

# 추계론적 유한요소해석에서의 확률밀도함수 사용과 수렴치

## Application of Probability Density Function in SFEM and Corresponding Limit Value

노혁천\*

Noh, Hyuk-Chun

### ABSTRACT

Due to the difficulties in numerical generation of random fields that satisfy not only the probabilistic distribution but the spectral characteristics as well, it is relatively hard to find an exact response variability of a structural response with a specific random field which has its features in the spatial and spectral domains. In this study, focusing on the fact that the random field assumes a constant over the domain under consideration when the correlation distance tends to infinity, a semi-theoretical solution of response variability is proposed for in-plane and plate bending structures. In this procedure, the probability density function is used directly resulting in a semi-exact solution for the random field in the state of random variable. It is particularly noteworthy that the proposed methodology provides response variability for virtually any type of probability density functions.

**Keywords:** Probability density function, stochastic FEM, random variable state.

### 1. 서론

구조계의 인수들에 존재하는 불확실성(uncertainty 또는 randomness)을 고려하여 이에 의한 구조의 응답변화도(response variability) 산정을 목적으로 하는 추계론적 유한요소해석(stochastic finite element method)은 크게 통계학적 방법(statistical method)과 비통계학적 방법(non-statistical method)으로 대별된다. 몬테카를로 해석법은 통계학적 방법으로, 개념적 단순성에 의하여 거의 모든 추계론적 문제에 대한 해를 제공해 주는 장점이 있으나, 효과적인 추계장(stochastic field) 생성 알고리즘이 요구되고 해석에 많은 시간과 노력이 필요하다는 단점도 가지고 있다(Deodatis, 2001). 몬테카를로 해석법의 이러한 단점은 비통계학적 해석법에 대한 연구의 주 요인 중의 하나로서, 이 분야에서는 급수전개법, 섭동법 등을 포함하는 근사해법에 대한 연구가 주로 수행되고 있다. 그러나 이들 근사해법은 주로 1차 급수전개에 기초하므로 추계장의 분산계수가 낮은 경우에만 적용이 가능한 경우가 많다(Micaletti, 2000).

불확실인수의 추계장은 이를 표현하는 확률변수의 확률밀도분포와 불확실인수가 구조 영역에 존재하는 양상을 나타내는 스펙트럼 특성을 모두 만족하여야 한다. 따라서, 정규분포는 물론 비정규분포를 가지는 확률변수에 대한 정확한 추계장 수치생성은 고난위도의 작업이라고 할 수 있다. 추계장이 확률밀도함수와 스펙트럼특성을 모두 만족해야 한다는 조건은 동일한 확률특성치 평균, 표준편차 등)를 가지는 추계장이라고 하더라도 다양한 형태가 존재할 수 있음을 내포한다. 즉, 추계장을 모사하는 인수들인 평균이나 표준편차가 같다고 하더라도 추계장의 실제적 형태는 매우 다를 수 있다는 것이다. 그 이유는 추계장에 대한 앙상블(ensemble)개념 때문으로 추계장 평면의 직각 방향에 대한 확률적 통계특성이 그 추계장의 실질적인 확률적 특성을 나타내기 때문이다. 이렇게 형태가 다양하게

\* 정회원, 한국콘크리트학회 콘크리트공학연구소 선임연구원 E-mail: cpebach@kaist.ac.kr

나타날 수 있는 추계장은 두 가지의 극한 상태를 가질 수 있다. 하나는 백색잡음(white noise) 형태이며 다른 하나는 확률변수상태(random variable state)이다. 전자의 경우 추계장의 상관관계거리  $b$ 가 0인 경우를, 후자의 경우  $b=\infty$ 인 경우를 나타낸다(노혁천, 2004).

