

이차원 공동의 구조기인소음 저감을 위한 제진재의 최적배치

Damping Layout Optimization to Reduce Structure-borne Noises in a Two-Dimensional Cavity

이 두 호*
Lee, Doo-Ho

ABSTRACT

An optimization formulation is proposed to minimize sound pressures in a two-dimensional cavity by controlling the attachment area of unconstrained damping materials. For the analysis of structural-acoustic systems, a hybrid approach that uses finite elements for structures and boundary elements for cavity is adopted. Four-parameter fractional derivative model is used to accurately represent dynamic characteristics of the viscoelastic materials with frequency and temperature. Optimal layouts of the unconstrained damping layer on structural wall of cavity are identified according to temperatures and the amount of damping material by using a numerical search algorithm.

Key Words : structural-acoustic systems, optimal damping layout, fractional derivative model, structure-borne noise

1. 서론

진동하는 구조물의 표면에 제진재를 부착하는 것은 구조기인 소음을 제어하기 위한 가장 일반적인 방법의 하나이다. 이러한 수동적인 구조기인 소음의 처리 방법은 제진물질을 부착하는 공정이 용이하고 또한 처리비용도 낮기 때문에 대량 생산되는 많은 분야의 제품에 적용되고 있다. 예를 들어 자동차의 플로어 등에는 방진 및 방음의 목적으로 많은 제진슈트가 부착되어 있다. 유사한 경우를 비행기의 동체나 가전제품의 케이스, 선박의 벽면 등에서 볼 수 있다. 이러한 제품에 있어서 제진재의 부착위치와 양은 제품의 성능뿐만 아니라 경제적인 관점에서도 매우 중요하다. 많은 경우에 있어서 구조물의 모든 면에 제진재를 처리하는 것이 진동이나 소음을 줄이기 위한 최적의 방법이 아니며 제진물질의 두께나 부착위치, 부착모양 등의 최적화를 통하여 제진 효율을 크게 높이고 비용을 감소시킬 수 있다.

많은 연구자들이 진동을 감소시키는 제진재의 부착위치 최적화를 위한 정식화를 제시하였다[1-3]. 특히 저자 등은 점탄성 물질의 온도와 주파수에 따른 특성변화를 고려하여 진동응답을 최소화하거나 손실계수를 최대화하는 제진재의 최적처리법을 제시하였다[3, 4]. 그러나 많은 경우 구조물 표면의 제진 처리는 구조물의 진동뿐만 아니라 구조기인소음을 감소시키기 위한 것이다. 일반적으로 진동 응답을 최소화하는 제진재의 배치는 구조기인 소음을 최소화하는 배치와 동일하지 않다. 음향 응답에 영향을 미치는 진동응답은 음향공동의 특성과도 연관되기 때문이다. 그러므로 구조기인 소음을 감소시키기 위한 제진재의 최적배치 문제는 진동의 응답을 감소시키기 위한 문제와는 별도로 중요한 의미를 갖으며 관련 제품의 성능 제고와 비용 감소에 기여할 수 있다. 그러나 구조기

* 동의대학교 기계공학과 교수 E-mail: dooho@deu.ac.kr

인소음을 감소시키기 위한 제진재의 최적배치에 관한 연구문헌은 찾아볼 수 없다.

그러므로 본 연구에서는 참고문헌[4]에서 수행되었던 연구를 구조-음향문제로 확장하여 이차원 공동에서 발생하는 구조기인 소음을 감소시키기 위한 점탄성 제진재의 최적배치 문제에 대한 정식화를 수행하고 수치예제를 통하여 그 유용성을 검증한다. 비구속형 점탄성 물질의 특성이 온도와 주파수에 따라서 변화하는 것을 고려하고 구조음향계의 해석을 위하여 유한요소/경계요소를 혼합한 하이브리드 해석법을 사용한다.

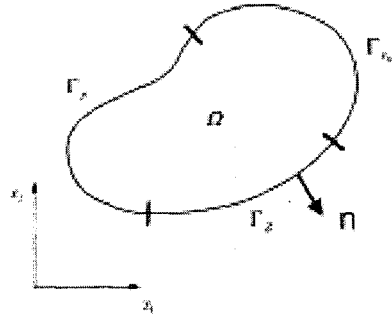


Figure 1. Two-dimensional structural-acoustic problem.

