, 식 (10)의 공간상관행렬은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\mathbf{R}_{V_b} = \mathbf{h}(\vec{r}_b) \mathbf{h}(\vec{r}_b)^H \quad (17)$$

일반적인 행렬의 독립적인 고유벡터의 수(rank)에 대한 다음의 부등식을 참고하면,

$$\text{rank}(\mathbf{AB}) \leq \min[\text{rank}(\mathbf{A}), \text{rank}(\mathbf{B})] \quad (18)$$

식 (17)의 고유 벡터는 오직 한 개임을 쉽게 알 수 있다. 또한, 식 (17)은 다음의 관계를 만족하므로,

$$\mathbf{R}_{V_b} \mathbf{h}(\vec{r}_b)^H = \mathbf{h}(\vec{r}_b)^H \left(\mathbf{h}(\vec{r}_b) \mathbf{h}(\vec{r}_b)^H \right) \quad (19)$$

밝기를 최대화 하는 고유벡터는 $\mathbf{h}(\vec{r}_b)^H$ 로 주어짐을 알 수 있다. 이는 $\mathbf{h}(\vec{r}_b)$ 의 시간역전(Time Reversal)⁽¹¹⁾에 해당하며, 따라서 밝기 제어 문제는 시간역전 방법을 공간에 대하여 확장한 것임을 알

수 있다.

비슷한 방법으로, 대조 제어를 한 지점에 대하여 적용한 경우, 다음의 유일한 고유벡터를 얻을 수 있는데,

$$\mathbf{s}_{opt}(\omega) = \mathbf{R}_{V_0}^{-1} \mathbf{h}(\vec{r}_b)^H \quad (20)$$

이는 식 (8)의 최소자승오차 방법에서

$$\hat{\phi}_0(\vec{r}) = \delta(\vec{r} - \vec{r}_b) \quad (21)$$

로 주어진 경우의 해와 같다⁽¹⁰⁾. 여기서, \mathbf{R}_{V_0} 는 V_b 와 V_d 를 합친 전체 공간, 즉 제어 공간 V_0 의 공간상관성을 나타낸다. 이로부터, 한 지점과 나머지 공간에 대한 대조 제어는 최소자승오차법을 이용하여 공간상의 델타(Delta) 함수 모양을 만드는 문제와 동등함을 알 수 있다.

이와 같은 특이조건에 대해 살펴봄으로써, 밝기 및 대조 제어 방법은 시간 역전 방법이나 최소자승오차법과 관련되어 있음을 보았다. 따라서 밝기 및 대조 방법은 이러한 방법들에 공간 개념이 도입되어 확장된 방법이라 할 수 있다.

여기서, 공간 개념에 대해 보다 명확한 정의를 내릴 필요가 있다. 본 고에서 도입된 공간 개념은 비단 물리적인 공간 뿐만 아니라, 에너지를 집중하고자 하는 성분들의 집합을 나타낼 수 있다.

즉, 문제를 다양한 직교 좌표계(orthogonal coordinate)로 변환하고 그 좌표계를 구성하는 기저 함수(basis function)들 중 원하는 모양을 갖는 특정 함수들에 에너지를 집중하는 문제로 변환할 수 있다는 것이다. 원칙적으로는 파동을 재구성할 수 있는 좌표 변환 및 그 기저 함수만큼 다양한 모양의 파동을 형성하는 것이 가능하다.

다음은 이러한 방법으로 밝기 및 대조 제어를 응용한 예이다. 이 예제에서는 공간 영역을 파수 영역(wave number domain)으로 좌표변환 하고, 특정 방향으로 진행하는 파수 성분에 에너지를 집중함으로써, 공간상에서 원하는 방향으로 진행하는 평면파(plane wave)를 형성할 수 있음을 보여주는 것이다.

