

# 콘크리트의 방향적 비국소 균열 손상을 위한 소성모델

## Plasticity Model for Directional Nonlocal Crack Damage of Concrete

김 재 요\* · 박 홍 근\*\*

Kim, Jae-Yo · Park, Hong-Gun

### ABSTRACT

To describe the effect of the numerous and various oriented microcracks on the compressive and tensile concrete behaviors, the directional nonlocality is defined. The plasticity model using multiple failure criteria is developed for RC planar members in tension-compression. The crack damages are defined in the pre-determined reference orientations, and then the total crack damage is calculated by integrating multi-oriented crack damages. To describe the effect of directional nonlocality on the anisotropic tensile damage, based on the existing test results, the nonlocal damage factor is defined in each reference orientation. The reduced compressive strength in the cracked concrete is defined by the multi-oriented crack damages defined as excluding the tensile normal plastic strain from the compressive equivalent plastic strain. The proposed model is implemented to finite element analysis, and it is verified by comparisons with various existing panel test results.

**Keywords:** directional nonlocality, plasticity, concrete, multiple failure criteria, finite element analysis

### 1. 서 론

콘크리트의 인장균열손상은 미세균열(Microcrack)의 전파에 의하여 발생한다. 탄성한계에 도달하면, 미세균열의 발생에 의하여 콘크리트는 비선형 거동을 나타내며, 하중의 진행과 함께 보다 많은 새로운 미세균열이 발생하며 균열 손상이 점진적으로 확대되면서, 주응력 방향의 대표인장균열(Macrocrack)을 구성한다 (그림 1). 콘크리트 인장 균열손상의 특징은 모든 인장균열이 주인장응력축의 직각방향과 일치하지 않고 많은 미세인장균열이 방향적으로 분산된다는 것이다. 이러한 방향적 비국소 균열손상은 콘크리트의 구조적 거동에 영향을 미친다. 특히 인장철근의 배치로 인하여 인장균열 후 파괴되지 않고 연성거동을 나타내는 철근콘크리트



그림 1 Propagation of Microcrack and Initiation of Macrocrack

의 경우에는 이러한 방향적 비국소손상의 영향이 철근콘크리트의 인장거동과 압축거동에 모두 큰 영향을 미친다.

