

호몰로지 설계를 이용한 원자로 핵연료봉 지지격자 스프링의 최적설계

Optimization of a Nuclear Fuel Spacer Grid Spring Using Homology

이재준* · 송기남** · 박경진***

Lee, Jae-Jun · Song, Ki-Nam · Park, Gyung-Jin

ABSTRACT

Spacer grid springs support the fuel rods in a nuclear fuel system. The spacer grid is a part of a fuel assembly. Since a spring has repeated contacts with the fuel rod, fretting wear occurs on the surface of the spring. Design is usually performed to reduce the wear. The conceptual design process for the spring is defined by using the Independence of axiomatic design and the design is carried out based on the direction that the design matrix indicates. For detailed design an optimization problem is formulated. In optimization, homologous design is employed to reduce fretting wear. The deformation of a structure is called homologous if a given geometrical relationship holds for a given number of structural points before, during, and after the deformation. In this case, the deformed shape of the spring should be the same as that of the fuel rod. This condition is transformed to a function and considered as a constraint in the optimization process. The objective function is minimizing the maximum stress to allow a local plastic deformation. Optimization results show that the contact occurs in a wide range. Also, the results are verified by nonlinear finite element analysis.

Keywords: spacer grid, axiomatic design, optimization, homology design.

1. 서론

경수로형 원자로(Pressurized light Water Reactor: PWR)내의 핵연료 집합체는 상·하단 고정체, 안내관, 지지격자체로 구성되어 있으며 핵연료봉을 고정시켜주는 기능을 하고 있다. 세장비(slenderness ratio)가 큰 핵연료봉을 지지하는 것은 양끝단의 상·하단 고정체를 제외하곤 중앙에 위치하는 지지격자체 몇 개가 전부이다. 지진이나 냉각제 상실사고와 같은 비정상 운전 시에 발생하는 충격은 대부분 지지격자체가 감당하기 때문에 이에 관한 연구가 꾸준히 진행되어 왔다(정연호, 1999). 지지격자체는 연료봉이 노심내의 수직 및 수평방향으로 제 위치에 건전하게 위치하도록 하는 기계·구조적 기능이 있다. 그런데 원자로 내에서 중성자 조사로 인해 지지격자 스프링의 용력이 이완되고 스프링력 또한 저하된다. 그리고 냉각수의 축류 및 횡류에 의

* 정회원 · 다이모스(주) 연구원 E-mail: dewheart80@dymos.co.kr

** 한국원자력연구소 실장 E-mail: knsong@kaeri.re.kr

*** 종신회원 · 한양대학교 기계정보경영공학부 교수 E-mail: gipark@hanyang.ac.kr

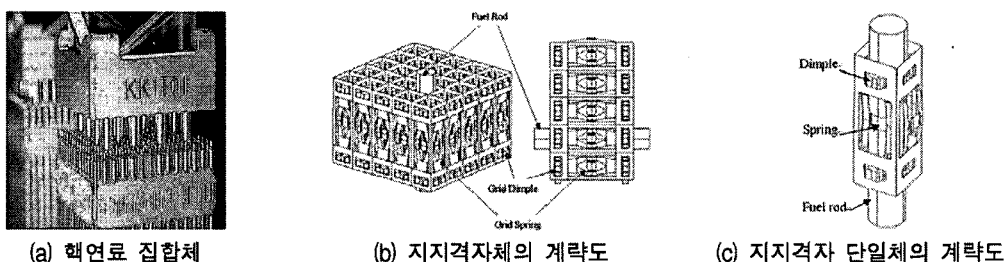


그림 1 핵연료 집합체 및 지지격자체 계략도

해 연료봉 진동이 발생하게 된다. 이로 인해 연료봉 지지능력이 저하되고 연료봉과 격자 지지부와의 접촉부 위에서 연료봉의 국부적인 손상이 발생하게 된다. 이때 발생하는 손상은 프레팅 마모(fretting wear) 손상으로써 방사능 물질이 이 부분을 통하여 냉각수로 누출될 수 있는 우려가 있다(송기남 등, 2002; 송기남 등, 2003). 이 손상의 원인은 연료봉과 지지격자 스프링 사이의 접촉이 국부적인 부분에서 일어나기 때문이다(하재욱 등, 2002). 그 결과 넓은 부분에서 접촉이 일어나는 지지격자의 설계가 필요하게 되었다. 먼저 공리적설계(axiomatic design)를 이용하여 설계영역(design range)을 결정하였고(이광원, 1998; 이광원과 박경진, 1999; 이광원과 박경진, 2000; Park 등, 2000; Suh, 2001), 선택한 영역으로부터 연료봉과 스프링 사이 접촉이 넓게 일어날 수 있는 형상이 되도록 호몰로지 설계(homology design)를 바탕으로 지지격자의 최적설계를 실시하였다(Vanderplaats, 1984; Arora, 1989; Haftka와 Gürdal, 1992; Belegundu와 Chandrupatla, 1999).