2.6 파면의 전파 방향 제어

선택한 공간에서 원하는 방향으로 전파하는 평면파를 발생시키는 문제를 생각해 보자. 이 경우 제어의 목적은, 선택한 공간에서 파면의 전파 방향을 자유자재로 제어하여 공간 내부에서는 가상의 파동원으로부터 파동이 전파된 것처럼 가상의 파면을 형성하는 것이다. 그림 5에 도시된 바와 같이 공간상의 한 평면 A_0 를 제어 공간으로

설정 후 여기에 제어하고자 하는 방향(\vec{d}_0)으로 진행하는 평면파를 그리는 문제이다.

여기서 주목할 것은, 공간 영역에서 하나의 방향으로 진행하는 평면파는, 이를 푸리에 변환한 영역인 파수(wave number)영역에서는 방사원(radiation circle)위의 한 지점(point)으로 표현된다는 점이다(그림 5). 즉, 주어진 문제를 파수 영역의 한 지점에 에너지를 집중(focusing)하는 문제로 생각할 수 있다. 이를 수식으로 기술하면 다음과 같다. 먼저, 식 (2)의 공간에 대한 전달 함수를 푸리에 변환하면 파수 영역의 전달 함수를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\vec{k}, \omega) &= \mathbb{F}_s[\mathbf{h}(\vec{r}, \omega)] \\ &= \int_{A_0} \mathbf{h}(\vec{r}, \omega) e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r}} dA(\vec{r}) \end{aligned} \quad (22)$$

제어하고자 하는 방향 \vec{d}_0 의 평면파는 파수 영역에서 $\vec{k}_0 = k\vec{d}_0$ 의 파수를 가지며, 이 지점에 대한 전달 함수는

$$\mathbf{H}(\vec{k}_0, \omega) = \int_{A_0} \mathbf{h}(\vec{r}, \omega) e^{-j\vec{k}_0\cdot\vec{r}} dA(\vec{r}) \quad (23)$$

와 같이 쓸 수 있다. 이를 이용하면, 파수 영역에서 \vec{k}_0 에 해당하는 지점의 밝기와 나머지 영역의 밝기 비를 최대로 하는 대조 향상 문제를 정의할 수 있다. 즉, 다음과 같이 대조를 정의하고 이를 최대로 하는 해를 구한다.

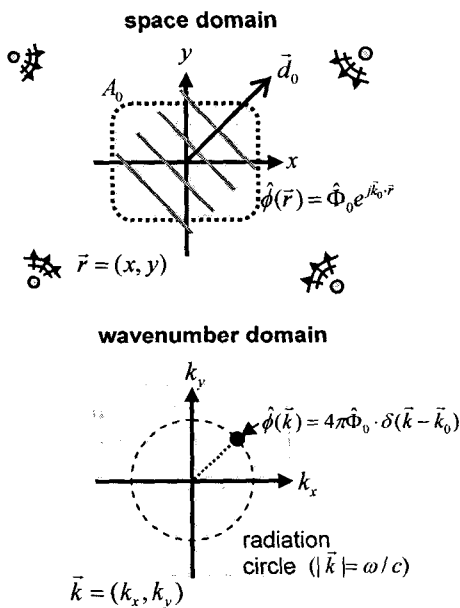


Fig. 5 Schematic of lateral localization problem, and its representation in wavenumber domain. (top) space domain, A_0 : control area, \vec{d}_0 : control direction (bottom) wavenumber domain

$$\beta_k = \frac{e_{k_0}}{e_k} \quad (24)$$

여기서, β_k 는 파수 영역에서의 대조를 나타내며, e_{k_0} 는 \vec{k}_0 지점의 에너지, 그리고 e_k 는 전체 파수 영역의 평균 에너지를 표현하고 있다. 여기서, 식 (24)의 분모항이 전체 파수 공간의 에너지로 나타난다는 점이 식 (12)와 다르지만, 수학적으로는 두 경우 모두 동일한 고유 벡터를 얻을 수 있다.⁽⁵⁾ 또한, 전체 파수 영역의 에너지는 Parseval의 원리에 의하여 공간 영역의 전체 에너지(e_i)와 동일하므로, 식 (24)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\beta_k = \frac{e_{k_0}}{e_i} = \frac{\mathbf{s}^H \mathbf{H}(\vec{k}_0)^H \mathbf{H}(\vec{k}_0) \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \mathbf{R}_{A_0} \mathbf{s}} \quad (25)$$

식 (25)의 \mathbf{R}_{A_0} 는 전체 공간에 대한 공간 상관성을 표현하는 행렬이다. 식 (25) 역시 입력 함수의 이차 형식으로 표현되므로, 식 (13)과 같은 고유치 해석으로 그 해를 구할 수 있다.

