

불확실한 비선형 시스템에 대한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기

Adaptive fuzzy sliding mode controller for uncertain nonlinear systems

황은주¹, 백재호¹, 김은태¹, 박민용¹

¹ 서울시 서대문구 연세대학교 전기전자공학과
E-mail: garung@empal.com

요 약

본 논문에서는 불확실한 비선형 시스템에 대한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 설계한다. 불확실한 비선형 시스템에서 발생할 수 있는 파라미터의 변화를 대처하기 위해서 적응 퍼지 이론을 이용하였고, 외란으로 인한 불확실성을 슬라이딩 모드의 제어기를 통해서 해결하였다. 또한 퍼지 튜닝을 통해 슬라이딩 조건을 가변화함으로써 기존의 슬라이딩 모드 제어기에 비해 빠르고 정확하게 추종 가능하도록 제어기의 성능을 향상시킨다. 제안하는 제어기는 정확한 동역학 모델의 구현이 어렵고 복잡한 비선형 시스템에 외란 특성이 우수한 슬라이딩 모드와 실제 시스템을 표현하는 범용 근사자로 유용성이 입증된 퍼지 시스템을 이용하여 간단하고 쉽게 제어할 수 있도록 하였다. Lyapunov이론을 통하여 전역적인 안정화를 보이며, 마지막으로 역진자 시스템에 적용하여 제안된 제어기의 성능을 검증한다.

Key Words : Adaptive sliding mode, Fuzzy modeling, Non-linear system

1. 서 론

실제 시스템의 미분 동역학 방정식은 모델의 구조와 파라미터에 대한 완벽한 정보를 필요로 한다. 그러나 많은 비선형 시스템을 수학적 방정식으로 구현하기란 그리 쉬운 일이 아니다. 이를 극복하기 위해 숙련 작업자와 제어 전문가의 지식을 IF-THEN 규칙 기반을 가지는 퍼지 시스템이 탄생되었고, 이러한 퍼지 시스템은 어떤 플랜트의 파라미터 또는 구조 등을 모델링 하는데 적용되어 왔다. 이론적으로 퍼지 시스템은 무한 규칙수를 가짐으로써 비선형 플랜트의 동적방정식을 완벽하게 표현 할 수 있다. 그러나 실제 규칙의 수는 제한되기 때문에 완벽하게 묘사하기 어렵다. 그러므로 비록 퍼지 시스템이 비선형 플랜트의 동적방정식을 잘 근사화 시킬 수 있다고 할지라도 모델링의 불확실성은 불가피하게 발생한다. 안정화 문제에서 이러한 불확실성을 극복하기 위하여 여러 가지 퍼지 제어 알고리즘을 제안해 오고 있다. 본 논문은 또한 모델링의 불확실성을 고려했

고, 그것은 완벽한 모델에서 뿐만 아니라 불확실한 모델에서까지 적용할 수 있는 중요한 결과를 주었다.

로봇 제어에서 불확실성에 대하여 강인한 제어를 설계하는 연구도 많이 진행되었는데 이중 슬라이딩 모드 제어기가 있다. 슬라이딩 모드 제어는 변수의 변화와 외부 외란에 대해 강인하여 유도법칙 설계에 많이 사용된다. 이로써 불확실성이나 외란에 의한 오차를 제거함으로써 보다 일정한 성능을 유지하는 제어기를 설계할 수 있다. 그리고 대부분의 적응 퍼지 제어기의 알고리즘은 궤환 선형화 방법을 사용하고 있다. 그러나 궤환 선형화 방법은 역함수 동차 방정식에서 특이성을 갖는 플랜트에 대해서는 적용할 수가 없다. 본 논문에서는 퍼지 모델을 이용한 슬라이딩 제어기를 도입함으로써 특이성 문제를 해결하고자 한다.

슬라이딩 모드의 불연속 스위칭 제어의 수행에서 발생하는 chattering을 감소시키기 위해 상수인 궤환 이득을 퍼지 제어기에 의해 결정되는 시변항으로 대체한다. 본 논문에서는 이

러한 제어 방법으로 로봇 팔의 추종 정확도를 향상시키며, 시스템의 강인성을 약화시키지 않고 chattering을 감소시킨다.