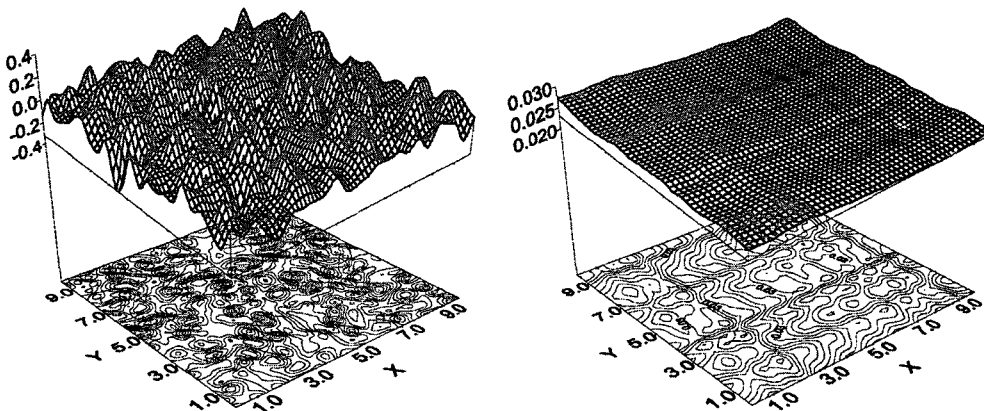
추계론적 해석에 대한 여러 연구에서 제시된 바와 같이, 백색잡음형태의 경우에서 변위에 대한 응답변화도는 0의 값으로 나타나고 있다(노혁천, 2004, 2005; Deodatis *et al.*, 2003). 중요도가 있다고 여겨지는 부분은 확률변수상태( $b=\infty$ )로서 이 경우 구조의 응답변화도는 구조형식, 고려중인 자유도, 추계장의 확률적 특성 등에 따라 특정의 값을 나타낼 수 있을 것이다. 그러나 일반적으로 1차 전개에 의한 근사해법을 통한 해석의 경우 확률변수상태에 대한 응답변화도는 해석에 고려중인 추계장의 분산계수와 동일한 것으로 산정된다. 그 이유는 근사해법이 추계장을 1차의 함수로 묘사하기 때문으로, 이러한 가정은 추계장의 분산계수가 적은 경우 좋은 결과를 보이지만, 분산계수가 큰 경우에는 정확도와 큰 차이를 나타내게 되며, 이에 따라 1차 전개에 의한 근사해법은 적용이 불가하게 된다(Noh, 2005; Yamazaki *et al.*, 1998).

최근의 연구에 따르면 해석/설계 인수의 확률적 분포가 정규분포(Gaussian distribution) 외에 특정의 분포를 가지거나 또는 단순히 비정규분포(non-Gaussian distribution)를 가지는 경우가 많은 것으로 나타나고 있으며, 단순한 정규분포 가정이 많은 한계를 가짐을 알 수 있다(Deodatis, 2001). 그러나 근사해법은 물론 몬테카를로해석의 경우에도 정규분포 외의 확률분포를 가지는 불확실인수를 고려한 해석에 많은 한계를 가지고 있다. 이들 한계는 근사해법의 경우 확률밀도함수를 고려하는 방법에서, 그리고 몬테카를로해석의 경우 비정규 확률변수에 대한 수치생성의 어려움과 과도한 해석시간에 기인한다.

확률변수의 확률분포와는 관계없이 일반적으로 백색잡음 경우에서의 응답변화도와 확률변수상태에서의 응답변화도는 추계론적 거동의 양 극한치로서 전자의 경우 0의 응답변화도를 나타내어 상대적 중요도가 적은 반면 후자의 경우에는 그 정확한 값이 일반적으로 알려져 있지 않으며, 나아가 일종의 극한(최대)값을 나타내어 상대적으로 중요도가 높다고 할 수 있다. 이에 더하여, 정규분포는 물론 비정규분포를 가지는 확률변수에 의한 구조의 응답변화도 산정에서의 어려움을 감안한다면 확률변수상태에서의 응답변화도에 대한 이론적 고찰은 매우 중요하다고 할 것이다.

본 연구에서는 확률변수상태에서의 추계장의 특성을 고찰하고 이를 토대로 정규분포는 물론 비정규분포를 포함한 일반 확률밀도함수를 추계론적 해석에서 직접 이용하는 방법을 제시하고자 하며, 확률변수상태에 대한 근사 수치해를 제공하고자 한다. 추계론적 해석을 통한 구조의 응답변화도는 일반적으로 추계장의 상관관계거리에 대한 함수로 주어지므로 본 연구에서 제공하는 근사 수치해는 이들 해석법들의 검증에 위한 기준을 제공해 줄 수 있을 것이다.