그림 6과 7은 제안된 방법을 자유 음장(free-field) 조건에서 적용한 예이다. 수평(lateral) 방향의 제어를 다루고 있으므로, 청취 공간(평면)과 동일한 높이에 10개의 단극 음원을 배치하였으며, 각 방향으로 다양한 파수 성분들을 갖도록 원주 방향으로 균등한 각도로 위치시켰다(그림 6). 제어 공간은 한 파장 길이의 구경을 갖도록 ($L_i = \lambda$) 설정하였으며, 설정된 공간에서 음원이 실재하지 않는 다양한 각도($0 \sim 18^\circ$)로 파면을 제어하였다. 그림 7(a)는 제어 후의 파수 스펙트럼을 나타낸 것으로, 백색의 원은 방사원을, 실선은 제어하고자 하는 파면의 방향을 보여주고 있다. 제어가 수행된 모든 방향에 대하여, 제어하고자 하는 방향으로 에너지가 효과적으로 집중되는 것을 확인할 수 있다. 각각의 경우에 공간 영역에서 음파의 파면 진행을 확인하기 위하여, 공간 영역의 위상 변화를 그림 7(b)에 도시하였다. 파수 영역과 마찬가지로 공간 영역에서도 평면파가 원하는 방향으로 전파하도록 제어되었음을 확인할 수 있다.

3. 결론

다수의 파동원을 사용하여 파동장을 다양한 형상으로 제어하는 세 가지 기법, 즉 밝기 및 대조 제어 방법과 최소자승오차법을 상호 비교하고 그 연관성과 차이점에 대하여 살펴보았다.

단일 지점에 대하여 에너지를 집중하는 문제에 있어서는 세 가지 방법이 상호 연관되어 있음을 규명하였으며, 밝기 비교 방법의 경우 입력에 대

비한 공간의 에너지를 최대화 하는 특성을, 그리고 대조 방법의 경우 서로 다른 공간의 에너지 비를 최대화 함으로써 선택한 공간의 모양에 에너지를 집중하는 특성을 파악할 수 있었다.

또한, 이 개념을 확장하여 좌표 변환을 행하면, 원하는 형상에 해당하는 기저 함수에 에너지를 집중함으로써, 필요한 형상을 공간상에 분포시킬 수 있음을 보았다. 이러한 개념을 파수 영역에 적용함으로써, 공간상에서 원하는 방향으로 전파하는 평면파를 만드는 예제를 통하여 확인하였다.

후 기

본 연구는 한국과학기술연구원(KISTEP)의 국가지정연구실(NRL)사업과 교육부의 두뇌한국21 (BK21) 프로그램의 지원에 의하여 연구되었음을 밝힙니다.

참고문헌

(1) Y. Kim, 2004, "Can we hear the shape of a noise source?," in Proc. of ICA 2004, Held in Kyoto, Japan, plenary lecture Fr4.X1.1 (on CD-ROM), April 4-9.
 (2) M. Camras, 1968, "Approach to recreating a sound field," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 43, pp.1425-1431.
 (3) A. J. Berkhout, D. de Vries, P. Vogel, 1993, "Acoustic control by wave field synthesis," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 93, pp. 2764-2778.
 (4) S. Ise, 1999, "Principle of sound field control based on the Kirchhoff-Helmholtz integral equation and the theory of inverse systems," Acoustica, Vol. 85, pp. 78-87.
 (5) J. -W. Choi and Y. -H. Kim, 2002, "Generation of an

acoustically bright zone within an illuminated region," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 111, No. 4, pp. 1695-1700.