2. 호몰로지 설계

2.1. 호몰로지 설계 소개

대부분의 구조설계는 역학적으로 변형 및 응력 등의 제한조건을 만족하면서 구조물의 성능을 극대화시키는 설계해를 찾아내는데 목적을 두고 있다. 그러나 구조물이 어떤 특정한 기하학적 형상을 가져야 한다는 제한조건이 존재한다면 설계 시 이 조건을 고려하기 쉽지 않다. 몇 가지 예를 살펴보면, 지구국 위성안테나 또는 대형망원경에서 전파를 반사 시켜주는 주반사판(main reflector)의 설계, 하중작용 전·후에서 평면을 유지해야 하는 정반 설계 및 이차함수의 기하학적형상을 유지해야 하는 트러스형 다리구조물 설계, 그리고 하중작용 후에 특정한 반응치가 산출되도록 하는 지능구조물(smart structure)설계 등이 이에 해당한다(이권희와 박경진, 1996; Lee와 Park, 1995). 이런 문제들을 해결하고자 Hoerner(1967)는 구조물을 구성하는 점들이 변형 전, 변형 중, 그리고 변형 후를 걸쳐 요구되는 기하학적 형상이 유지되는 것을 호몰로지 변형이라 정의하였고 이를 바탕으로 임의의 외력 하에서 변형 전, 변형 중, 변형 후를 걸쳐 구조물 전체 또는 그 일부가 지정된 형상을 유지하도록 하는 설계를 호몰로지 설계라 정의하였다(이권희 등, 1996; Lee 등 1998; Hoerner, 1967). 호몰로지 설계를 다시 설명하면 설계자가 구조물의 일부나 구조물 전체의 변형 또는 고유진동수 등을 미리 예측하여 이러한 반응치가 얻어지도록 설계변수를 결정하는 기법이며, 구조물 일부의 변형을 예측하는 경우에는 기하학적인 제약조건이 상수, 선형함수 또는 비선형함수가 가능하다(김경근, 1995).

2.2. 호몰로지 설계를 이용한 문제해결방안

프레팅 마모손상에 영향을 미치는 요소들 중 실험을 통하여 살펴본 결과 형상이 가장 큰 영향을 미친다

는 것을 알 수 있었다. 그리하여 이 손상을 최소화하기 위해선 지지격자 스프링과 연료봉 사이에 넓은 부분에서 접촉이 일어나도록 지지격자를 설계하여야 한다(이영호 등, 2002). 이를 호몰로지 관점에서 살펴보면, 지지격자 스프링의 접촉 후 형상이 연료봉의 형상과 동일할수록 넓은 부분에서 접촉이 일어난다고 할 수 있다. 접촉 면적이 넓으면 연료봉이 받는 면압은 감소하게 되고 그로부터 프레팅 마모손상은 최소화된다.

동일한 형상을 만들기 위해서 다음과 같이 문제 해결방안을 제시하였다. 연료봉 단면방향으로는 연료봉의 곡률과 변형된 지지격자 스프링의 곡률이 얼마나 일치하느냐를 연료봉 길이방향으로는 연료봉과 맞닿는 스프링 중심부 형상이 얼마나 직선을 이루느냐를 문제 해결방안으로 제시하고 최적설계를 실시하였다.

3. 공리적 설계를 이용한 설계영역 결정

Suh(1984)에 의해 창출되고 보급된 공리적설계의 목적은 설계행위를 객관적이고 합리적인 틀을 세워 설명하고 좋은 설계의 기준을 마련하여 이를 실제문제에 적용하는 것이다. 설계는 요구조건들인 기능요구사항(Functional Requirements: FRs)과 요구를 어떻게 달성할 것인가에 대한 해답인 설계파라미터(Design Parameters: DPs) 사이의 연속적인 상호작용이라고 할 수 있다.