인장-압축을 받는 철근콘크리트에서는 인장균열발생 후 힘의 평형의 변화나 철근

\* 정회원 · 삼성물산 건설부문 초고층팀 전임 E-mail: jyo.kim@samsung.com

\*\* 정회원 · 서울대학교 건축학과 교수 E-mail: parkhg@snu.ac.kr

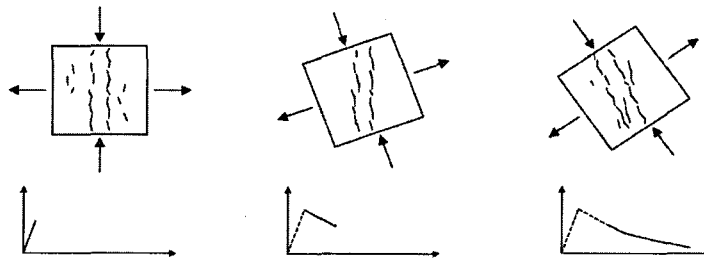


그림 2 Effect of Nonlocal Crack Damage on Tensile Behavior of Concrete

의 비대칭배근 등의 원인에 의하여 주응력방향의 변화가 점차 변화한다. 이러한 주응력축의 변화에도 불구하고, 콘크리트에는 이전 인장균열과 구별되는 완전히 새로운 인장균열이 발생하지 않으며, 방향적 유사성을 가진 기존의 미세인장균열과 새롭게 발생한 미세인장균열의 조합에 의하여 새로운 주응력축에서 대표인장균열방향을 형성한다. 이러한 비국소손상의 영향으로 인하여 회전하는 주응력축에서 인장응력-변형을곡선은 고정된 인장축에서 발생하는 인장응력-변형을 곡선과 비슷하게 지속적인 인장연화현상을 나타낸다 (그림. 2). 이러한 콘크리트의 비국소 손상 인장거동은 마치 이전의 주응력축에서 발생한 콘크리트의 기존의 인장균열손상이 주응력축방향의 변화에 따라서 회전하는 것으로 나타난다. 콘크리트의 인장거동에 대한 비국소 균열손상의 영향은 회전균열모델, 다중고정균열모델 등의 macro-model (Vecchio와 Collins, 1986; de Borst와 Nauta, 1985)에 의하여 콘크리트 인장응력-변형을 관계에 반영되었다. 미세인장균열의 방향적 비국소 균열손상을 직접적으로 반영하기 위하여 Bazant를 비롯한 여러 연구자들은 미소면모델(Bazant와 Prat, 1988)을 개발하였다. 미소면모델에서는 콘크리트의 요소를 이루는 다양한 방향성을 갖는 미소면들의 용력-변형률관계의 조합에 의하여 콘크리트의 대표응력-변형을 관계(macro stress-strain relationship)가 정의되므로, 각 방향의 인장균열손상의 영향을 직접적으로 반영할 수 있다.

콘크리트의 방향적 비국소손상은 인장거동 뿐만 아니라 압축거동에도 영향을 미친다. 인장-압축을 받는 철근콘크리트에서 인장균열의 폭이 증가하면, 인장균열의 방향적 비국소 손상으로 인하여 콘크리트의 압축력을 전달할 수 있는 유효면적이 감소된다 (그림 3). 이러한 유효면적의 감소는 일정한 콘크리트면적에 대한 콘크리트 강도의 저하로 간주될 수 있다. 이러한 직각방향 인장균열에 의한 콘크리트 강도 감소현상은 많은 실험연구들에 의하여 보고되었으며, 콘크리트의 압축거동에 대한 비국소 균열손상의 영향은 Vecchio와 Collins(1986), Belarbi와 Hsu(1995)가 인장-압축을 받는 전단패널실험결과에 근거하여 개발한 압축강도 감소식에 의하여 반영되고 있다. 이 압축강도 감소식에서는 직각방향 인장균열폭을 나타내는 인장균열 변형률의 함수로 압축강도의 감소를 나타낸다.

이와 같이 기존의 연구에서는 콘크리트의 비국소 균열손상의 영향을 인장거동과 압축거동에 분리하여 다르게 모델링하고 있다. 그러나 언급한 바와 같이 인장균열의 회전손상이나 압축강도의 감소는 근본적으로 동일한 원인 즉, 비국소 균열손상에 의하여 초래된다. 따라서 본 연구에서는 비국소 균열손상의 모델링에 의하

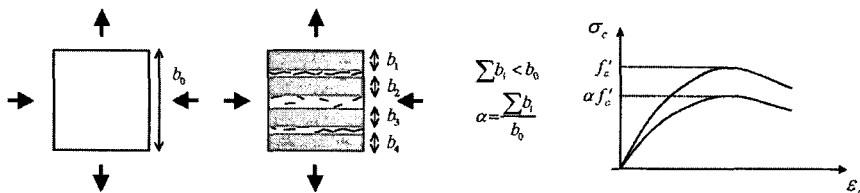


그림 3 Effect of Nonlocal Crack Damage on Compressive Behavior of Concrete

여 인장균열거동과 압축거동을 동일한 비국소 균열손상모델로 나타내는 소성모델을 개발하고자 한다.

## 2. 파괴기준

인장-압축을 받는 철근콘크리트 면부재에 대하여 인장균열의 방향적 비국소 손상을 나타내기 위하여, Park과 Klingner(1997)의 다중파괴기준을 이용한 소성모델을 수정 적용한다. 이 소성모델에서는 압축파괴와 인장균열에 대한 세 개의 독립적인 파괴기준을 만족하여야 한다.

$$f_1 = f_2 = f_3 = 0 \tag{1}$$

여기서 첨자 '1'은 압축파괴를 나타내며, 첨자 '2'와 '3'은 인장균열을 나타낸다.

