

# 구간값 퍼지집합에서 규칙 가중치를 고려한 분류방법

## The Method of Classification Considering Rule Weights in the Interval-Valued Fuzzy Sets

손창식, 정환목

대구가톨릭대학교 컴퓨터정보통신공학부

### 요 약

구간값 퍼지집합은 일반적인 퍼지집합보다 언어적인 의사결정 절차에서 매핑의 정확성과 계산의 효율성이 뛰어나고, 규칙의 가중치는 패턴 분류문제에서 분류 경계를 효율적으로 조정할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

따라서 본 논문에서는 퍼지규칙 기반 분류방법을 구간값 퍼지규칙 기반 분류방법으로 확장하고 규칙의 가중치를 고려한 분류방법을 제안한다. 모의실험에서는 일반 퍼지집합에서 규칙 가중치를 고려한 분류방법과 구간값 퍼지집합에서 규칙 가중치를 고려한 분류방법을 비교하였다.

**Key Words** : Interval-valued fuzzy sets, Classification, Certainty factor

### 1. 서 론

퍼지이론이 등장한 이래로 퍼지규칙 기반 시스템은 제어나 의사결정 등과 같은 문제에 적용되었다[1,2]. 그러나 최근 들어 퍼지규칙 기반 시스템을 복잡한 비선형 패턴을 가진 데이터를 처리하기 위한 방법으로 적용되고 있다. 그 예로서 퍼지와 신경망, 퍼지와 유전자 알고리즘, 퍼지와 클러스터링을 결합한 하이브리드 형태의 기법들이 있다[3-5]. 이러한 형태의 기법들은 다음과 같이 3가지 형태로 분류될 수 있다. 첫 번째, 비선형 퍼지 모델링을 위해 신경망과 유전자 알고리즘을 이용하여 전건부 혹은 전건부와 후건부 소속함수의 파라미터를 학습함으로써 소속함수를 근사화하여 최적화할 수 있는 방법[6,7]. 두 번째, 유전자 알고리즘을 이용하여 최적의 규칙을 선택함으로써 분류의 성능을 향상시킬 수 있는 방법[8]. 마지막으로 규칙의 확신도와 유전자 알고리즘을 이용하여 분류의 성능을 향상시킬 수 있는 방법이다[9]. 그러나 이들 3가지 형태의 방법은 기존 퍼지집합이 가진 성질로 인해 하나의 분류 경계로 비선형 패턴을 처리한다는 점이다.

따라서 본 논문에서는 언어적인 의사결정 절차에서 매핑의 정확성과 계산의 효율성이 뛰어난 구간값 퍼지집합과 규칙의 가중치(확신도) 조절에 의한 분류방법을 제안한다. 그리고 제안된 방법의 타당성을 보이기 위해 Fisher의

Iris 데이터를 이용하여 2가지 실험을 비교하였다.

### 2. 구간값 퍼지집합에 의한 패턴분류

본 장에서는 Gorzalczany에 의해서 제안된 구간값 퍼지집합의 개념을 이용하여 다음의 2가지 목적을 바탕으로 분류의 정확도를 향상시키고자 한다. 첫 번째는 최소의 규칙을 선택하는 방법이고 두 번째는 가중치에 의해서 확신도를 조절할 수 있는 방법이다.

#### 2.1 구간값 퍼지집합의 연산

**[정의 2.1]** 구간값 퍼지집합의 정의[10,11]

전체집합 X상에 정의된 구간값 퍼지집합(i-v 퍼지집합) A는 다음과 같다.

$$A = \{(x, [\mu_A^L(x), \mu_A^U(x)])\}, x \in X \quad (2.1)$$

$$\mu_A^L, \mu_A^U : X \rightarrow [0,1]; \forall x \in X, \mu_A^L(x) \leq \mu_A^U(x), \quad (2.2)$$

$$\bar{\mu}_A(x) = [\mu_A^L(x), \mu_A^U(x)], x \in X \quad (2.3)$$

D[0,1]이 구간 [0,1]에 포함된 모든 폐구간의 군(family)을 나타낸다면 다음과 같다.