공리적설계에서의 공리는 기능과 물리적 변수 사이의 관계에서 항상 FRs의 독립성을 유지하라는 독립공리(Independence Axiom)와 설계의 정보량을 최소화하라는 정보공리(Information Axiom)로 이루어져 있다. 독립공리는 기능적 영역의 FRs로부터 물리적 영역의 DPs로 진행되는 사상과정을 정의할 때에, DP와 FR이 일대일 대응되기를 추천한다(Suh, 2001). 독립공리를 설명하기 위해서 식 (1)의 설계방정식을 사용한다.

$$\{FR\} = \{A\}\{DP\} \tag{1}$$

여기서 $\{FR\}$ 은 기능요구사항 벡터이고 $\{DP\}$ 는 설계파라미터 벡터, $\{A\}$ 는 $\{FR\}$ 과 $\{DP\}$ 와의 관계를 설명하는 설계행렬(design matrix)이다. 표 1은 공리적설계의 설계방정식의 3가지 경우이며 X는 FR과 DP가 서로 관련이 있음을 의미하고 O는 관련이 없음을 의미한다. 지지격자를 설계함에 있어 설계영역을 결정하는데 독립공리를 이용하였고 이 과정을 위해 식 (1)의 설계방정식에서 먼저 $\{FR\}$ 과 $\{DP\}$ 를 결정하고 이들 사이의 관계를 설계행렬로 표현하였다. 지지격자의 $\{FR\}$ 은 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} FR_1 \\ FR_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{일정한 충격력을 견디면서 가벼워야 한다.} \\ \text{연료봉과 넓은 부분에서 접촉이 일어나야 한다.} \end{Bmatrix} \tag{2}$$

지지격자체는 비정상적인 운전환경에서 횡방향의 충격을 받게 되므로 구조적인 건전성의 측면에서 일정한 충격력을 견딜 수 있는 구조적인 건전성을 목표로 하고 전체 제작 단가를 줄이기 위해 FR_1 을 식 (2)와 같이 결정하였다. 또 수직 혹은 수평방향의 진동으로 인하여 발생하는 연료봉의 프레팅 마모손상을 줄이기 위해 면압을 낮춰주는 것을 궁극적인 목표로 삼았다. 그 결과 면압을 낮추기 위해 연료봉과 스프링사이의 넓은 부분에서 접촉이 일어나도록 하여 프레팅 마모손상을 해결하고자 하였고 이를 식 (2)의 FR_2 로 결정하였다.

위의 FRs를 바탕으로 식 (3)과 같이 비연성설계가 되도록 설계행렬 $\{A\}$ 를 결정하고 DPs를 선택하였다.

$$\begin{Bmatrix} FR_1 \\ FR_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & O \\ O & X \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_1 \\ DP_2 \end{Bmatrix} \tag{3}$$

표 1 공리적설계의 설계방정식

	비연성설계 (uncoupled design)	비연성화설계 (decoupled design)	연성설계 (coupled design)
설계방정식	$\begin{Bmatrix} FR_1 \\ FR_2 \\ FR_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & X \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_1 \\ DP_2 \\ DP_3 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} FR_1 \\ FR_2 \\ FR_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 \\ X & X & 0 \\ X & X & X \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_1 \\ DP_2 \\ DP_3 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} FR_1 \\ FR_2 \\ FR_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & X & X \\ X & X & X \\ X & X & X \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_1 \\ DP_2 \\ DP_3 \end{Bmatrix}$
FR과 DP사이 관계	일대일 대응	순차적 대응	교호적 대응