압축파괴에 대하여 Drucker-Prager 파괴기준을 사용한다.

$$f_1 = \hat{\sigma}_1(I_1, J_2) - \bar{\sigma}_1(\hat{\epsilon}_{p1}) = 0 \tag{2}$$

여기서,  $\hat{\sigma}_1$ 는 응력불변량에 의하여 정의되는 유효응력이며,  $\bar{\sigma}_1$ 는 압축파괴에 대한 파괴면으로서 압축파괴에 대한 등가소성변형을  $\hat{\epsilon}_{p1}$ 의 함수로서 정의된다.

$$\hat{\sigma}_1(I_1, J_2) = A_1 I_1 + A_2 \sqrt{3J_2} + A_3 \tag{3}$$

상수  $A_1, A_2, A_3$ 는 기존의 다양한 압축조건 실험값들을 이용하여 계산할 수 있다 (Park과 Klingner, 1997). 인장균열에 대해서는 Rankine 파괴기준이 사용된다.

$$f_i = \hat{\sigma}_i(\alpha) - \bar{\sigma}_i(\hat{\epsilon}_{pi}) = 0 \quad \text{for } \hat{\epsilon}_{pi} > 0 \tag{4a}$$

$$f_i = \hat{\sigma}_i(\alpha) - \bar{\sigma}_i(\hat{\epsilon}_{pi}) < 0 \quad \text{for } \hat{\epsilon}_{pi} = 0 \tag{4b}$$

여기서,  $\hat{\sigma}_i$ 는 인장균열에 대한 유효응력으로서, 주응력 방향의 수직응력 성분값으로 정의된다.  $\bar{\sigma}_i$ 는 인장균열에 대한 파괴면으로, 인장균열에 대한 등가소성변형을  $\hat{\epsilon}_{pi}$ 에 의하여 방향적 비국소손상을 고려하여 정의된다. 개념적으로, 제안 모델의 인장균열 파괴기준은 Rankine 파괴기준을 이용한 회전균열모델과 유사하나, 회전균열모델에서는 균열손상의 회전을 가정하는 반면, 제안모델은 인장균열의 방향적 비국소 손상을 정의하기 위하여 모든 방향에 대한 균열 손상 정보를 저장한다 ("3. 파괴면의 정의"에서 상세히 기술). 이러한 개념을 사용함으로써, 본 연구에서는 비국소 인장균열손상을 나타낼 수 있는 직교 회전 균열 개념이 적용된다.

## 3. 파괴면의 정의

파괴면은 압축 파괴와 인장 균열에 대하여 독립적으로 정의된다. 방향적 비국소 균열손상의 영향을 나타

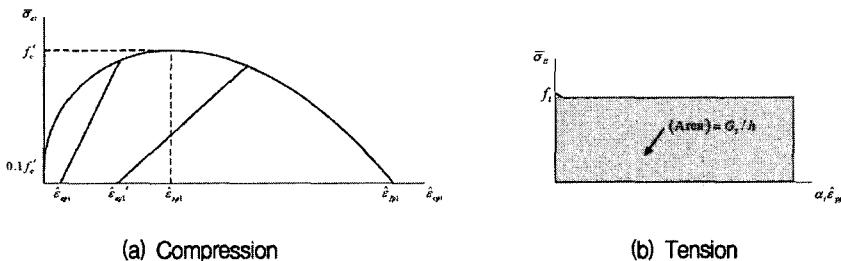


그림 4 Stress - Plastic Strain Relations of Proposed Plasticity Model

내기 위하여 각 파괴면은 미리 주어진 기준방향들에서 결정된 미소 파괴면들의 조합으로 정의된다. 각 방향들에서의 균열 손상이 정의되고, 전체 균열 손상은 여러 방향들에 대한 균열 손상들을 조합하여 결정된다.

