벌크재료 가속시험샘플링검사방식설계
An Accelerated Life Test Sampling Plan for Bulk Material

김종걸 *, 김동철 **

*성균관대학교 시스템경영학부, **한국부품소재산업진흥원

Kim Jong-Gurl *, Kim Dong-Chul **

Abstract

This paper aims at designing an accelerated life test sampling plan for bulk material and showing its application for an arc-welded gas pipe. It is an integrated model of the accelerated life test procedure and bulk sampling procedure.

The accelerated life tests were performed by the regulation, RSD 0005 of ATS at KITECH and bulk sampling was used for acceptance. Design parameters might be total sample size(segments and increments), stress level and so on. We focus on deciding the sample size by minimizing the asymptotic variance of test statistic as well as satisfying consumer's risk under Weibull life time distribution with primary information on shape parameter.

Key words : Accelerated life test, Bulk sampling, Bulk material, Weibull distribution.

---

* 성균관대학교 시스템 경영공학과 교수
** 한국부품소재산업진흥원 원장

1. 서론

높은 신뢰성 제품을 생산하고 보증하는 신뢰성 경영시스템의 구축은 국제경쟁력 을 확보하기 위한 핵심과제이다. 신뢰성 경영시스템 구성요소 중 시간과 비용 면에서 효율적인 기업의 자체적 신뢰성 보증 시스템의 개발이 필수적이다. 신뢰성보증시스템은 프로세스중심의 보증과 제품중심의 로트보증으로 구성되어있다.[2]

지금까지는 낱개로 단위화 되어 생산되는 아이템화 된 단위제품의 로트를 검사하여 채택여부를 결정하여 신뢰성을 보증하는 가속수명시험 샘플링 검사방식에 관한 연구는 이루어져 오고 있으나 벌크형 재료의 신뢰성 보증이 시급함에도 불구하고 이를 위한 가속수명시험 벌크샘플링 검사방식의 연구는 미개척분야이다.[1]

본 연구에서는 시간과 비용을 줄이면서 신뢰성 보증을 효과적으로 할 수 있는 벌크형 재료의 신뢰성보증시스템을 개발하고 적용사례를 다룬다. 이 시스템은 가속수명시험과 벌크샘플링 검사방식을 통합한 것으로 설계모수로는 벌크샘플링에서 세그먼트(segment)와 인크리멘트(increment)수를 고려한 시료수(sample size), 스트레스 수준 등이다. 벌크시료의 수명을 형상모수에 대한 사전정보가 있는 경우의 와이블분포를 가정하고 로트판정을 위한 검사통계량의 분산을 최소화하면서 동시에 소비자위험을 보증하는 최소 시료수를 결정하고 이를 벌크재료의 하나인 아크용접가스관의 신뢰성보증에 적용한 사례를 제시한다.

표기

T : 제품 수명

f(t): 와이블 분포의 확률밀도함수

$$f(t)=\lambda\beta(\lambda t)^{\beta-1}e^{-(\lambda t)^{\beta}}=\frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1}e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}} \qquad (t\geq 0,\ \beta,\lambda>0)$$

β : 형상모수(β =1 : 지수분포, β = 3.5 : 근사적 정규분포, β<1 : 감마분포)

$\eta=\frac{1}{\lambda}$:척도모수, γ :위치모수

α, β_c : 생산자위험, 소비자 위험

n : 총 샘플(시료) 수

t_i : 시료 n 중 i번째 순위 제품의 수명

F(t) : 와이블분포의 누적분포함수(불신뢰도 함수)

θ, θ_p : 제품 로트 평균수명, 로트허용평균수명 LTML(Lot tolerance mean life)

$\hat{\theta}$: θ 추정치

θ_l, θ_u : 평균수명의 100(1−α)%의 신뢰하한과 상한

$\Gamma(\ )$: 감마함수

t_0 : 정시관측중단 시간

r : 관측중단 시간까지 관측된 시료수

$Y=T^{\beta}$: T의 멱수변환

$x^2(2r+2,\beta_c)$:자유도가 $(2r+2)$인 카이제곱분포의 $100(1-\beta_c)$번째 백분위수

$T_0=\sum_{i=1}^{r} t_i+(n-r)t_0$: 총 시험시간(total time on test),

B_{100p} : 모집단 수명분포의 100p% 순위수(= t_p)

$n=n_1+n_2$: 총시료수,

n_1 : 세그먼트(segment) 수, n_2 : 각 세그먼트내 인크리먼트(increment) 수

$\sigma_T^2=\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2+\sigma_4^2$

σ_T^2 : 로트내 총분산, σ_1^2 : 세그먼트 분산, σ_2^2 : 인크리먼트 분산

σ_3^2 : 반복시험으로 인한 분산, σ_4^2 : 재료를 요구하는 입자 크기로 줄임에 따른 분산

2. 모형

2.1 가정

(1). 제품수명 T는 와이블 분포를 따른다.
형상모수에 대한 사전정보가 주어진다.