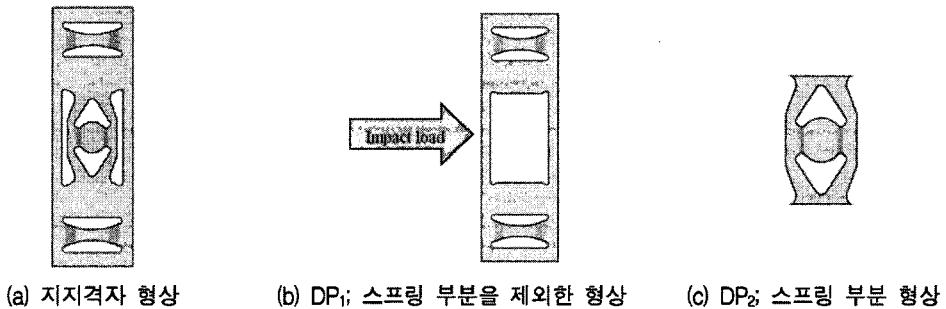


그림 2 공리적설계를 이용한 설계파라미터 결정

그림 2(a)는 지지격자체를 이루고 있는 지지격자 한 개의 그림이다. 이를 살펴보면 스프링 부분을 제외한 부분의 형상과 지지격자의 두께에 그림 2(b)와 같이 의해서 횡방향으로 가해지는 구조물의 충격을 담당한다는 것을 알 수 있다. 이 때, 그림 2(c)의 스프링 부분은 충격에 영향을 미치지 않기 때문에 이를 제외한 나머지 부분의 형상과 두께를 FR_1 을 만족시키는 DP_1 으로 결정하였다(최성규, 2000; 송기남, 2002). 프레팅 마모를 줄이기 위해선 핵연료봉과 스프링이 어떻게 접촉하고 있는가가 중요하다. 접촉부의 접촉상태를 고르게 하여 최대한 접촉면적을 증가시켜야 하기 때문에 연료봉과 접촉에 있어 상관이 없다고 판단되는 그림 2(b)를 제외하고 그림 2(c)인 스프링부분만을 DP_2 로 결정하였다. 이상으로 FRs를 만족시키는 DPs를 선택하여 설계 파라미터 벡터를 정리하면 식 (4)와 같이 표현할 수 있고 프레팅 마모손상을 줄이기 위해 설계 영역을 스프링 부분으로 하여 최적설계를 실시하였다.

$$\begin{Bmatrix} DP_1 \\ DP_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{스프링 부분을 제외한 형상, 두께} \\ \text{스프링 부분의 형상} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

4. 지지격자 스프링의 최적설계

지지격자체에 연료봉이 결합하는 문제는 재료 및 기하 비선형 문제로써 선형 최적설계 단계에서 이를 고려하지 못하는 단점을 안고 있다. 그렇기 때문에 최적설계 결과인 최적모델을 바탕으로 비선형 정적해석을 실시하여 기존모델과의 차이를 알아보았다.

지지격자체에 연료봉이 삽입될 경우 강성이 강한 덤플은 거의 변형되지 않고 강성이 약한 스프링 부분의 변형이 상대적으로 많이 일어난다(윤경호, 2000). 이 때 스프링 중심부의 y방향수직변위는 0.3mm이다. 그렇기 때문에 연료봉을 스프링에 접촉시킨 후 수직방향으로 0.3mm이동시키는 형식으로 비선형해석을 실시하였

고 그때 반발력을 하중조건으로 하였다. 기존모델의 하중조건을 최대한 살리면서 사이클이 진행되더라도 반발력이 크게 변화되는 것을 방지하기 위해 특정 절점이 받는 압력비율에 초기 반발력을 곱하여 하중조건을 매 사이클마다 새롭게 구하였고 이를 이용하여 매 사이클 새로운 하중조건으로 최적설계를 실시하였다. 식 (5)는 사이클마다 하중조건을 구하는 식으로써 P_i 는 지지격자가 받는 전체 압력이고, P_s 는 특정 절점이 받는 압력이며 F_i 는 기존모델의 반발력으로써 74.944N이다. 이 식으로부터 특정 절점이 받는 하중 F_s 를 구하였다.

$$P_s \times F_i / P_i = P_s \times F_i / \left(\sum_{s=1}^n P_s \right) = F_s \quad (5)$$

3.1. 설계정식화

호몰로지 개념을 이용하여 목적함수를 만들고 이를 이용하여 최적설계를 수행한 결과모델의 형상이 매끈하지 않았다. 그 형상을 검토해 본 결과 국부적으로 발생하는 소성영역 때문인 것을 알 수 있었고 소성을 완전히 무시하고 설계를 못한다고 판단하였다. 그리하여 최대응력을 최소화하는 최대값의 최소화 문제로 변경하였고 식 (6)은 테일러-벤조 베타 정식화(Taylor-Bendsøe 'beta' formulation)로 설계정식화 한 것이다 (Haftka와 Gürdal, 1992). 이 정식화는 가상의 변수 베타(beta: β)를 목적함수로 하여 이를 최소화하면서 설계자가 원하는 최대값을 베타보다 작거나 같도록 제한조건을 잡아주는 최대값의 최소화 문제 방법 중 하나이다. 그 결과 호몰로지 개념의 목적함수는 제한조건으로 바뀌었고 구조물에 걸리는 응력 또한 베타보다 작거나 같게 되도록 제한조건을 첨부하였다.