2. 퍼지 시스템

$\prod_{i=1}^n p_i$ 규칙들로부터 퍼지 시스템 $\mathcal{F}(x|\theta_f)$ 을 만든다.

IF x_1 is $A_1^{l_1}$ and ... and x_n is $A_n^{l_n}$,
 THEN \mathcal{F} is $E^{l_1 \dots l_n}$ (2-1)

$$l_i = 1, 2, \dots, p_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Product inference engine, singleton fuzzifier, center average defuzzifier를 사용하면 다음과 같은 퍼지 시스템 $\mathcal{F}(x|\theta_f)$ 을 유도할 수 있다.

$$\mathcal{F}(x|\theta_f) = \frac{\sum_{l_1=1}^{p_1} \dots \sum_{l_n=1}^{p_n} \bar{y}_f^{l_1 \dots l_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i))}{\sum_{l_1=1}^{p_1} \dots \sum_{l_n=1}^{p_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i))} \quad (2-2)$$

$\bar{y}_f^{l_1 \dots l_n}$: free parameter, $\theta_f \in R^{\prod_{i=1}^n p_i}$

따라서 식(2-2)의 퍼지 시스템을 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$\mathcal{F}(x|\theta_f) = \theta_f^T \xi_f(x) \quad (2-3)$$

$\xi_f(x)$ 는 $l_1 \dots l_n$ 까지의 요소로 이루어진 $\prod_{i=1}^n p_i$ 차수를 갖는 벡터이다.

$$\xi_{f_{l_1 \dots l_n}}(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i)}{\sum_{l_1=1}^{p_1} \dots \sum_{l_n=1}^{p_n} (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i))} \quad (2-4)$$

여기서 θ_f^* 를 optimal parameter라고 하면 approximation error를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_d = f(x, t) - \mathcal{F}(x|\theta_f^*) \quad (2-5)$$

3. 슬라이딩 모드 제어기

슬라이딩 모드를 갖는 가변구조 제어 시스템을 sliding surface에서 구조를 변화시킴으로써 강인한 특성을 갖도록 하는 제어 시스템으로 n 차의 SISO 시스템을 다음과 같이 나타낸다

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(n)} &= f(x) + g(x)u + d(t) \\ y &= x \end{aligned} \quad (3-1)$$

여기서 $f(x, t)$ 는 불확실한 비선형 시스템이며 g 는 상수라고 가정한다. u 와 y 는 각각 시스템의 입력과 출력이다. x 는 상태 벡터, $d(t)$ 는 외란이며 정확히 알지는 못하나 범위는 알고 있다고 가정한다.

$$|d(t)| \leq D \quad (3-2)$$

시스템의 state error는 다음과 같다.

$$e = x(t) - x_d(t) = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T \quad (3-3)$$

상태 공간 $R^{(n)}$ 상에서 sliding surface는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} s(e) &= c e = 0 \\ c &= [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_{n-1} \ 1] \end{aligned} \quad (3-4)$$

$$\begin{aligned} \dot{s} &= c \dot{e} \\ &= c_1 \dot{e} + \dots + c_{n-1} e^{(n-1)} + x^{(n)} - x_d^{(n)} \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + x^{(n)} - x_d^{(n)} \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + f(x) + g(x)u - x_d^{(n)} \end{aligned} \quad (3-5)$$

4. 제어기 설계 및 η Fuzzy-tuning

본 논문에서는 불확실한 비선형 시스템에 대한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어를 제안하고 제어기의 성능을 향상시키기 위해 η fuzzy-tuning을 제안한다.

슬라이딩 면에서 발생하는 chattering을 줄이기 위해 sat 함수를 사용하여 제어 입력은 다음과 같다

$$u(t) = \widehat{u}(t) - \overline{k} \cdot \text{sat}\left(\frac{s}{\phi}\right) \quad (4-1)$$

V 는 negative semi definite 이 된다.