## 2. 추계장의 특성과 양 극한상태



(a)  $b=0.1$

(b)  $b=1000.0$

그림 1 상관관계거리의 양 극한에서의 추계장 예

추계장은 그 특성을 나타내는 값으로 자기상관함수 (autocorrelation function) 또는 스펙트럼밀도함수 (spectral density function)의 인수인 상관관계거리  $b$ 에 의하여 특징적으로 나타난다. 상관관계거리  $b$ 는  $[0, \infty]$ 의 범위 내에 있으며, 따라서 양 극한값인 0과  $\infty$  그리고 그 중간값을 가지는 세 경우로 나눌 수 있다. 상관관계거리  $b=0$ 인 경우는 백색잡음의 경우로서 이는 가능한 모든 파수를 포함하는 이론적 상태를 나타내며 그림 1a는  $b=0$ 에 가까운 상태에 있는 추계장을 보여주고 있다.  $b=\infty$ 의 경우는 그 반대의 경우로서 오직 하나의 파수만을 가지고 구조영역 내에서 일정한 값을 가지는 확률변수상태로 나타난다(그림 1b).

추계장에 대한 수치생성의 경우,  $[0, \infty]$  범위내의 각  $b$ 값에 해당하는 표본들을 생성해야 하며, 생성된 표본의 앙상블은 대상 추계장의 확률밀도함수를 만족하면서 동시에 스펙트럼 특성 또한 만족해야 한다. 여기서,  $b=\infty$ 의 확률변수상태의 경우는 특수한 상태로서 생성된 각 표본들이 상수값을 가지는 추계장으로 구성됨에 따라 목적하는 확률밀도함수는 개념적으로 매우 쉽게 달성될 수 있다. 즉, 이 경우 확률밀도함수의 각 점이 하나의 추계장을 나타내게 되며, 전체 확률밀도 함수는 해석 대상 추계장의 전체 표본 공간을 형성한다. 각 경우에 대한 추계장 형성을 개념적으로 설명하면 다음과 같다.

2.1 추계장의 형성:  $b=\infty$  이외의 경우

이 경우 구조 영역에 분포하는 확률변수의 분포 상황은 상관관계거리  $b$ 의 함수로서 임의적이라고 할 수 있다. 즉, 스펙트럼 특성을 만족하면서 확률밀도함수 내의 모든 값이  $b$ 에 따라 구조 영역에 임의적으로 분포하게 되어 추계장은  $f(\mathbf{x})$ 로 위치벡터  $\mathbf{x}$ 의 함수로 주어지며, 이는 그림 2와 같이 개념적으로 표현할 수 있다. 여기에는  $b=0$ 인 경우까지 포함된다.

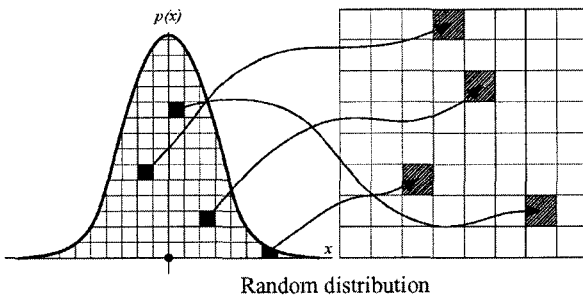


그림 2 확률밀도함수와 확률장의 관계

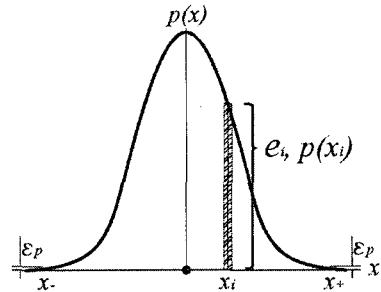


그림 3 확률밀도 함수의 이용

2.2 추계장의 형성:  $b=\infty$ 의 경우

2.1절의 경우와 달리  $b=\infty$ 의 경우 구조 영역은 확률변수상태로 표현된다. 이 경우에는 단 하나의 확률변수가 전체 구조영역에 걸쳐 존재하는 형태가 되며, 확률변수  $x$ 의 모든  $x_i$ 에 대하여 상수 추계장  $f(\mathbf{x})=f_i$ 가 형성되며 이들 상수 추계장은 앙상블에 의한 통계치를 만족하는 확률변수를 이루게 된다.