2. 구조-음향계의 해석

구조기인 소음 감소를 위한 제진재 최적배치를 위해서는 구조-음향 연성계의 해석이 필요하다. 본 연구에서는 경계요소법(boundary element method, BEM)을 사용하여 구조음향 연성계를 해석하고 제진재를 포함하는 구조물은 유한요소법을 사용한다.

2.1 구조음향계의 경계요소해석

구조음향 연성계의 직접경계요소 해석법은 잘정립된 방법이다[5]. 본 논문에서는 논문의 완결성을 위하여 간단히 기술한다. Fig. 1 과 같이 균일한 등방성 매질의 내부영역 Ω와 닫힌 경계 Γ로 이루어진 구조음향계를 고려한다. 정상상태를 가정하면 Helmholtz 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla^2 p(x) + k^2 p(x) = 0 \tag{1}$$

여기서 $p(x)$ 는 음압(sound pressure)이고 k 는 파수(wave number)이다. 음압은 경계 $\Gamma (= \Gamma_p \cup \Gamma_n \cup \Gamma_z)$ 에서 다음과 같은 경계조건을 만족한다.

$$\begin{aligned} p(x) &= p_0, & x \in \Gamma_p \\ v_n(x) &\equiv -\frac{1}{i\omega\rho_0} \frac{\partial p}{\partial n} = v_{n_0}, & x \in \Gamma_n \\ z(x) &\equiv p/v_n = z_0, & x \in \Gamma_z \end{aligned} \tag{2}$$

위 식에서 ω , ρ_0 , n , v_n 는 각각 각속도, 밀도, 외향법선벡터와 외향법선방향 속도이다. 본 연구에서는 속도경계조건이 부여된 경계 Γ_n 만이 구조물과 연성되어 있으며 구조물의 응답에 의해서 경계조건이 결정된다고 가정한다. 또한 음장은 구조물의 운동에 영향을 미치지 않는다고 가정한다.

직접 경계요소법을 사용하여 음향문제를 풀기 위하여 Helmholtz 방정식을 다음과 같은 경계적분 방정식으로 변환한다[5].

$$c(\xi)p(\xi) - \int_{\Gamma} p(x) \frac{\partial \Psi}{\partial n}(\xi, x) d\Gamma(x) = - \int_{\Gamma} i\rho_0 \omega v_n(x) \Psi(\xi, x) d\Gamma(x), \quad \xi \in \Gamma \tag{3}$$

여기서 $c(\xi)$ 는 경계의 기하학적 특성에 따라서 결정되는 값이고, Ψ 는 기본해(fundamental solution)이다[5]. 경계적분 방정식 (3)의 변수인 음압 p 와 입자의 외향법선방향 속도 v_n 을 경계요

소와 형상함수를 도입하여 이산화한 후 수치적분을 수행하면 다음과 같은 선형 대수방정식을 얻을 수 있다.

$$HP = GV_N \quad (4)$$

위 식에서 H 와 G 는 경계요소법의 시스템 행렬이고, P 와 V_N 은 절점에서의 음압과 외향법선방향 속도벡터이다. 경계요소식 (4)에 경계조건을 대입하고 정리하면 식(4)는 일반적인 대수방정식이 되고, 이 대수방정식을 풀면 경계에 위치한 절점에서의 음압과 속도 성분을 모두 알 수 있다.

적분방정식 (3)은 수렴점이 영역 내부에 있는 경우에는 다음과 같은 식으로 변환된다[5].

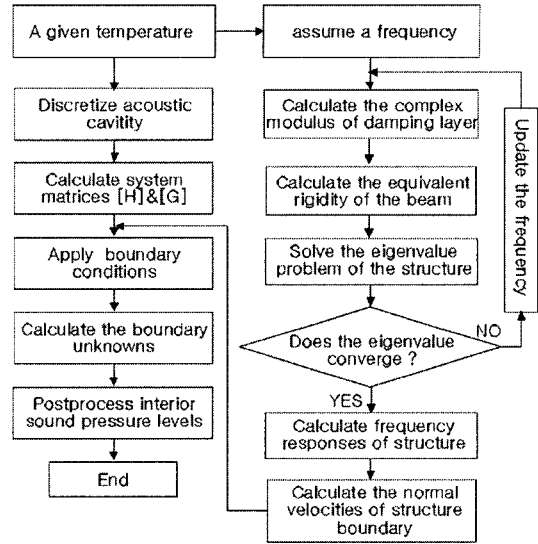


Figure 2. Analysis flow of structural-acoustic problems

$$p(\xi) = \int_{\Gamma} p(x) \frac{\partial \Psi}{\partial n}(\xi, x) d\Gamma(x) - \int_{\Gamma} i \rho_0 \omega v_n(x) \Psi(\xi, x) d\Gamma(x), \quad \xi \in \Omega \quad (5)$$