식(4-1)을 이용하여 다음과 같이 슬라이딩 모드 제어를 설계한다.

$$u = -\mathcal{F}(x) - \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + x_d^{(n)} - (k + D) \text{sat}(s/\phi) \quad (4-2)$$

식(2-5)를 이용하면 식(3-5)는 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= (f(x, t) - \mathcal{F}(x|\theta_f^*) + \mathcal{F}(x|\theta_f) \\ &\quad - \mathcal{F}(x|\theta_f)) + d(t) - (k + D) \text{sat}(s/\phi) \\ &= f_d + \phi_f^T \xi_f(x) + d(t) \\ &\quad - (k + D) \text{sat}(s/\phi) \end{aligned} \quad (4-3)$$

파라미터 오차는 다음과 같다

$$\phi_f = \theta_f^* - \theta_f \quad (4-4)$$

다음과 같은 Lyapunov candidate 함수를 선택한다.

$$V = \frac{1}{2}(s^2 + \frac{1}{\gamma} \phi_f^T \phi_f) \quad (4-5)$$

γ 는 양의 상수.

V 를 미분한 \dot{V} 값이 $\dot{V} \leq 0$ (negative semi definite) 이 되도록 적응법칙을 유도한다.

$$\dot{V} = s\dot{s} + \frac{1}{\gamma} \phi_f^T \dot{\phi}_f \quad (4-6)$$

식(4-3)을 이용하면 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{\gamma} \phi_f^T (\dot{\phi}_f + \gamma s \xi_f(x)) \\ &\quad + s f_d - s k \text{sat}(s/\phi) \\ &\quad + s d(t) - s D \text{sat}(s/\phi) \\ &\leq \frac{1}{\gamma} \phi_f^T (\dot{\phi}_f + \gamma s \xi_f(x)) \\ &\quad + s f_d - k |s| \end{aligned} \quad (4-7)$$

여기서 다음과 같이 적응법칙을 선택하면,

$$\dot{\theta}_f = \gamma_1 s \xi_f(x) \quad (4-8)$$

$$\dot{V} \leq -\eta |s| \quad (4-9)$$

다음으로 퍼지 슬라이딩 모드 제어를 설계하는 일부분으로 시스템의 정상상태로의 수렴속도를 빠르게 하고 오차를 줄이기 위하여 η 값을 퍼지를 이용하여 찾아내고자 한다. 그림 1에서 알 수 있듯이 η 의 값이 증가하면 정상상태로의 수렴시간이 감소하지만, θ 에 매우 큰 진동이 유발되며 큰 제어 회전 모멘트가 필요하다. 반대로 η 의 값이 감소하면 진동은 작아지지만 수렴속도가 느리게 된다.

η fuzzy-tuning 시스템의 5개의 IF-THEN Rule은 다음과 같다.

e	NLarge	NSmall	Zero	PSmall	PLarge
η	Large	Small	Small	Small	Large

표 4-1. η fuzzy-tuning의 Rule

범의 움직임 초기에는 t_{reach} 를 줄이기 위하여 η 를 증가시키고, Sliding surface 근처에서는 boundary layer의 두께를 감소시키기 위해 η 를 감소시킨다. 여기서 ϕ 의 정상상태 값은 η 에 직접적으로 비례한다. 추종 정확도를 높이기 위해서는 sliding surface 근처에서는 ϕ 는 작은 값을 가지는 것이 좋다.

5. 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서 제안된 제어를 비선형 시스템인 카트형 도립진자 제어에 적용하여 결과를 검증한다. 시스템의 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin x_1 - a m l x_2^2 \sin x_1 + a \cos x_1 u(t)}{\frac{4}{3} l - a m l \cos^2(x_1)} \end{aligned} \quad (5-1)$$

- x_1 도립진자의 수직선과의 각도
- x_2 각속도(angular velocity)
- u 카트(cart)에 가하는 제어입력
- M 카트의 질량
- m 도립진자의 질량
- l 수레와 질점 사이의 거리
- g 중력 가속도 ($9.8m/s^2$)

여기서 $m = 2.0 \text{ kg}$, $M = 8.0 \text{ kg}$, $2l = 1.0 \text{ m}$,
 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 그리고 $a = \frac{1}{m+M}$ 로 둔다.