(2). 각 시료의 수명은 서로 통계적으로 독립이다

2.2 시험절차와 검사방식[3,4,5,6,7,8,9,10,11]

(1). 가속시험은 정시관측중단(Type I censoring)을 사용한다.

(2). 스트레스부하는 한점에서 일정부하(constant stress loading)방식을 택한다.

(3). 비복원 시험을 실시한다.

(4). 벌크샘플링검사의 총시료수 n은 세그먼트 수 n_1와 인크리먼트 수 n_2의 곱으로 계산된다.

(5). 로트내 총분산은 $\sigma_T^2=\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2+\sigma_4^2$으로 계산된다.
(6). 가속시험에서 얻어진 자료를 가지고 모집단의 모수에 대한 MLE를 구한다.
(7). 검정통계량과 판정기준치를 비교하여 로트채택여부를 결정한다.

2.3 모수결정과 기준

(1). 결정해야 할 설계모수는 시료크기 $n(n_1,\ n_2)$, 스트레스수준, 시험시간 등이 될 수 있으나 본 연구에서는 시료크기를 중심으로 한다.
(2). 모집단 평균수명을 검정하는 검정통계량의 분산을 최소화하며 소비자위험을 보증하는 시료의 크기를 결정한다.

3. 최적설계

3.1 로트허용 평균 수명보증 신뢰성 샘플링 시험 방식

로트허용 평균수명(Lot tolerance mean life: LTML)을 보증하는 신뢰성 샘플링 검사는
평균수명이 θ_0인 로트의 합격 확률을 소비자 위험 β_c이하가 되도록 보증하는 것이다.
이는 평균수명이 θ_0인 로트의 합격확률이 β_c이하가 되도록 하는 가설 검정 또는 평균
수명이 θ_0 이상임을 신뢰수준 $100(1-\beta_c)$%로 보증하는 것과 같다. 즉, $\hat{\theta}$을 평균수명
θ의 추정량이라 할 때, $\hat{\theta}>\theta_c$(주어진 수명)이면 합격판정하고 합격확률이 β_c가 되도록 하기 위해서는 다음을 만족해야 한다.

$$P_r(\hat{\theta}>\theta_c \mid \theta=\theta_0)=\beta_c \qquad (1)$$

여기서 $\theta=\eta\Gamma(1+\frac{1}{\beta})$는 와이블 분포의 평균수명이며, 와이블분포에서 형상모수 β를 알고 있으면 θ 대신 척도모수 η를 검정하는 것과 같다.

3.2 신뢰성 샘플링 시험의 샘플 수 결정

제품 수명(T)의 와이블분포 누적분포함수 $F(t)$는 다음과 같다.

$$F(t)=1-\exp(-(\frac{t}{\eta})^{\beta}) \qquad (2)$$

$Y=T^{\beta}$라 하면, Y의 분포함수 $G(y)$는

$$G(y) = P(Y \le y) = P(T^{\beta} \le y) = P(T \le y^{\frac{1}{\beta}}) = 1 - \exp(-\frac{y}{\eta^{\beta}}) \quad \cdots\cdots (3)$$

이다. 형상모수 β를 알고 있다면 T^{β}은 평균수명이 η^{β}인 지수분포를 따른다. 평균수명이 θ인 지수분포를 따르는 제품 n개를 정해진 시간 t_0까지 시험하였을 때 r개의 고장이 발생하였다고 하자. 이때, 평균수명 θ의 $100(1-\beta_c)\%$ 단측 및 양측 신뢰구간은 다음과 같다.

①단측신뢰구간 :

$$\theta \ge \theta_l = \frac{2T_0}{\chi^2(2r+2, \beta_c)} \quad \cdots\cdots (4)$$

② 양측신뢰구간 :

$$\theta_l = \frac{2T_0}{\chi^2(2r+2, \beta_c)} \le \theta \le \theta_u = \frac{2T_0}{\chi^2(2r, \frac{\beta_c}{2})} \quad \cdots\cdots (5)$$

여기서 θ_l과 θ_u는 각각 평균수명의 $100(1-\beta_c)\%$의 신뢰하한과 신뢰상한을 나

타내며, $T_0 = \sum_{i=1}^{r} t_i + (n-r)t_0$으로 총시험시간(total time on test), β_c는소비자

위험, $x^2(2r+2, \beta_c)$는 자유도가 $(2r+2)$인 카이제곱분포의 $100(1-\beta_c)$번째 백분위

수 이다.