3.1 인장파괴면

인장 파괴면  $\bar{\sigma}_2$ 과  $\bar{\sigma}_3$ 는 각 방향들에 대하여 정의된 미소 인장 파괴면  $\bar{\sigma}_{tj}$ 의 합으로 정의된다:

$$\bar{\sigma}_i = \frac{2}{n} \sum_{j=1}^{n/2} \bar{\sigma}_{tj} \quad (i = 2, 3) \tag{5}$$

$j$  번째 방향에서의 미소 파괴면  $\bar{\sigma}_{tj}$ 는 등가 1축 응력-변형을 관계에 의하여 정의된다(그림 4) (Feenstra와 de Borst, 1993; Park과 Kingner, 1997):

$$\bar{\sigma}_{tj} = f_{jt} \exp(-\hat{\epsilon}_{tpj} / \hat{\epsilon}_{ft}) \tag{6}$$

여기서,  $\hat{\epsilon}_{ft} = G_t / h f_j$ ;  $f_j$  = 최대 1축 인장 응력;  $G_t$  = 인장균열에 대한 파괴에너지;  $\hat{\epsilon}_{pi}$  = 주응력 방향에서의 등가소성변형률 (첫 번째 주응력 방향에 대해서는  $i=2$ 이고, 두 번째 주응력 방향에 대해서는  $i=3$ ); 그리고,  $\hat{\epsilon}_{tpj} = j$  번째 방향에서의 미소 등가인장소성변형률이다.

$$\hat{\epsilon}_{tpj} = \alpha_j \hat{\epsilon}_{pi} \tag{7}$$

여기서,  $\alpha_j = j$  번째 기준방향에서 인장거동에 대한 비국소 손상을 나타내는 손상계수이다.

인장거동은 응력 방향의 영향을 받는 비등방 손상이므로, 균열의 방향적 비국소에 따른 인장 손상은 한정된 범위의 방향에만 존재하며 인장 거동은 그 범위에서의 비국소 손상의 영향만을 받는 것으로 가정한다. 이

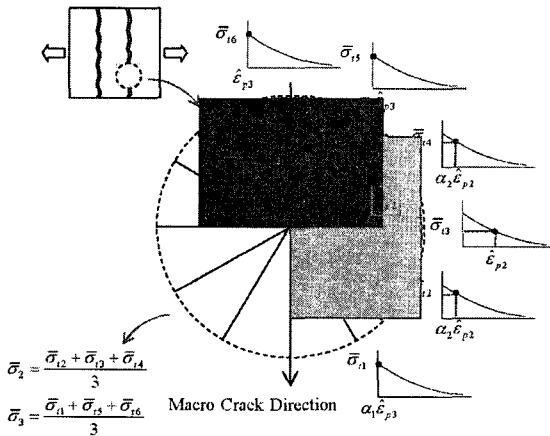


그림 5 Tensile Micro-Failure Surfaces in 6 Reference Axes

방향적 비국소 손상을 나타내는 손상계수  $\alpha_j$ 는 각 기준방향에서 정의된다. 앞서 밝힌 바와 같이 인장에 대한 비국소 손상은 균열 방향으로부터  $\pi/4$  범위 이내에만 적용시키기 위하여 비국소 손상 계수를 다음과 같은 지수함수로서 정의한다.

$$\alpha_j = 1 - \exp[-5 (\cos 2\theta_j)^m] \quad \text{for } |\theta_j| \leq \pi/4 \tag{8a}$$

연구에서는 직각 방향으로 발생한 두 균열이 서로 독립적으로 작용하기 위하여, 인장 거동에 대한 균열의 방향적 비국소 손상의 영향범위를 균열 방향으로부터  $\pi/4$ 범위 이내로 한정한다.  $j$  번째 방향에서의 미소 인장파괴면  $\bar{\sigma}_{tj}$ 를 결정하기 위해서는  $j$  번째 방향으로부터  $\pi/4$  이내에 존재하는 주응력 방향에서의 등가소성변형률이 사용된다. 이때, 주응력방향은 서로 직교를 이루고 있으므로, 어느 한 방향에서의 미소 인장파괴면  $\bar{\sigma}_{tj}$ 의 정의를 위해서는  $\hat{\epsilon}_{p2}$  혹은  $\hat{\epsilon}_{p3}$  둘 중 하나의 값이 사용된다.