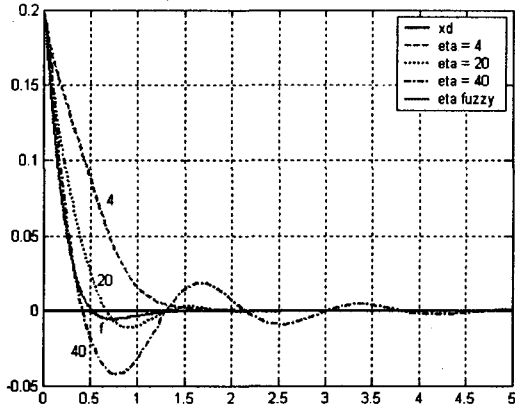


그림 1. Angular displacement of the beam

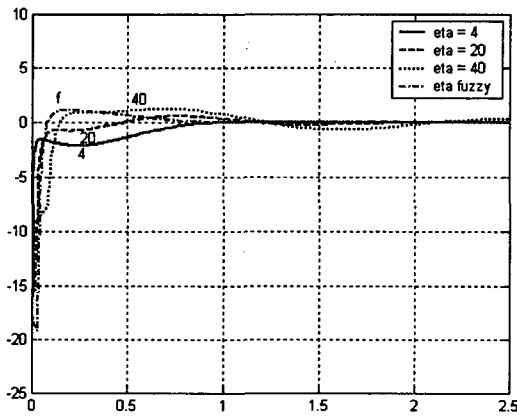


그림 2. Control Input of the system

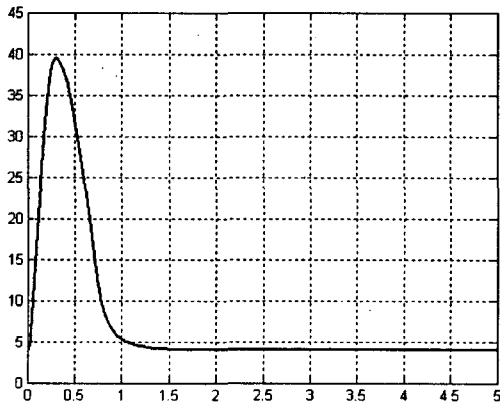


그림 3. Fuzzy-tuning η_{fuzzy}

비선형 시스템의 제어 성능을 향상시킨 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어를 제안하였다. 제안된 제어기는 퍼지 슬라이딩 모드 제어와 적응 제어 기술을 바탕으로 하고, η fuzzy-tuning 개념을 도입하였다. 제어기의 안정성은 Lyapunov 안정화 이론을 이용하여 control law를 유도하여 입증하였으며, 시뮬레이션을 통하여 η fuzzy-tuning으로 향상된 제어 성능을 보였다.

참 고 문 헌

- [1] Nasser Sadati, "A Robust Fuzzy Sliding Control for Uncertain Dynamic Systems", IEEE Trans. Syst. Man. Cybern., Vol. 3, pp. 2225-2230, 2004.
- [2] Chiang-Cheng, "Adaptive fuzzy sliding mode controller design", Vol. 1, pp.674 - 679, 2002
- [3] K-K. D. Young, "Controller Design for a manipulator using theory of variable structure systems", IEEE Trans. Syst. Man and Cybernetics Syst., vol. 8, no. 2, pp. 210-218, 1978.
- [4] Tao Wang, "Fuzzy Sliding Mode Control for Nonlinear Systems", Vol 2, pp.839 - 844, 2004
- [5] J. J. Slotine and W. Li, Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall, New Jersey, 1991
- [6] L. X. Wang, A Course in Fuzzy Systems and Control, Prentice-Hall International, Inc., 1997.

본 논문에서는 η fuzzy-tuning을 이용하여