$$\forall a_1, a_2 \in [0,1], a_1 \leq a_2, [a_1, a_2] \in D[0,1] \quad (2.4)$$

따라서 각각의  $x \in X$ 에 대해서  $\bar{\mu}_A(x) \in D[0,1]$

이다. 그러므로 식 (2.1)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$A = \{(x, \bar{\mu}_A(x))\}, \bar{\mu}_A : X \rightarrow D[0,1], x \in X \quad (2.5)$$

[정의 2.2] 합집합 연산[10,11]

구간값 퍼지집합  $A \cup B \in IVF(X)$ 는 구간값 퍼지집합  $A, B \in IVF(X)$ 의 합집합 연산이다.

$$A \cup B = (x, \bar{\mu}_{A \cup B}) \quad (2.6)$$

$$\bar{\mu}_{A \cup B} = [\mu_{A \cup B}^L(x), \mu_{A \cup B}^U(x)], x \in X \quad (2.7)$$

$$\mu_{A \cup B}^L(x) = \max[\mu_A^L(x), \mu_B^L(x)], x \in X$$

$$\mu_{A \cup B}^U(x) = \max[\mu_A^U(x), \mu_B^U(x)] \quad (2.8)$$

[정의 2.3] 교집합 연산[10,11]

구간값 퍼지집합  $A \cap B \in IVF(X)$ 는 구간값 퍼지집합  $A, B \in IVF(X)$ 의 교집합 연산이다.

$$A \cap B = \{(x, \bar{\mu}_{A \cap B}(x))\}, \quad (2.9)$$

$$\bar{\mu}_{A \cap B}(x) = [\mu_{A \cap B}^L(x), \mu_{A \cap B}^U(x)], x \in X \quad (2.10)$$

$$\mu_{A \cap B}^L(x) = \min[\mu_A^L(x), \mu_B^L(x)], x \in X$$

$$\mu_{A \cap B}^U(x) = \min[\mu_A^U(x), \mu_B^U(x)] \quad (2.11)$$

[정의 2.4] 적합도 연산

구간값 퍼지집합  $A_i$ 와  $B_j$ 가 각각  $\mu_{A_i}^L, \mu_{B_j}^L \neq 0$  일 때,  $x_1 \in IVF(X), y_1 \in IVF(Y)$ 라고 하자. 그리고  $A_i$ 는 전체집합  $X$ 상에 정의된 구간값 퍼지집합이고  $B_j$ 는 전체집합  $Y$ 상에 정의된 구간값 퍼지집합이다.

$$A_i = (x_1, [\mu_{A_i}^L(x_1), \mu_{A_i}^U(x_1)]), x_1 \in X \quad (2.12)$$

$$\mu_{A_i}^L, \mu_{A_i}^U \in D[0,1], \mu_{A_i}^L(x_1) \leq \mu_{A_i}^U(x_1)$$

$$B_j = (y_1, [\mu_{B_j}^L(y_1), \mu_{B_j}^U(y_1)]), y_1 \in Y \quad (2.13)$$

$$\mu_{B_j}^L, \mu_{B_j}^U \in D[0,1], \mu_{B_j}^L(y_1) \leq \mu_{B_j}^U(y_1)$$

여기서  $x_1, y_1$ 는 수치적인 입력을 의미한다.

$$W_{ij} = [w_{ij}^L, w_{ij}^U], w_{ij}^L \leq w_{ij}^U \quad (2.14)$$

$$W_{ij} = [w_{11}, \dots, w_{mm}],$$

$$w_{ij}^L = \min[\mu_{A_i}^L(x_1), \mu_{B_j}^L(y_1)],$$

$$w_{ij}^U = \min[\mu_{A_i}^U(x_1), \mu_{B_j}^U(y_1)]$$

[정의 2.5] 규칙의 확신도 연산

퍼지 IF-THEN 규칙에서 각 규칙의 확신도를 전건부 변수의 소속함수와 후건부 변수의

소속함수의 빈도수로써 나타내었다. 퍼지 IF-THEN 규칙이 다음과 같다고 가정한다.