Find	$b_1, b_2, b_3, \dots, b_{29}$		
to minimize	β		
subject to	$w \leq w_{initial}$	(6)	
	$F_{spring} \leq 40N$		
	$h_c \geq 1.65mm$		
	$(R - L_{ik}')^2 \leq C_h$		$(i = 1, 2, \dots, 7; k = 1, 2, \dots, 7)$
	$(R - M_j')^2 \leq C_h$		$(j = 1, 2, \dots, 7).$
	$\sigma \leq \beta$		

설계영역 안에서 섭동벡터(perturbation vector)에 의해 움직일 수 있는 스프링 각 부분의 형상을 설계변수로 하였다. 또 이 설계변수인 스프링 각 부분의 형상을 부드러운 스플라인(spline)곡선으로 나타내기 위해 설



그림 3 최적설계 시 사용한 섭동벡터와 섭동벡터의 원리

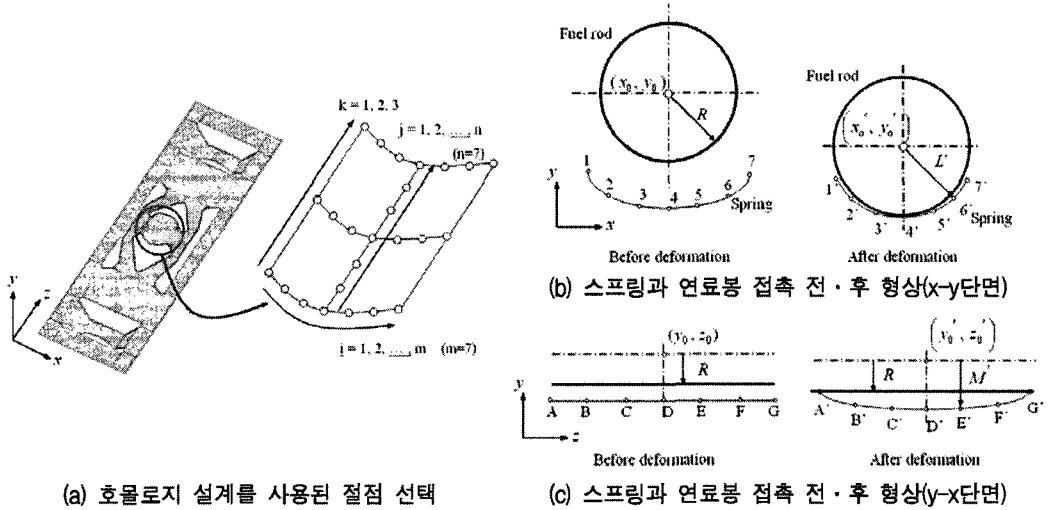


그림 4 호몰로지 설계에 사용된 절점 및 각 단면의 형상

계도메인(design domain)을 잡고 그 도메인의 꼭지점과 각 변의 중심점을 이동시키는 방법을 사용하여 최적 설계 후 도메인 내부의 절점들 역시 그림 3(b)와 같이 부드러운 스플라인 곡선 형상을 띠게 하였다. 그리하여 형상최적설계 시 격자의 질(mesh quality)이 떨어지는 것을 방지하였다.

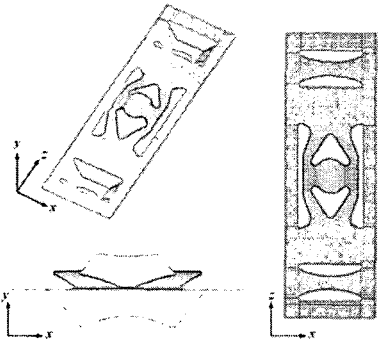
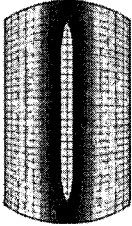