그림 5는 6개의 미소 방향을 이용하여 1축 인장 응력 상태에 대하여 미소 인장파괴면들을 정의하는 예를 보여주고 있다.

$$\alpha_j = 0 \quad \text{for } |\theta_j| > \pi/4 \quad (8b)$$

여기서,  $\theta_j$ 는  $j$  번째 방향에서 인접한 주응력 방향까지의 각도이다. 비국소 손상 계수는 균열이 발생하는 주응력 방향으로부터 떨어진 각도  $\theta_j$ 의 함수로서, 균열방향에서 멀리 떨어질수록 적은 손상 영향을 발생한다. 방향적 비국소 손상 계수를 정의하기 위하여, 인장균열의 방향적 비국소 현상을 결정하는 영향계수  $m$ 이 결정되어야 하며, 본 연구에서는 전단 패널 실험 결과에 근거하여  $m = 2$ 로 가정하였다 (Kim, 2004).

균열 이력은 각 방향에서 최대 미소등가소성변형을  $\hat{\epsilon}_{cpj}$ 로서 저장된다. 따라서, 제안된 인장모델은 인장균열손상 이력의 정의에서는 다중고정균열모델과 유사하다. 영구 소성 변형율은 "0"으로 가정되며, 인장 제한/재하 거동은 활선 형태로 정의된다 (그림 4).

### 3.2 압축파괴면

인장-압축을 받는 콘크리트에서는 직각방향의 인장 균열손상에 의하여 콘크리트의 조기 압괴가 발생한다. 제안된 모델에서는 여러 방향으로 발생한 방향적 비국소 미세균열에 의하여 콘크리트의 등방손상이 증대되어 압축강도가 저하되는 현상을 나타낸다. 이를 위하여, 인장 파괴면에서와 동일한 방법으로, 압축 파괴면  $\bar{\sigma}_1$ 은 미리 결정된 각 기준방향에서 정의된 미소 압축 파괴면  $\bar{\sigma}_{cj}$ 의 합으로 정의된다:

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \bar{\sigma}_{cj} \quad (9)$$

$j$  번째 방향에서의 미소 파괴면  $\bar{\sigma}_{cj}$ 는 등가 1축 응력-변형을 관계에 의하여 정의된다(그림 4) (Feenstra and Borst, 1993; Kim, 2004). 압축거동에 대한 방향적 비국소 손상을 나타내기 위해서,  $j$ 번째 방향에서의 미소 등가압축소성변형을  $\hat{\epsilon}_{cpj}$ 은 다음과 같이 정의한다.

$$\hat{\epsilon}_{cpj} = \hat{\epsilon}_{p1} - \epsilon_{p\theta j} \quad \text{if } \epsilon_{p\theta j} > 0 \quad (10a)$$

$$\hat{\epsilon}_{cpj} = \hat{\epsilon}_{p1} \quad \text{if } \epsilon_{p\theta j} \leq 0 \quad (10b)$$

여기서,  $\hat{\epsilon}_{p1}$ 은 압축파괴에 대한 등가소성변형률이며,  $\epsilon_{p\theta j}$ 는  $j$  번째 방향에서의 수직 인장소성변형율 성분의 크기이다 (그림 6 참조).

압축손상은 등방손상이므로, 압축손상은 모든 방향에 존재하며, 각 방향의 압축손상은  $\hat{\epsilon}_{p1}$ 이 동일하게 적용된다. 마찬가지로, 압축거동은 모든 방향에서의 인장균열의 방향적 비국소 손상의 영향을 받는다. 이 모델에서는 인장 수직 소성변형율이 존재하는 방향에 대해서( $\epsilon_{p\theta j} > 0$ ) 압축거동에 대한 비국소 균열 손상이 적용된다고 가정한다. 비국소 인장 손상의 영향은 압축 등가소성변형율에서 인장 수직 소성변형율 값을 제외하는 방법으로 정의하였다 (Eq. 10). 인장균열이 발생한 후, 압축응력은 비국소 균열 손상의 영향에 있는 방향에서의 저하된 등가압축소성변형율에 의하여 영향을 받는다. 그림 7은 인장손상의 확대에 따른 압축거동에 대한 비국소 손상 범위의 변화를 보여준다. 인장 균열 변형율이 증가하고 균열 손상의 영향을 받는 방향의 범위가 확대됨에 따라서 압축 영향범위의 축소 및 미소등가압축소성변형율 저하 범위의 확대에 의하여 각 방향의 미소압축파괴면의 조합으로 정의되는 압축 파괴