3. 확률밀도함수의 이용에 의한 응답변화도 산정

2.2절에서 기술한 바와 같이 확률변수상태에서는 구조영역의 추계장은 하나의 상수로 표현된다. 이 상수는 확률밀도함수  $p(x)$ 의  $x$ 축 상의 확률변수  $x_i$ 에 해당하는 것으로서 확률변수  $x_i$ 가 구조영역 전체에 동일하게 분포하는 상태를 나타내며, 이에 해당하는 추계장의 발생확률은  $p(x_i)$ 가 된다. 확률밀도함수를 만족하는 추계장의 전체 표본 수를  $N$ 이라고 하면 단일 확률변수  $x_i$ 에 해당하는 표본 수를  $e_i$ 라고 하면(그림 3), 해당 추계장의 발생확률은  $p(x_i)=e_i/N$ 으로 쓸 수 있다. 여기서, 매우 작은 발생확률  $\epsilon_p$ 를 상정하면  $p(x_i) > \epsilon_p$ 를 만족하는 구간  $[x_-, x_+]$ 에 대하여  $n$ 개의 소구간을 생각할 수 있다. 이들은  $n$ 개의 확률변수  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 이 되며 이들 각 확률변수의 발생확률은

$p(x_1), p(x_2), \dots, p(x_n)$ 이다.

따라서, 확률변수상태에서의 구조응답은 확률변수  $x_i$ 를 도입하여 표현되는 구조인수  $E_i^\pm$ 를 가지는 구조에 대한 응답으로 얻을 수 있다. 구조인수는 다음의 식으로 표현된다.

$$E_i^\pm = E_o(1+x_i) \tag{1}$$

따라서 발생확률  $p(x_i)$ 를 가지는 구조인수  $E_i^\pm$ 에 의하여 동일한 발생확률을 가지는 구조응답  $r_i$ 를 얻을 수 있다.

확률변수  $x$ 에 대한 확률밀도함수  $p(x)$ 는 확률변수  $x_i$ 의 발생빈도를 나타내며, 확률변수  $x$ 의 평균과 분산 다음의 식으로 쓸 수 있다.

$$\langle x \rangle = \int_{\text{inf}} xp(x)dx, \quad \sigma_x^2 = \int_{\text{inf}} (x-\langle x \rangle)^2 p(x)dx \tag{2}$$

그러므로 동일한 발생확률을 가지는 구조응답  $r_i$ 의 평균과 분산은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\langle r \rangle = \int_{\text{inf}} rp(r)dr, \quad \sigma_r^2 = \int_{\text{inf}} (r-\langle r \rangle)^2 p(r)dr \tag{3}$$

평균을 중심으로 좌우 대칭성을 가지는 정규분포의 경우  $p(x)$ 와  $p(r)$ 은 동일한 형태를 가질 수 있으나, 그 외의 비대칭 형태를 가지는 일반 확률밀도함수의 경우 확률변수와 구조응답에 대한 확률밀도함수는 서로 다른 형태를 가진다. 식 (3)은 해석적 방법에서 얻을 수 있는 확률 특성값들이며, 실제로  $n$ 개로 균등 분할한 구간에 대한 수치해석을 수행한 경우 구조응답의 평균과 분산에 대한 실제 계산식은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\langle r \rangle = \sum_{i=1}^n rp(r_i)\Delta r_i, \quad \sigma_r^2 = \sum_{i=1}^n (r-\langle r \rangle)^2 p(r_i)\Delta r_i \tag{4}$$

여기서, 구조응답에 대한 확률밀도함수는 확률변수에 대한 확률밀도함수와 동일한 함수값을 사용함에 주의하여야 한다. 이는 구조인수(확률변수)의 확률밀도함수와 이에 종속적인 구조응답이 확률밀도 측면에서 동일하다고 가정할 수 있기 때문이다. 그러나 구조응답이 구조인수의 역함수로 얻어진다는 사실을 생각하면 식 (4)의 확률밀도함수  $p(r)$ 은 구조응답에 대한 실제의 확률밀도함수는 아니라는 것을 알 수 있다.

제안된 해석법은 개념적으로 매우 단순하며, 나아가서 다중확률변수가 존재하는 경우는 물론 정규분포와 그 외의 일반 확률분포에도 적용이 가능하여, 정규분포를 가지는 확률변수에 의한 구조응답변화도에 대한 검증과 비정규분포하는 불확실인수에 의한 응답변화도의 검증과 비교에 유용하게 적용될 수 있을 것이다.