$$R_i: IF(x_1 \text{ is } X_1) AND \dots AND(x_n \text{ is } X_n) THEN(y \text{ is } B_j) \text{ with } CF_i, i=1, \dots, k \quad (2.15)$$

여기서  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 과  $y$ 는 각각 전건부 변수와 후건부 변수를 나타내고,  $X_1, \dots, X_n$ 과  $B_j(j=1, 2, \dots, m)$ 은 각각  $n$ 개의 전건부와  $m$ 개의 후건부 소속함수(즉 클래스의 수)를 나타낸다. 그리고  $k$ 는 규칙의 수,  $CF_k, CF_k \in [0, 1]$ 는  $k$ 개의 확신도를 나타낸다.

$i$ 번째 규칙의 확신도  $CF_i$ 는 다음과 같다.

$$CF_i = \frac{\sum_{x \in C_j} card(x_j) / card(C_j)}{\sum_{i=1}^k \sum_{x \in C_j} card(x_j) / card(C_j)} \quad (2.16)$$

여기서  $i(i=1, 2, \dots, k)$ 는  $k$ 개의 규칙,  $l(l=1, 2, \dots, n)$ 은  $n$ 개의 전건부 변수의 소속함수 수,  $j(j=1, 2, \dots, m)$ 는  $m$ 개의 후건부 소속함수 수(즉, 클래스 수)를 나타낸다. 또한  $card(x_j)$ 는  $i$ 번째 규칙에서  $i$ 번째 전건부 변수의 소속함수의 수를 나타내고,  $card(C_j)$ 는  $m$ 개의 클래스 중  $j$ 번째 클래스의 수를 나타낸다.

[정의 2.6] 구간값 퍼지집합에서 상한과 하한의 분류 경계 결정

구간값 퍼지집합의 상한과 하한의 분류 경계는 전건부 적합도와 확신도의 곱으로 정의하였다.

$$\mu_j^L(X) \cdot CF_j (j=1, 2, \dots, M) \quad (2.17)$$

$$\mu_j^U(X) \cdot CF_j (j=1, 2, \dots, M) \quad (2.18)$$

여기서  $\mu_j^L(X) \cdot CF_j, \mu_j^U(X) \cdot CF_j$ 은 각각 구간값 퍼지집합에서 하한과 상한의 분류 경계를 나타낸다.

[정의 2.7] 규칙 선택 방법

전건부 적합도가  $W_{ij}$ 이고 후건부 구간값 퍼지집합  $C_k(k=1, 2, \dots, l)$ 가  $C_k \in IVF(Z)$ 이고  $Z=[z_1, z_2, \dots, z_l]$ 이라고 하자.

$$C_k = (z, [\mu_{C_k}^L(z), \mu_{C_k}^U(z)]), z \in Z \quad (2.19)$$

$$\mu_{C_k}^L, \mu_{C_k}^U \in D[0,1], \mu_{C_k}^L(z) \leq \mu_{C_k}^U(z)$$

$$C'_k = [C'_k{}^L, C'_k{}^U], C'_k{}^L \leq C'_k{}^U, \quad (2.20)$$

$$C'_k{}^L, C'_k{}^U \in D[0,1]$$

$$C'_k{}^L = \max(w_{ij}^L \cdot CF_i \cdot \mu_{C_k}^L(z))$$

$$C'_k{}^U = \max(w_{ij}^U \cdot CF_i \cdot \mu_{C_k}^U(z))$$

여기서  $C'_k{}^L, C'_k{}^U$ 는 각각 전건부 적합도의 하한 경계값과 후건부의 하한 퍼지집합 간의 product 연산과 전건부 적합도의 상한 경계값과 후건부의 상한 퍼지집합 간의 product 연산을 나타낸다. 즉 참고문헌 [12]에서처럼 규칙의 이행정도(degree of fulfillment) 또는 후건부 소속함수의 적합도가 특정 레벨(level) 이상의 규칙을 추출하기 위한 것이다. 본 논문에서는 단지 한 개의 규칙을 추출하기 위해 max값을 사용하였다.