일반적으로 평균수명의 보증은 평균수명의 $100(1-\beta_c)\%$ 단측 신뢰하한인 θ_l 보

증하고자하는 목표수명 θ_0보다 크면, 신뢰수준 $100(1-\beta_c)\%$로 θ_0를 보증한다고

할 수 있다. 즉,

식 (4)로부터

$$\theta_l = \frac{2T_0}{\chi^2(2r+2, \beta_c)} \ge \theta_0 \quad \cdots\cdots (6)$$

이다. 만일 정해진 시간 t_0까지 고장이 하나도 발생하지 않았다면(이때 시료

수가 가장 작고 경제적인 시험을 할 수 있다), $T_0 = nt_0$이므로 식(6)은 다음과 같이 표현된다.

$$\theta_l = \frac{2nt_0}{\chi^2(2r+2, \beta_c)} \geq \theta_0 \quad \cdots\cdots (7)$$

$$T_0 = nt_0 \geq \frac{\chi^2(2r+2, \beta_c)\theta_0}{2} \quad \cdots\cdots (8)$$

따라서 시험기간 t_0가 주어지면, 목표수명 θ_0를 신뢰수준 $100(1-\beta_c)\%$로 보증
하기 위한 샘플의 크기 n은 다음과 같이 결정된다.

$$n \geq \frac{\chi^2(2r+2, \beta_c)\theta_0}{2t_0} \quad \cdots\cdots (9)$$

3.3 B_{100p} 수명 보증을 위한 샘플의 수 결정

앞에서 설명한 와이블분포와 지수분포의 관계를 이용하여 와이블분포에서 신뢰수준 $100(1-\beta_c)\%$로 B_{100p} 수명을 보증하기 위한 샘플의 크기 n을 구하는 문제를 살펴본다. $T_1, T_2, \cdots, T_n$이 형상모수 β, 척도모수 η인 와이블분포를 따를 때, 식 (3)으로부터 $T_1^\beta, T_2^\beta, \cdots, T_n^\beta$은 평균수명이 η^β인 지수분포를 따른다. 따라서, 식 (7)로부터 η^β의 $100(1-\beta_c)\%$의 신뢰하한은 다음과 같다.

$$\eta_l^\beta = \frac{2nt_0^\beta}{\chi^2(2r+2, \beta_c)} \quad \cdots\cdots (10)$$

한편, 와이블분포의 β를 알고 있고(또는 β의 추정치를 갖고 있고) p가 주어지면 $[-\ln(1-p)]^{\frac{1}{\beta}}$은 상수이므로, $B_{100p} = \eta[-\ln(1-p)]^{\frac{1}{\beta}}$의 보증은 η를 보증하는 것과 동일한 의미를 갖는다. 따라서, 신뢰수준 $100(1-\beta_c)\%$로 와이블분포의 B_{100p}수명이 목표수명 t^* 이상임을 보증하는 것은 다음과 같이 B_{100p} 수명의 신뢰하한이 t^* 이상인 것과 같다.

$$B_{100p} \geq \eta_l[-\ln(1-p)]^{\frac{1}{\beta}} > t^* \Leftrightarrow \eta_l^\beta \geq \frac{t^{*\beta}}{[-\ln(1-p)]} \quad \cdots\cdots (11)$$

따라서, 식 (10)으로부터

$$\frac{2nt_0^{\beta}}{\chi^2(2r+2,\beta_c)} \ge \frac{t^{*\beta}}{[-\ln(1-p)]} \quad \text{이며}$$

$$n \ge \frac{\chi^2(2r+2,\beta_c)}{2} \times \frac{1}{\ln(1-p)^{-1}} \times \left(\frac{t^*}{t_0}\right)^{\beta} \cdots\cdots(12)$$

이다. 즉, 와이블 분포에서의 B_{100p} 수명을 보증하기 위한 샘플 수는 식 (12)로부터 구할 수 있다.

4. 적용사례

이절에서는 아크용접 가스관의 신뢰성보증을 위한 적용사례를 다룬다.

4.1 형상모수측정을 위한 파단시험 설계

- 시료 : 응력부식균열 시험에서 통과한 시료
- 적용응력 : 최저규정 항복강도(SMYS)의 95% 부가
  - SMYS는 483Mpa(70Ksi)이다.
- 시험은 모두 9개의 시편에 대해 동일한 조건에서 지분실험계획(nested design)으로 수행(세그먼트 3, 인크리먼트 3)하였다.

4.2 시험결과

- 시험에 사용된 9개의 샘플은 12~20시간 내에 파단 되었다.

<표 2> 파단시간

시편번호	용접부 내측			용접부 외측			모재중앙		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
파단시간 (hr)	11.9	14.0	15.0	15.2	15.7	16.5	18.0	19.6	20.0

4.3 형상모수(β)와 척도모수(η)의 추정

와이블 확률지에 의한 플로트를 하기 위해 메디안랭크(Median Rank)로 구한 불신뢰도는 <표3>과 같다.