#### 4. 예제 해석

##### 4.1 정규분포하는 불확실 탄성계수에 의한 응답변화도

정규분포 탄성계수에 대한 응답변화도 해석은 추계론적해석의 대표적 해석 대상으로서 이에 대한 결과는 많은 연구에서 제시되어 왔다. 해석대상 구조는  $10 \times 10$ 의 크기를 가지는 단순지지된 평면구조로서, 평균탄성계수  $= 2.1 \times 10^6$ , 포아송비  $= 0.20$ 을 사용하였고, 평면변형률상태를 가정하였다(그림 4). 확률밀도함수는 확률변수의 최소값이  $-0.999$ 가 되도록 설정하여 해석을 수행하였고, 확률변수 축을 1000개로 나누어 해석에 적용하였다. 구조응답변화도는 등분포하중이 작용하는 상부변의 우측단 점에서의 변위에 대하여 산정하였다.

그림 6a에서 보는 바와 같이 구조응답은 추계장의 분산계수에 대하여 비선형적인 거동을 보이며, 그 정도가 분산계수의 크기에 따라 가속화되는 것으로 나타났다. 이러한 특성은 1차 근사해법에서는 나타나지 않는 것으로 이러한 특성을 나타내는 고차 해석법은 Noh (2006b)와 Spanos and Ghanem (1989) 등 몇몇 연구에서 찾을 수 있다. 특히, 평균의 증가에 비하여 표준편차의 증가가 매우 큰 특성을 보인다. 이러한 양상은 구조응답이 정규분포 확률밀도함수의 음의 극한 부분에 매우 민감함을

보여주고 있다. 추계장 분산계수 0.25에 대하여 확률변수가 -1보다 작은 확률이 0.0032%라는 것을 감안하면 민감도가 매우 크다는 것을 알 수 있다. 그림 6b는 확률변수와 구조응답의 확률밀도함수를 동시에 보여주고 있다. 여기서 응답에 대한 확률밀도함수의 가로축은  $x = r/\mu_r - 1$ 의 값이며,  $\mu_r$ 은 응답의 기대치를 나타낸다. 구조응답은 확률변수의 분포와는 달리 비정규분포를 보이며 확률변수 분산계수의 증가에 따라 비틀림 정도가 심하게 나타남을 알 수 있다.