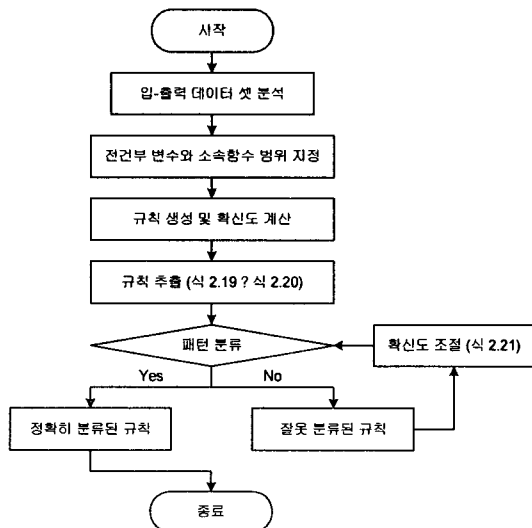
**[정의 2.8] 확신도 조절**

규칙의 확신도는 전건부 적합도와 확신도의 곱에 의해서 후건부에 반영되는 정도를 나타낸다. 만약 특정 클래스가 몇몇의 규칙에 의해서 패턴이 분류된다면 확신도에 영향을 받아 잘못 분류되는 경우가 발생할 수도 있다. 따라서 다음과 같이 규칙의 확신도를 가중치로 조절하였다. 만약 주어진 규칙이 클래스를 정확하게 분류한다면 초기 확신도 값을 유지하고 그렇지 않은 경우에는 잘못 분류한 규칙 중 규칙의 이행정도가 최대인 규칙을 추출하여 가중치  $\alpha$ , ( $0 < \alpha < 1$ )을 곱한다.

$$CF_i^{new} = CF_i \cdot \alpha, CF_i^{new} \in [0,1] \quad (2.21)$$

여기서  $CF_i^{new}$ 는 가중치  $\alpha$ 에 의해서 새롭게 갱신된 확신도를 의미한다.

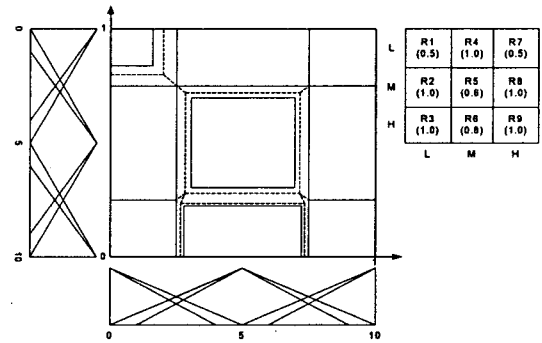
[그림 2.1]은 구간값 퍼지집합에서 패턴분류를 위한 전체 흐름도를 나타낸다.



[그림 2.1] 전체 흐름도

**2.2 확신도를 고려한 구간값 퍼지집합**

[그림 2.2]는 확신도를 고려하였을 때 2개의 전건부 변수와 1개의 후건부 변수를 가진 구간값 퍼지집합의 분류 경계를 2차원 공간에서 나타낸 것이고 확신도가 전건부 변수의 소속함수에 어떠한 영향을 미치는가를 보여주고 있다.