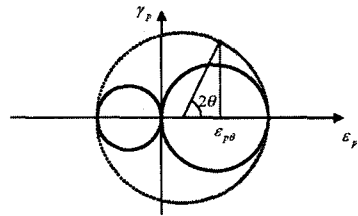


그림 6 Mohr's Circle for Plastic Strain

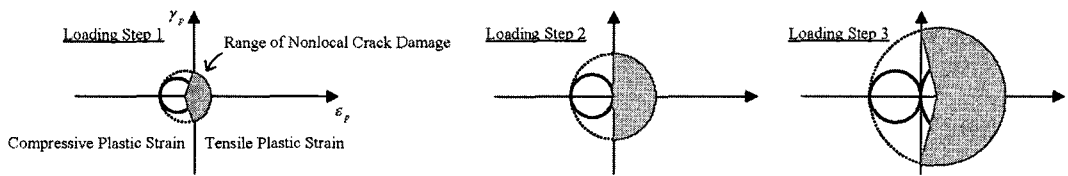


그림 7 Variations of Directional range in Compression according to Development of Tensile Crack.

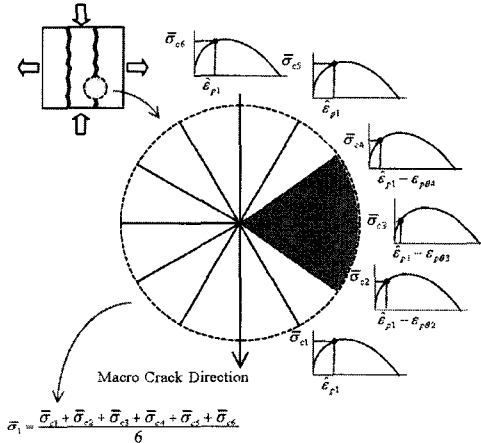


그림 8 Compressive Micro Failure Surfaces for 6 Reference Orientations

면은 축소된다. 인장균열변형률에 따른 압축 영향범위의 축소는 그림 3 에 나타난 바와 같은 인장균열폭의 확대에 따른 유효압축면적의 감소를 이상화하고 있다. 이러한 모델링을 통하여 인장균열폭의 증가에 따른 압축강도의 감소를 나타낼 수 있다.

그림 8은 6개의 미소 방향을 이용하여 인장-압축 응력 상태에 대하여 미소 압축 파괴면들을 정의하는 예를 보여주고 있다.

미소 압축파괴면-등가소성변형을 관계에서, Karsan and Jirsa(1969)의 실험 결과를 토대로 한 선형의 제하/재하 경로를 정의하였다 (그림 4) (Park과 Kim, 2005).

#### 4. 해석모델의 검증

제안된 재료모델의 유효성을 검증하기 위하여, 수치해석 결과를 재료성질 및 하중조건 등이 다른 다양한 인장-압축 응력 상태의 기존 실험결과들(Vecchio, 1981; Vecchio et al., 1994)과 비교하였다. 철근콘크리트 전단패널과의 비교 검증을 위하여, Park and Klingner(1997)가 제안한 철근콘크리트 균열 후 인장강화 응력식을 사용하였다. 또한, 균열콘크리트에서는 압축응력에 대한 체적변형률의 비상관성의 영향이 미약하므로 수치해석상의 편의상 소성흐름법칙(Associative Flow Rule)을 적용하였으며, 비국소 균열 손상을 나타내기

표 1 Summary of Shear Panels Tested by Vecchio (1981) and Vecchio et al. (1994)