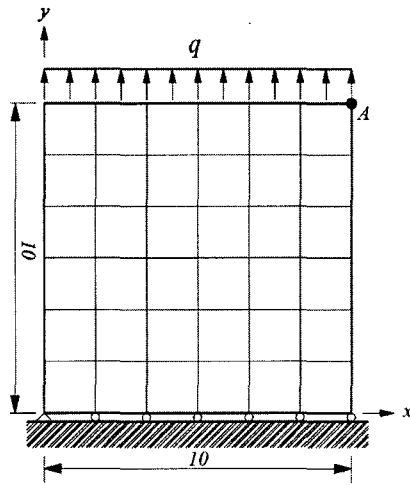


그림 4 해석대상 평면구조

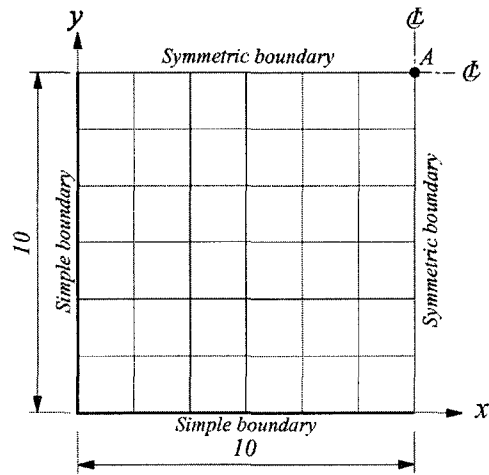


그림 5 단순지지 평판

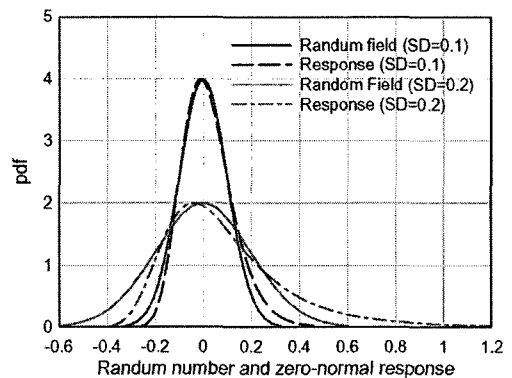
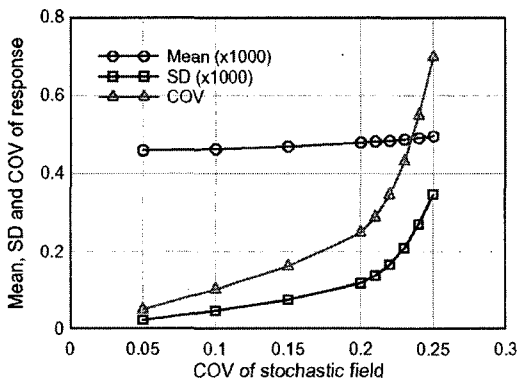


그림 6 (a) Y-변위의 확률 특성치와 분산계수, (b) 확률변수 및 응답의 확률밀도함수

#### 4.2 다중 불확실인수: 탄성계수와 포아송비

이 문제에 대해서는 탄성계수와 포아송비가 모두 정규분포 한다는 가정하에 두 변수 사이에 양과 음의 완전상관관계 ( $\rho_{VE} = -1$  or  $+1$ )를 가지는 경우를 해석할 수 있다. 이는 한 변수에  $x_i$ 를 가정한 경우 다른 변수에는  $\pm x_i$ 를 적용하면 각각 +1 및 -1의 상관관계에 대한 고려가 가능하기 때문이다. 실제로 현재까지 제안되어 있는 추계장에 대한 수치생성알고리즘을 적용하여 양과 음의 완전상관관계를 가지는 추계장을 생성하면 이들은 상호 동일하거나 서로 부호가 다른 추계장을 생성함을 볼 수 있다(Noh, 2006a). 그러나 상관관계가 0인 경우는 두 확률변수 사이의 관계를 확률밀도함수를 이용하여 고려하는 방법이 불확실하며, 따라서 제안된 해석법으로는 해석이 용이하지 않다고 할 수 있다. 4.1절과 동일한 문제에 대하여 확률변수상태에 대한 해석 결과 및 기존연구에 의한 결과는 다음의 표 1과 같다.

표 1 탄성계수와 포아송비의 불확실성에 의한 응답변화도(분산계수)

COV	상관관계 계수	분산계수(x-방향변위)		분산계수(y-방향변위)	
		제안된 해석법	Noh, 2006a	제안된 해석법	Noh, 2006a
0.1	$\rho_{vE} = -1$	0.2215	0.2174	0.0945	0.0918
	$\rho_{vE} = +1$	0.0167	0.0466	0.1116	0.1090
0.2	$\rho_{vE} = -1$	0.5202	.	0.2255	.
	$\rho_{vE} = +1$	0.0333	.	0.2651	.

표 1에서 보는 바와 같이 제안방법에 의한 결과는 기존의 근사해법에 대한 극한 수렴치를 제공하고 있음을 알 수 있으며, 나아가, 기존의 해석법이 포아송비를 다항식전개에 의하여 근사적으로 고려함에 의해서 다소 과소평가된 응답변화도를 제공하고 있음을 보여주고 있다.

### 4.3 평판 예제

본 절에서는 단순지지된 20x20 크기의 평판에 대한 해석을 수행하였다 (그림 5). 평균탄성계수는 10920.0, 평균 포아송비는 0.3, 그리고 평균 두께는 1.0으로 가정하였다. 하중으로는 평판의 윗면에 등분포하중을 작용하였다.