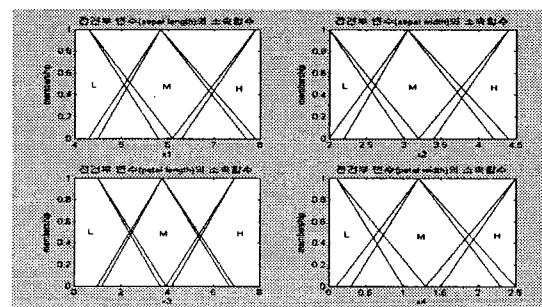


[그림 2.2] 구간값 퍼지집합의 분류경계

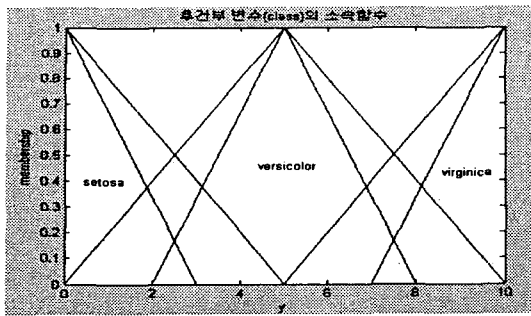
[그림 2.2]에서 상한과 하한의 분류 경계는 식 (2.17)과 (2.18)로 결정된다. 실선(-)은 상한 분류경계, 점선(- -)은 하한 분류경계를 나타낸다. 그리고 그림 오른쪽의 표는 9개의 규칙과 확신도를 나타낸다. 그림에서 알 수 있듯이 대칭형 소속함수를 사용한 구간값 퍼지집합에서 확신도가 1.0인 경우 상한과 하한의 분류 경계는 정확히 일치하지만, 확신도가 1.0보다 작은 경우 대칭형 소속함수를 사용하더라도 분류 경계가 직사각형과 정사각형이외에 다양한 형태로 나타남을 알 수 있다.

**3. 모의실험**

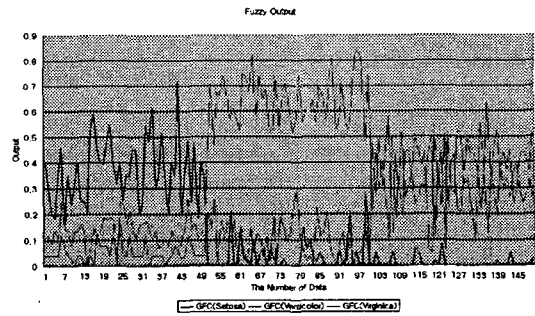
본 장에서는 패턴 분류문제에서 널리 사용되는 Fisher의 Iris 데이터를 바탕으로 2가지 실험을 통하여 제안된 방법의 효율성을 보이고자 한다. 다음 그림은 각 전건부 변수의 범위와 소속함수의 범위를 지정하기 위해 Iris 데이터의 통계적 정보를 이용하였다.



[그림 3.1] 전건부 변수의 소속함수



[그림 3.2] 후건부 변수의 소속함수(클래스)



[그림 3.3] 일반 퍼지집합에서 퍼지출력

### 3.1 초기의 규칙선정

다음 정의된 규칙이외에 나머지 규칙(69개)은 경험적으로 선정하였다.

#### I) Iris Setosa인 경우(6가지)

- Rule 1 : IF (SL is L) and (SW is L) and (PL is L) and (PW is L) THEN y is S
- Rule 2 : IF (SL is L) and (SW is M) and (PL is L) and (PW is L) THEN y is S
- Rule 3 : IF (SL is L) and (SW is H) and (PL is L) and (PW is L) THEN y is S
- Rule 4 : IF (SL is M) and (SW is L) and (PL is L) and (PW is L) THEN y is S
- Rule 5 : IF (SL is M) and (SW is M) and (PL is L) and (PW is L) THEN y is S
- Rule 6 : IF (SL is M) and (SW is H) and (PL is L) and (PW is L) THEN y is S