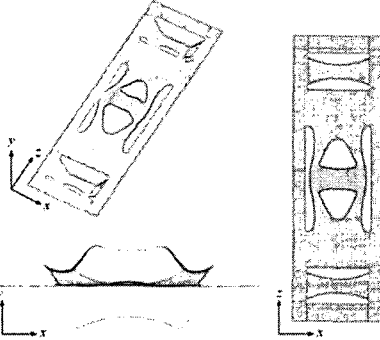
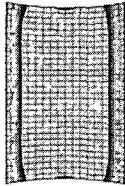
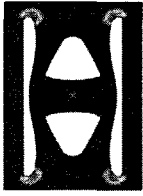
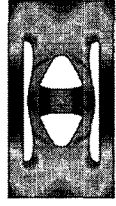
제한조건을 살펴보면 다음과 같다. 최적모델의 무게(w)는 기존모델($w_{initial}$)의 무게보다 작거나 같아야 한다. 다음으로, 지지력자 스프링력은 40N 이상이 되어야 한다. 원자로 내에서는 중성자 조사에 의해 초기 스프링력의 92%가 감소하게 된다. 또 유체유발진동(Fluid Induced Vibration: FIV)에 의해 2N의 힘과 핵연료집합체의 운송 중에 1.2N의 힘이 스프링에 가해지게 된다. 이를 정리하면 초기 스프링력(F_{spring})이 최소 40N 이상은 유지 하여야 함을 의미한다(송기남 등, 2002). 셋째로 변형 전 스프링 중심부의 높이는 1.65mm 이상이 되어야 한다. 이는 스프링 중심부의 높이(h_c)가 주어진 길이보다 작은 경우 추후에 이루어질 비선형해석에서 스프링력 40N을 만족하지 못하는 경우가 간혹 발생하는 관계로 다음과 같이 최적설계 시 제한조건으로 하였다.

식 (6)의 4번째, 5번째 제한조건은 호몰로지 설계에 의한 것들로서 변형 후 스프링의 형상이 얼마나 연료봉의 형상과 닮았느냐를 판단시켜주는 척도가 된다. 여기서 식 (6)과 그림 4의 R 은 연료봉 반경이고 L_{ik} 및 M_j 는 변형후 연료봉 중심으로부터 호몰로지 설계를 하기 위해 선택된 절점들까지의 거리이다. C_n 는 호몰로지 상수로써 설계자가 임의로 제시하고 범위 안에 들어오게 한다.

3.2 최적설계 결과

표 2는 기존모델과 최적모델에 대해 각각의 결과 값이다. 먼저 형상을 살펴보면 스프링 중심부가 z방향으로 볼록하던 것이 오목하게 바뀐 것과 H형 다리가 평평하던 것이 위로 올라간 것을 알 수 있다. 이런 기하학적 형상으로 인하여 성능면에서 많이 좋아진 것을 다른 열들을 살펴보면 알 수 있다. 스프링 접촉부의 면적은 13.4mm²에서 8.0mm²으로 최적화가 되면서 줄어들었다. 하지만 표 2의 접촉부분에서 각각의 스프링의 중심의 회색부분이 연료봉과 접촉을 이루는 부분으로 그 넓이는 1.4mm²에서 5.8mm²로 약 4배가 늘어남을 알 수 있다. 또 스프링의 중심부에 소성이 일어나던 것을 없앴과 동시에 소성이 일어나는 영역 또한 줄어든 것을 알 수 있다. 마지막으로 본문제의 목적함수로 사용된 최대응력은 403Mpa에서 396Mpa로 줄어들었다.

표 2 기존모델과 최적모델 결과 비교

	형상	접촉부분	소성영역	최대응력
기존 모델				
최적 모델				

5. 결론

공리적설계를 이용하여 설계영역을 결정하였고 그 영역을 대상으로 호몰로지 설계개념이 들어간 설계정식화를 하였다. 이를 바탕으로 하는 최적설계와 최적설계로부터 나온 최적모델의 검증 및 새로운 하중조건을 찾기 위해 비선형해석을 서로 반복 실시하였다. 여기서 하중조건은 압력을 받는 특정 절점에 압력분포에 따라 그에 비례하는 초기 스프링력을 넣어 줌으로써 기존모델의 특성을 최대한 살림과 동시에 사이클이 반복되어짐에 따라 발생하는 스프링력 저하를 막아주었다.

최대값의 최소화 문제를 이용하여 구조물에 발생하는 최대 응력을 줄임과 동시에 소성영역을 줄였다. 이 때 호몰로지 설계 관점에서 만들어진 목적함수가 최대값의 최소화 문제로 바뀌면서 제한조건으로 들어가게 되었고 여기서 발생되었던 문제점을 호몰로지 상수를 도입함으로써 해결하였다.