#### 4.3.1 불확실 탄성계수

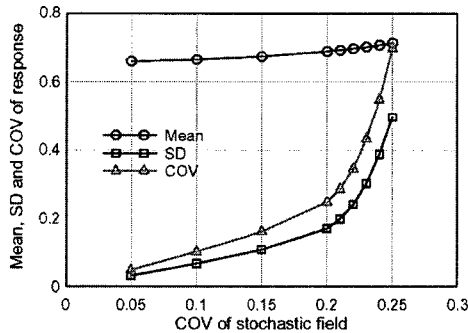


그림 7 중앙점 연직변위 확률 특성치와 분산계수

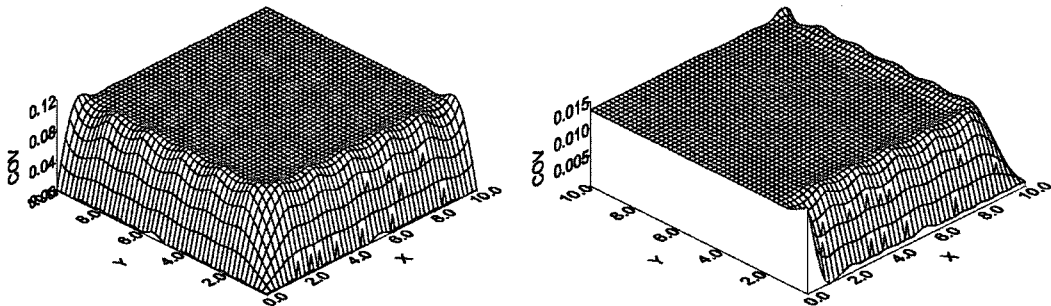


그림 8 탄성계수의 불확실성에 의한 연직변위 및 x-방향 회전 응답변화도: 추계장 분산계수=0.1

불확실 탄성계수에 의한 평균, 표준편차 및 응답변화도는 그림 7과 같이 나타났으며, 확률변수와 응답의 확률밀도함수는 그림 6b와 유사하게 나타났다. 4.1의 평면문제와 비교하면, 평균 응답과 응답의

분산은 다르게 산정되었으나 분산계수는 동일한 것으로 나타남을 볼 수 있다. 연직변위와 x-방향으로의 회전에 대한 응답변화도의 전체 구조영역상의 분포는 각각 그림 8과 같다. 얻어진 결과는 기존연구(Noh, 2006a)와 동일한 형태로 나타남을 알 수 있다.

4.3.2 다중불확실인수에 의한 응답변화도

여기서 다중이라고 함은 하나 이상의 불확실인수를 해석에 고려함을 나타내나 본 절에서는 기존연구와의 비교를 위하여 “탄성계수와 포아송비” 그리고 “탄성계수와 평판두께”가 동시에 불확실인수로 고려된 두 경우에 대하여 각각 해석을 수행하였다.

1) 기존 해석법과의 비교

표 2 탄성계수와 포아송비의 불확실성에 의한 응답변화도(분산계수), ( $\nu_o = 0.2$ )

COV	상관관계 계수	분산계수		
		제안된 해석법	Noh, 2006a	MCS (Noh, 2006a)
0.1	$\rho_{vE} = -1$	0.0948	0.0917	0.0930
	$\rho_{vE} = +1$	0.1113	0.1079	0.1091
0.2	$\rho_{vE} = -1$	0.2262		
	$\rho_{vE} = +1$	0.2645		

표 3 탄성계수와 평판두께의 불확실성에 의한 응답변화도(분산계수), ( $\nu_o = 0.25$ )

COV	상관관계 계수	분산계수		
		제안된 해석법	Noh, 2005	MCS (Noh, 2005)
0.1	$\rho_{Et} = -1$	0.2034	0.1911	0.1948
	$\rho_{Et} = +1$	0.4686	0.4195	0.4244

표 2에 나타난 바와 같이 본 연구에서 제안된 해석법과 기존 연구가 어느 정도의 차이를 나타내는데, 이는 기존 연구가 포아송비에 대한 무한차수의 다항식 전개에 바탕을 두고 있으나 단지 3차 항까지만을 고려한 근사해석이 근거하고 있기 때문인 것으로 생각된다. 따라서 기존연구는 고차항을 포함한 새로운 결과를 제시할 필요가 있을 것으로 기대된다.

2) 재료 및 기하인수에서의 불확실성 고려

여기서는 평판에 나타날 수 있는 모든 불확실인수(탄성계수, 포아송비 및 평판 두께)를 고려한 해석을 수행하였다. 세 개의 구조인수에 대한 불확실성을 고려한 해석의 경우 상관관계에 있어 한 변수는 다른 두 변수에 종속관계에 있으므로 상호 상관관계는 표 3과 같이 4가지 경우로 나타낼 수 있으며, 그 결과는 표 5에 제시하였다.

추계장의 분산계수가 0.1인 경우 탄성계수, 포아송비 그리고 평판두께 등의 단일 불확실인수에 의한 평판의 응답변화도는 각각 0.1032, 0.013 그리고 0.3258 정도의 값을 나타내며, 아래의 네 경우에서는 상호 상관관계에 따라 가중치가 곱해진 이들 값들이 가감되면서 나타나는 특성이 보임을 알 수 있다.