#### II) Iris Versicolor인 경우(4가지)

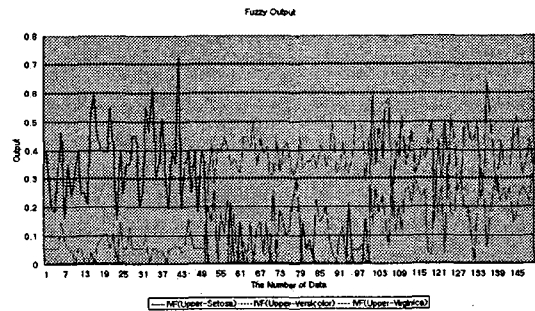
- Rule 1 : IF (SL is M) and (SW is L) and (PL is M) and (PW is M) THEN y is VC
- Rule 2 : IF (SL is M) and (SW is M) and (PL is M) and (PW is M) THEN y is VC
- Rule 3 : IF (SL is H) and (SW is L) and (PL is M) and (PW is M) THEN y is VC
- Rule 4 : IF (SL is H) and (SW is M) and (PL is M) and (PW is M) THEN y is VC

#### III) Iris Virginica인 경우(2가지)

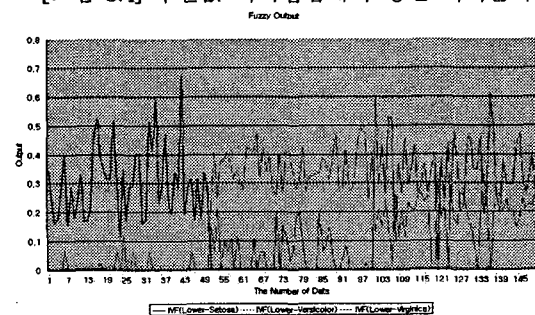
- Rule 1 : IF (SL is M) and (SW is L) and (PL is H) and (PW is H) THEN y is VG
- Rule 2 : IF (SL is H) and (SW is H) and (PL is H) and (PW is H) THEN y is VG

### 3.2 모의실험 비교

[그림 3.3]과 [그림 3.4 - 3.5]는 각각 확신도를 고려했을 때 일반 퍼지집합의 퍼지출력 패턴과 구간값 퍼지출력 패턴을 나타낸다.



[그림 3.4] 구간값 퍼지집합에서 상한 퍼지출력



[그림 3.5] 구간값 퍼지집합에서 하한 퍼지출력

일반 퍼지집합과 구간값 퍼지집합의 분류의 특성을 알아보기 위해 [그림 3.3]에서는 [그림 3.1]과 [그림 3.2]의 상한 퍼지집합만 고려하여 실험을 하였다. 실험결과, 81개의 규칙을 사용하고 확신도를 고려하더라도 분류의 정확도가 **82%(123개 분류)**였다. 반면에 구간값 퍼지집합에서는 식 (2.19)과 (2.20)를 사용하여 규칙을 추출하고 식 (2.21)을 이용하여 잘못 분류된 규칙의 확신도를 조절함으로써 분류의 정확도가 상한 경계에서는 약 **95.3%(143개 분류)**로 증가하였고, 하한 경계에서도 약 **95.3%(143개 분류)**로 향상되었다. [그림 3.3]과 [그림 3.4] - [그림 3.5]를 비교해 보았을 때, Iris virginica에서 명확하게 분류가 됨을 볼 수 있다.

그리고 식 (2.19)과 (2.20)로 추출된 규칙과 가중치(0.6)로 조절된 규칙의 확신도는 다음과 같다.

<표 3.1> 추출된 규칙

	SL	SW	PL	PW	Iris	
1	L	L	L	L	S	0.96
2	L	L	M	M	VC	0.52
3	L	M	L	L	S	0.22
4	M	L	M	M	VC	0.54
5	M	L	M	H	VC	0.52
6	M	L	H	M	VC	0.31
7	M	M	L	L	S	0.77
8	M	M	M	M	VC	0.58
9	M	M	M	H	VC	0.46
10	M	M	H	M	VG	0.58
11	M	M	H	H	VG	0.89
12	M	H	L	L	S	0.79
13	H	M	H	M	VG	0.80
14	H	M	H	H	VG	0.87
15	H	H	H	H	VG	0.87

<표 3.1>에서 SL, SW, PL, PW는 각각 Sepal Length, Sepal Width, Petal Length, Petal Width를 나타내고, S, VC, VG는 각각 Setosa, Versicolor, Virginica를 의미한다.