Specimen	Loading $\sigma_x : \sigma_y : \tau_{xy}$	Concrete		Reinforcement			
		$f'_c$ MPa	$\epsilon_0$ , $\times 10^{-3}$	X-direction		Y-direction	
	$f_y$ , MPa			$\rho_x$ , %	$f_y$ , MPa	$\rho_y$ , %	
PV6	0:0:1	29.8	2.5	266	1.785	266	1.785
PV9	0:0:1	11.6	2.8	455	1.785	455	1.785
PV10	0:0:1	14.5	2.7	276	1.785	276	1.785
PV11	0:0:1	15.6	2.6	235	1.785	235	1.306
PV25	-0.69:-0.69:1	19.2	1.8	466	1.785	466	1.785
PV28	0.32:0.32:1	19.0	1.85	483	1.785	483	1.785
PHS8	0:0:1	55.9	2.17	606	3.23	521	1.24
PHS9	-0.25:-0.25:1	56.0	2.68	606	3.23	521	0.41
PHS10	0.25:0.25:1	51.4	2.45	606	3.23	521	1.24

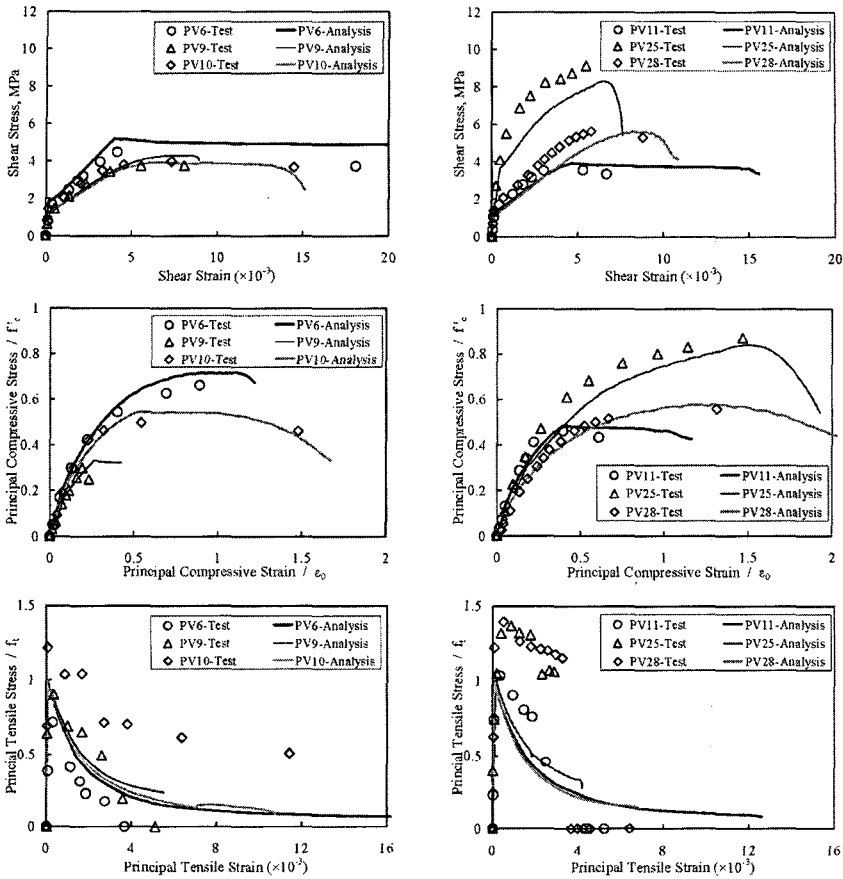


그림 9 Comparisons with Test Results by Vecchio (1981)

위하여 48개의 기준방향이 적용되었다. 검증에 사용된 전단패널 시험체의 재료특성 및 하중조건은 표 1에 요약되어 있다.

일반강도 콘크리트(Vecchio, 1981)와 고강도 콘크리트(Vecchio et al., 1994) 전단패널에 대한 실험결과와 본 논문의 제안모델에 의한 해석결과의 비교는 각각 그림 9와 그림 10에 나타나 있다. 각 그림은 전단 변형률-전단 응력 관계, 주압축 변형률-주압축 응력 관계, 주인장 변형률-주인장 응력 관계를 보여 주고 있으며, 다양한 응력 조합조건들에 대하여 제안모델에 의한 해석 결과가 실험결과와 일치하고 있음을 보여주고 있다.