(6) J. -W. Choi and Y. -H. Kim, 2002, "Generation of acoustically bright and dark zone using multiple sources," in Proc. of INTER-NOISE 02, Held in Dearborn, Michigan, paper N322(on CD-ROM), August 19-21.

(7) J. -W. Choi, J. -H. Jang and Y. -H. Kim, 2005, "Wavefront control by wavenumber domain focusing," in Proc. of 150th meeting of Acoustic Society of America, Held in Minneapolis, Minnesota, October 17-21, 2005, (abstract) J. Acoust. Soc. Am., Vol. 118 (3) Pt. 2, pp. 1968, September 2005.

(8) Kirkeby, and P. A. Nelson, 1999, "Digital filter design for inversion problems in sound reproduction." J. Audio Eng. Soc., 47(7-8), pp.583-595.

(9) P. Lancaster, M. Tismenetsky, 1985, The theory of matrices, 2nd edition, Academic Press, San diego, pp.282-294.

(10) J. -W. Choi, 2005, Spatial Manipulation and Implementation of Sound, Ph. D. Thesis, KAIST.

(11) M. Fink, 1997, "Time-reversed acoustics," Phys. Today, Vol. 50(3), pp. 34-40.

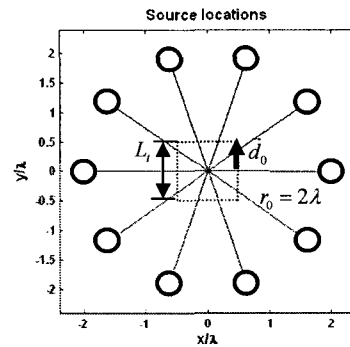
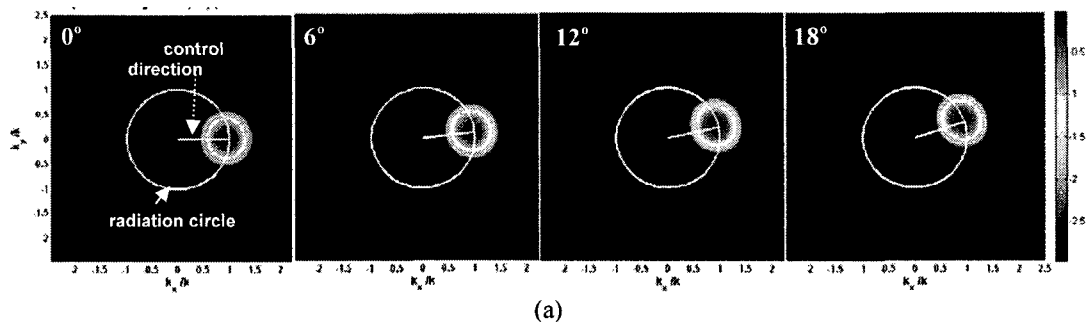
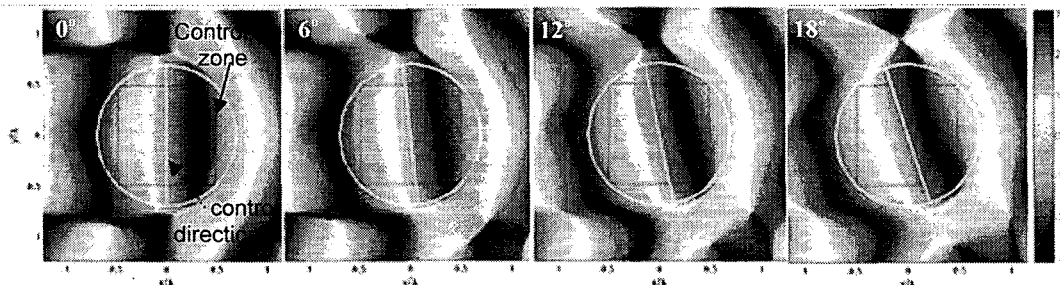


Fig. 6 Configuration of sources and zone (L_t : size of the zone of interest, r_0 : distance from the center)



(a)



(b)

Fig. 7 Example of wave front control (a) Wavenumber spectrum (dB) (b) Phase change in space (radian)