#### 4. 결론 및 향후 연구과제

구간값 퍼지집합은 일반 퍼지집합보다 의사 결정 절차에서 매핑의 정확성과 계산의 효율성이 뛰어나고 규칙의 확신도는 패턴 분류문제에서 분류경계를 효율적으로 조절할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

본 논문에서는 이러한 장점을 결합하여 구간값 퍼지집합에서 확신도를 고려한 분류 방법을 제안하였다. 실험결과, 규칙의 확신도는 소속함수를 조절하지 않고도 분류경계를 효율적으로 조절할 수 있음을 알 수 있었고, 규칙의 이행 정도가 최대값을 가지는 규칙을 추출함으로써 보다 적은 수의 규칙으로도 분류할 수 있음을 알 수 있었다.

향후 연구과제로는 상한과 하한 분류경계 사이에 최적의 분류 경계선을 찾기 위한 규칙의 확신도를 고려한 학습 방법과 구간값 퍼지집합의 동정(identification or tuning) 방법이 요구된다.

#### 참 고 문 헌

[1] D. Driankov, H. Hellendoorn, M. Reinfrank, An Introduction to Fuzzy Control, Springer-Verlag, Berlin, 1993.  
 [2] C.S. Lee, C.Y. Pan An Intelligent Fuzzy Agent for Meeting Scheduling Decision Support System, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 142, pp. 467-488, 2004.  
 [3] S. Mitra, L.I. Kuncheva, Improving

Classification Performance Using Fuzzy MLP and Two-Level Selective Partitioning of the Feature Space, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 70, No. 1, pp.1-13, 1995.

[4] T. Murata, H. Ishibuchi, T. Nakashima, M. Gen, Fuzzy Partition and Input Selection by Genetic Algorithms for Designing Fuzzy Rule-Based Classification Systems, Springer-Verlag Lecture Notes in Computer Science, Vol. 1447 : Evolutionary Programming IV, pp. 407-416, Springer-Verlag, 1998.

[5]. S. Abe, R. Thawonmas, A Fuzzy Classifier with Ellipsoidal Regions, IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 5, No. 3, pp. 358-368, 1997.

[6] A. Evsukoff, A. Branco, S. Galichet, Structure Identification and Parameter Optimization for Non-linear Fuzzy Modeling, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 132, pp. 173-188, 2002.

[7] Y. Tang, Y. Xu, Application of Fuzzy Naive Bayes and a Real-Valued Genetic Algorithm in Identification of Fuzzy Model, Journal of Information Sciences, Vol. 169, pp. 205-226, 2005.

[8] H. Ishibuchi, T. Murata, I.B. Turksen, Single-Objective and Two-Objective Genetic Algorithms for Selecting Linguistic Rules for Pattern Classification Problems, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 89, pp. 135-150, 1997.

[9] H. Ishibuchi, T. Nakashima, Effective of Rule Weights in Fuzzy Rule-Based Classification Systems, IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 9, No. 4, pp.506-515, August, 2001.

[10] M.B. Gorzalczy, A Method of Inference in Approximate Reasoning Based on Interval-Valued Fuzzy Sets, Fuzzy Sets and Systems Vol. 21, pp. 1-17, 1987.

[11] M.B. Gorzalczy, An Interval-Valued Fuzzy Inference Method - Some Basic Properties, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 31, pp.243-251, 1989.

[12] C.S Son, H.M Chung, An Emotion Classification Based on Fuzzy Inference and Color Psychology, International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems, Vol.4, No.1, pp.18-22, 2004.