그러므로 영역내부에서의 음압을 계산하기 위해서는 식(4)로부터 구한 경계에서의 값으로부터 식 (5)을 계산하는 후처리하는 과정이 필요하다. 자세한 구조-음향계의 해석과정을 Fig. 2 에 나타내었다.

2.2 비구속 점진층을 갖는 판의 유한요소해석

본 연구에서 다루는 구조-음향 연성계는 음향공동의 경계에 구조요소가 놓여있고, 이 구조요소의 진동에 의해서만 음향공동이 가진 된다고 가정한다. 점탄성 점진층을 갖는 보에 대한 해석은 참고문헌 [4]의 방법을 따르며 논문의 완전성을 위하여 간략히 설명한다.

Fig. 3 과 같이 경계벽면 위에 비구속형 점탄성 점진층(unconstrained viscoelastic damping layer)을 갖는 구조요소를 생각한다. 점탄성 물질의 복소계수(complex modulus)는 주파수뿐만 아니라 온도에 따라서도 크게 변한다. 점탄성 물질의 복소계수에 대한 온도 영향은 주파수의 변화량으로 환산할 수 있으며, 주파수 이동양을 나타내는 이동계수(shift factor) $\alpha(T)$ 는 다음과 같은 Arrhenius 관계식으로 기술될 수 있다[6].

$$\log(\alpha(T)) = d_1 (1/T - 1/T_0) \quad (6)$$

여기서 d_1 은 실험적으로 결정되는 물질상수이며, T_0 는 절대온도로 표시되는 기준온도이다.

점탄성 물질에 대한 복소계수의 주파수에 따른 변화특성은 유리미분모델(fractional derivative model)을 사용하면 주파수 영역에서

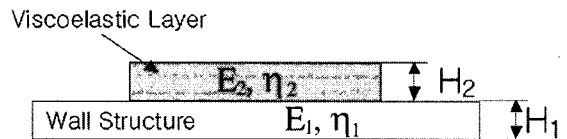


Figure 3. Unconstrained viscoelastic-damping layer on structure wall.

의 특성을 다음과 같이 표현할 수 있다 [6,7].

$$E^* = E(1+i\eta) = \frac{a_0 + a_1(if\alpha(T))^\beta}{1 + c_1(if\alpha(T))^\beta} \quad (7)$$

여기서 여기서 $i = \sqrt{-1}$ 이고, E^*, E 와 η 는 각각 복소계수, 저장계수(storage modulus), 손실계수(loss factor)이다. a_0, a_1, c_1, β 는 실험적으로 정해지는 물질상수이다.

다음으로 감쇠층을 갖는 구조요소의 응답을 해석하기 위하여 Ross, Ungar 과 Kerwin (RUK)의 등가강성법을 이용한다. Fig. 3 과 같이 비구속형 제진층이 피복된 부위의 복소 등가강성 E^*I 는 다음과 같이 쓸 수 있다[8].

$$\frac{E^*I}{E_1I_1} = 1 + e^*h^3 + 3(1+h)^2 \frac{e^*h}{1+e^*h} \quad (8)$$

위 식에서 $h = H_2/H_1$, $e^* = E_2^*/E_1^*$ 이고 I 는 이차면적모멘트이다. 식(7)과 식(8)을 이용하면 음향공동의 벽면을 구성하는 제진층을 갖는 구조벽면은 등가강성과 등가손실계수를 갖는 유한요소로 모델링 할 수 있다. 그러므로 단위 깊이를 갖는 보요소를 도입하여 구조벽면을 유한요소로 이산화하면 다음과 같은 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$M\ddot{X} + KX = f \quad (9)$$

위 식에서 M 과 K 는 각각 전체 질량행렬과 강성행렬이고 X 와 f 는 각각 절점에서의 변위벡터와 외력벡터이다. 여기서 강성행렬 K 는 점탄성 제진층의 영향으로 복소수 값을 갖는다. 조화가진을 가정하면 실수 고유값 문제를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$K_r y = \zeta My \quad (10)$$

여기서 K_r 는 강성행렬의 실수부이며, y 는 고유벡터를 의미하고 $\zeta (= \omega^2 = (2\pi f)^2)$ 는 고유값을 의미한다.