표 4 세 인수 사이의 상호상관관계

	I	II	III	IV
$\sigma_{Ev}$	+	+	-	-
$\rho_{Et}$	+	-	+	-
$\rho_{vt}$	+	-	-	+

표 5 응답변화도 ( $\nu_o = 0.25$ )

COV	I	II	III	IV
0.1	0.4632	0.2093	0.4431	0.2270
$-f$ 인수		$-t$	$-v$	$-t, -v$

## 5. 결론

본 논문은 추계장의 특성을 나타내는 인수인 상관관계거리가 무한대인 경우 추계장 표본이 상수 추계장으로 형성된다는 사실과, 이 경우 추계론적 해석에 확률밀도함수를 직접적으로 이용할 수 있음을 고찰하여, 확률변수상태에서의 구조 응답변화도에 대한 근사 이론해를 제시하였으며, 평면문제와 평판구조에 대하여 그 결과를 예시하였다.

제안된 해석법은 다중불확실인수의 고려는 물론 정규분포/비정규분포를 포함한 임의의 확률밀도함수를 고려할 수 있어 해석 대상 불확실인수가 확률변수상태에 있는 구조의 응답변화도에 대한 근사 이론해를 수치적으로 산정할 수 있으며, 본 논문에서 제시된 해석법은 변위는 물론 응력에 대한 응답변화도 산정도 가능하다. 이렇게 제시된 근사 이론해는 새롭게 개발되는 해석법에 대한 비교자료로 사용이 가능한 물론 불확실인수의 여러 양태에 대한 해석 역시 가능하여 구조 응답변화도 산정에서 그 의미가 클 것으로 기대된다.

## 감사의 글

본 논문은 사회기반시설물 평가 중점연구단(ISARC)의 지원하에 연구되었으며, 저자는 이에 감사의 말씀을 드립니다.

## 참고문헌

- 노혁천 (2004) 불확실성을 가지는 재료상수간의 상관관계를 고려한 평판구조의 추계론적 유한요소해석 정식화, **대한토목학회 논문집**, 24(4A), pp.779-788.
- 노혁천 (2005) 상호 상관관계가 있는 다중 재료상수의 불확실성에 의한 평면구조의 확률론적 거동, **한국전산구조공학회 논문집**, 18(3), pp.291-302.
- Choi C.K. and Noh H.C. (1996) Stochastic Finite Element Analysis of Plate Structures by Weighted Integral Method, *Structural Engineering and Mechanics*, (6), pp.703-715.
- Deodatis, G., Graham-Brady L. and Micaletti, R. (2003) A hierarchy of upper bounds on the response of stochastic systems with large variation of their properties: random variable case, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 18, pp.349-363.
- Deodatis, G. and Micaletti, R.C. (2001) Simulation of highly skewed non-Gaussian stochastic processes, *Journal of Engineering Mechanics-ASCE*, 127(12), pp.1284-1295.
- Graham, L. and Deodatis, G. (1998) Variability response functions for stochastic plate bending problems, *Structural Safety*, 20, pp.167-188.
- Micaletti, R.C. (2000) Direct Generation of Non-Gaussian Weighted Integrals, *J. Engrg. Mech. ASCE*, 126(1), pp.66-75.
- Noh, H.C. (2004) A Formulation for Stochastic Finite Element Analysis of Plate Structures with Uncertain Poisson's Ratio, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(45-47), pp.4857-4873.
- Noh, H.C. (2005) Stochastic behavior of Mindlin plate with uncertain geometrical and material parameters, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 20(4), pp.296-306.
- Noh, H.C. (2006a) Effect of Multiple Uncertain Material Properties on Statistical Behavior of In-plane and Plate Structures, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(19-22), pp.2697-2718.
- Noh, H.C. (2006b) Monte Carlo simulation-compatible stochastic field for application to expansion-based stochastic finite element method, submitted to *Computers and Structures*.
- Spanos P.D. and Ghanem R. (1989) Stochastic finite element expansion for random media, *Journal of Engineering Mechanics-ASCE* 115(5), pp.1035-1053.
- Yamazaki, F., Shinozuka, M., Dasgupta, G. (1998) Neumann expansion for stochastic finite element analysis, *Journal of Engineering Mechanics-ASCE*, 114(8), pp.1335-1355.