향후에는 이렇게 제안된 설계기법을 이용하여 지지격자 덤플부의 최적설계에 적용할 필요가 있으며 다른 형상을 가지는 스프링의 설계에 응용하여 지지격자체를 설계할 필요가 있다. 그리고 좀 더 나아가서는 등가정하중을 이용한 비선형 구조최적설계를 실시해 볼 필요가 있다.

참고문헌

김경근 (1995) 다중하중하에서 호몰로지 제한조건을 이용한 트러스의 최적설계, 석사학위논문, 한양대학교.
 송기남, 강병수, 최성규, 윤경호, 박경진 (2002) 공리적 설계를 이용한 원자로 핵연료봉 지지격자체의 설계,

- 대한기계학회논문집, 26(8), pp.1623-1630.
- 송기남, 김형규, 강홍석, 윤경호, 배상오, 김대환, 박종균, 김우곤, 전태현, 정경훈, 박진호, 김대호 (2002) 경수로용 신행핵연료 기술개발, KAERI/RR-2308/2002, 한국원자력연구소, 대전.
- 송기남, 윤경호, 강홍석, 김형규 (2003) 경수로용 고유 지지격자의 성능시험, 춘계학술대회, 대한기계학회, pp.431-437.
- 윤경호 (2000) 측면충격하중에 의한 지지격자체의 좌굴거동해석, KAERI/TR-1569/00, 한국원자력연구소, 대전.
- 이광원 (1998) 독립 설계 공리를 이용한 구조물의 최적설계, 박사학위논문, 한양대학교 .
- 이광원, 박경진 (1999) 구조 최적 설계를 위한 공리적 설계 방법론의 개발, 추계학술대회, 대한기계학회, pp.991-997.
- 이광원, 박경진 (2000) 독립 공리를 이용한 구조 최적화 방법론 개발, 대한기계학회논문집(A), 24(10), pp.2438-2450.
- 이권희, 김경근, 심진욱, 박경진 (1996) 호몰로지 제한조건을 이용한 다중하중하의 트러스 최적설계, 대한기계학회논문집(A), 20(9), pp.2800-2811.
- 이권희, 박경진 (1996) 등제한조건 함수를 이용한 구조물의 호몰로지 설계, 대한기계학회논문집, 20(3), pp.872-881.
- 이영호, 김형규, 박순중, 윤경호, 강홍석 (2002) 핵연료봉 프레팅 마멸에서의 접촉형상과 분위기의 영향, 추계학술대회, 한국원자력학회.
- 정연호 (1999) 경수로용 신행핵연료 개발, KAERI/RR-2015/99, 한국원자력연구소, 대전.
- 최성규 (2000) 공리적 설계를 이용한 원자로 핵연료봉 지지격자체의 설계, 석사학위논문, 한양대학교.
- 하계욱, 김형규, 이영호, 송기남, 김석삼 (2002) 핵연료봉 프레팅마멸에서 지지조건 및 형상의 영향에 대한 실험적 분석, 추계학술대회, 한국원자력학회.
- Arora, J.S (1989) *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill Book Company, New York.
- Belegundu, A.D. and Chandrupatla, T.R. (1999) *Optimization Concepts and Applications in Engineering*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, USA.
- Haftka, R.T. and Gürdal, Z. (1992) *Elements of Structural Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.
- Hoerner, S.V. (1967) Homologous Deformations of Tilttable Telescopes, *Journal of Structural Division, Proceedings of the ASCE*, 93, pp 461-485.
- Lee, K.H., Kim, K.K. and Park, G.J. (1998) Truss Optimization Considering Homologous Deformation under Multiple Loadings, *Structural Optimization*, 16(2-3), pp.193-200.
- Lee, K.H. and Park, G.J. (1995) Structural the Homology Design Using Equality Constraints, *Proceedings of Sixth International Conference on Adaptive Structures*, pp. 353-363.
- Park, G.J., Lee, K.W., Lee K.H. and Park G.J. (2000) A Structural Optimization Methodology Using the Independence Axiom, *Proceedings of the First International Conference on Axiomatic Design ICAD2000*, pp. 145-150.
- Suh, N.P. (2001) *Axiomatic Design*, Oxford University Press, New York, USA.
- Vanderplaats, G.N. (1984) *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*, McGraw-Hill Book Company, New York, USA.