### 8. 결론

콘크리트의 균열손상은 미세균열의 발생과 확대, 전파에 의하여 결정된다. 이러한 미시적인 현상을 거시적 관점의 소성모델에 적용하기 위하여, 방향적 비국소의 개념을 정의, 적용하였다. 이를 위하여, 압축과 인장에 대한 각 파괴면을 미리 정해진 방향들에서 결정된 미소 파괴면들의 조합으로 정의함으로써, 각 방향들에서의 균열 손상을 개별적으로 정의하고, 전체 균열손상은 여러 방향들에 대한 균열손상들을 조합하여 결정하였다. 비등방 인장 손상에 대한 방향적 비국소 균열손상을 나타내기 위하여 균열방향과의 각도에 의하여 결정되는

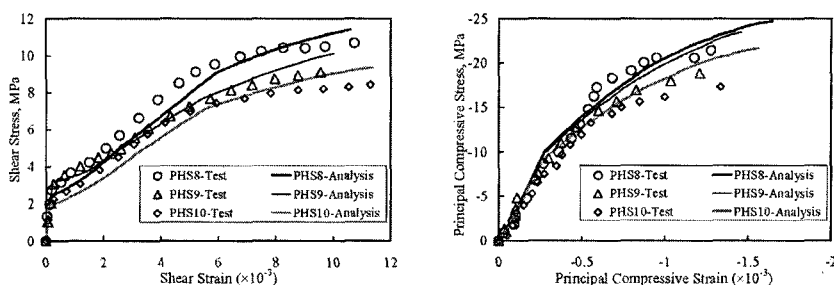


그림 10 Comparisons with Test Results by Vecchio et al. (1994)

비국소 손상 계수를 정의하였다. 또한, 등방 압축 손상에 대한 방향적 비국소 균열손상의 영향에 의하여, 균열콘크리트에서의 압축강도 저하를 나타내었으며, 이러한 비국소 균열 손상의 영향은 각 방향에서 압축 등가 소성변형률에서 인장 소성변형률 성분을 제외함으로써 결정되었다. 다양한 전단패널의 기존 실험결과들과 비교하여 제안된 재료모델의 유효성을 검증하였다.

### 감사의 글

본 연구는 건설교통부가 지원하고 건설교통기술평가원이 위탁 시행한 과제(05핵심기술D02-01)의 재정적 지원을 받아 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

### 참고문헌

- Bazant, Z. P., and Prat, P. C. (1988) Microplane Model for Brittle-Plastic Material, *J. Eng. Mech.*, ASCE, 114(10), pp.1672~1688.
- Belarbi, A., and Hsu, Thomas T. C. (1995) Constitutive Laws of Softened Concrete in Biaxial Tension-Compression, *ACI Struct. J.*, ACI, 92(5), pp.562~573.
- de Borst, R., and Nauta, P. (1985) Non-Orthogonal Cracks in a Smeared Finite Element Model, *Engrg. Computations*, 2, pp.35~46.
- Feenstra, P. H., and de Borst, R. (1993) Aspects of Robust Computational Modeling for Plain and Reinforced Concrete, *Heron*, 4, pp.5~26.
- Karsan, I. D., and Jirsa, J. O. (1969) Behavior of Concrete under Compressive Loadings, *J. Struct. Engrg.*, ASCE, 95(12), pp.2543~2563.
- Kim, J. (2004) *Enhanced Multiple-Criteria Plasticity Model for Concrete Considering Crack and Stress Directionality*, PhD Thesis, Seoul National University.
- Park, H., and Klingner, R. E. (1997) Nonlinear Analysis of RC Members Using Plasticity with Multiple Failure Criteria, *J. Struct. Engrg.*, ASCE, 123(5), pp.643~651.
- Park, H., and Kim, J. (2005) Hybrid Plasticity Model for Reinforced Concrete in Cyclic Shear, *Engrg. Struct.*, 27(1), pp.35~48.
- Vecchio, F. J. (1981) *The Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal Stresses*, PhD Thesis, University of Toronto.
- Vecchio, F. J., and Collins, M. P. (1986) The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear, *ACI Struct. J.*, ACI, 83(2), pp.219~231.
- Vecchio, F. J., Collins, M. P., and Aspiotis, J. (1994) High-Strength Concrete Elements Subjected to Shear, *ACI Struct. J.*, ACI, 91(4), pp.423~433.