<표 3> 메디안랭크에 의한 불신뢰도

순위	1	2	3	4	5	6	7	8	9
파손시간	11.9	14.0	15.0	15.2	15.7	16.5	18.0	19.6	20.0
불신뢰도	7.44	18.08	28.72	39.36	50.00	60.63	71.21	81.91	92.55

주 : $F(t_i)=\frac{i-0.3}{n+0.4}\times100$, i : 순위수, n : 샘플수

시험결과 와이블확률지를 사용하여 추정한 값은 형상모수 추정치($\hat{\beta}$)가 5.9로, 척도모수 추정치 $\hat{\eta}$가 17.7 시간으로, 프로그램을 이용한 계산결과는 $\hat{\beta}$=6.8, $\hat{\eta}$ =17.3으로 나타났다.

4.4 로트허용 B_{100P}수명보증을 위한 샘플수 계산

$p=0.05$, 보증수명 30년, 목표시험수명(t^*)=264시간, 시험시간(t_0)=720시간, 고장개수 $r=0$, $\beta_c=0.1$를 가정한 최소필요 샘플의 수, 즉 신뢰수준 $100\times(1-\beta_c)\%$에서 B_5수명 30년을 보증하기 위한 샘플의 수 n은

$$n\geq\frac{\chi^2(2,\beta_c)}{2}\times\frac{1}{\ln(1-p)^{-1}}\times\left(\frac{t}{t_0}\right)^{\beta}$$

$$=\frac{5.99\times2}{2}\times\frac{1}{\ln(1-0.05)^{-1}}\times\left(\frac{264}{720}\right)^{5.9}$$

$$=5.99\times0.0237 \quad =0.14$$

$n<1$이므로 1개의 샘플에 대하여 720시간 동안 시험 하에 고장이 없으면 B_5 수명 30년을 신뢰수준 95%로 소비자 위험 1-β_c의 확률로 보증할 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 벌크샘플링검사방식에서 총시료수 n가 지분계획으로 시행되었지만 완전확률화 실험계획에 의한 자료로 해석하여 샘플수를 구하는 절차와 적용을 다루었다. 제품수명이 와이블분포를 따르고 형상모수에 대한 정보가 주어진 경우 LTML관점에서 평균수명과 B_{100P}수명보증을 위한 샘플수를 구하였다. 지분실험계획으로 세그먼트와 인크리먼트 시료수의 배치와 이를 토대로 한 가속시험자료의 검정통계량의 분산이 최소화되면서 LTML를 보증하는 벌크재료의 신뢰성 보증시스템설계가 추후연구과제로는 진행되어야 할 것으로 생각된다.

참고문헌

[1] 김종걸, 대수정규 및 와이블 분포에서의 가속수명시험 샘플링 검사방식의 설계, 1993
[2] 김종걸, 신뢰성 기반 제품혁신 및 경영혁신 전략, 2002
[3] American Society for Testing and Materials (1974), *Standard Recommen*

ded Practice for Sampling Industrial Chemicals, E-300-73, ASTM Standards, Part XXX General Test Methods, Philadelphia, Pennsylvania.

[4] Bicking, C. A. (1967), The Sampling of Bulk Materials, *Materials Research and Standards*, 7(2): 95-116

[5] Bicking, C. A. (1968), Sampling, *Encyclopedia of Chemocal Technology* (Kirk-Othmer, ed.), 2nd de., Vol. 17, John Willey and Sons, New York, pp.744-762

[6] Bicking, C. A. (1970), ASTM E-105-58 and ASTM E-300-69 Standards for the Sampling of Bulkmaterials, Journal of Quality Techonology, 2(3)

[7] Bicking, C. A. (1978), Principles and methods of Sampling, Treatise on Analytical Chemistry (I. M. Kolthoff and P. J. Elving, eds.), 2nd ed., vol. 1, Part Ⅰ, Sec. B, Chap. 6, John Wiley and Sons, New York

[8] Duncan, A. J. (1974), Bulk Sampling, Quality Control HandBook (J. M. Juran, ed.), 3rd ed., Sec. 25A, McGraw-Hill, New York, pp. 25A

[9] Ishikawa, K. (1958), How to Rationalize the Physical Material Sampling in plants, Reports of Statistical Applied Research, Japanese Union of Scientists and Engineers, 5(2)

[10] Satterhwale, F. E. (1946), An Approximate Distribution of Estimates of Variance Components, Biometrics Bulletin, 2

[11] Tanner, L., and M. Lerner (1951), Economic Accumulation of Variance Data in Connection with Bulk sampling, Astm STP 114, American Socity for Testing and Materials, Philadelphia, Pennsylvania