벽면을 구성하는 구조물의 강제진동응답은 모드중첩법(modal superposition principle)을 이용하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$v = \sum_{k=1}^m i\omega a_k y_k \quad (11)$$

여기서 m 은 모드 수이고 y_k 는 k 번째 고유벡터이며 a_k 는 모드좌표로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$a_k = \frac{y_k^T f}{\zeta_k(1+i\eta_k) - \omega^2} \quad (12)$$

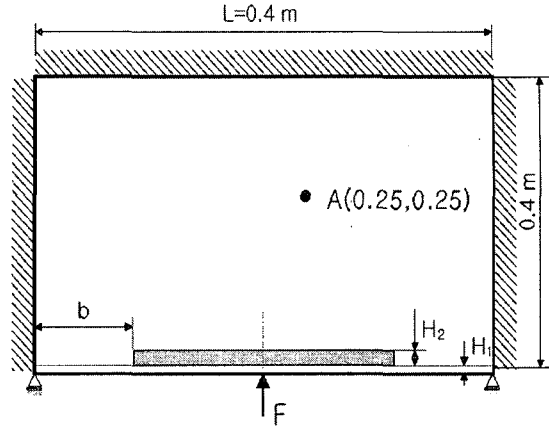


Figure 4. A rectangular cavity enclosed with a pinned-pinned plate.

위 식에서 η_k 는 k 번째 모드의 손실계수를 의미하며 점탄성층에 의해서 소실된 에너지와 축적된 에너지의 비율로부터 계산할 수 있다[9]. 그러므로 식(11)을 사용하여 외력에 의한 구조벽면의 속도성분을 구하고 외향법선방향 속도성분으로 변환한 후, 식(4)의 경계요소식에 대입하면 식(4)와 식(5)에 의하여 경계와 영역내부에서의 음향응답을 구할 수 있다. 자세한 해석 과정은 Fig. 2 에 기술하였다.

2.3 수치예제

제진층을 갖는 벽면으로 구성된 구조음향계의 해석과정을 검증하기 위하여 Fig. 4 와 같이 이차원 음향공동에 관한 수치 예제를 도입하였다. 그림과 같이 음향공동은 사각형 모양이고 밀면을 제외한 3 면은 강체 벽으로 구성되어 있다. 음향공동의 밀면은 양 끝단이 핀지지되어 있고 표면에는 LD-400[6]이라는 제진층이 부착되어 있는 알루미늄 판으로 구성되어 있다. 밀면 중앙에는 수직방향으로 단위 힘 F 가 작용하고 있다. 판의 두께와 제진층의 두께는 각각 2 와 0.889 mm 이다. LD-400 에 대한 이동계수와 유리분모모델로 표현되는 복소계수는 다음 식과 같다[6].

$$E^* = \frac{338.2 + 2485.0[i \cdot f \alpha(T)]^{0.47}}{1 + 0.12[i \cdot f \alpha(T)]^{0.47}} \text{ MPa} \quad (13)$$

$$\log[\alpha(T)] = 12222 \cdot \left(\frac{1}{T(^{\circ}\text{C}) + 273} - \frac{1}{288.6} \right) \quad (14)$$

음향공동의 모델링을 위하여 3 절점 이차 경계요소(quadratic boundary element) 프로그램을 개발하였다. 또한 비구속형 제진층을 갖는 벽면을 모델링 하기 위하여 Hermite 3 차 보간함수를 갖는 이차원 유한요소 보해석 프로그램을 개발하였고, 계산된 구조벽면의 응답을 법선방향 속도성분으로 변환하여 경계요소 해석의 경계조건으로 입력이 되도록 하였다. 음향공동의 경계는 벽면당 10 개의 이차요소를 사용하여 총 40 개의 균일하게 분포된 경계요소로 모델링 하였으며, 밀면의 구조벽면은 20 개의 요소로 모델링 하였다. 밀면의 구조벽면에 제진층이 벽면길이의 50%에 좌우대칭으로 부착되어 있는 경우에 음향공동 내부의 점 A 에서의 음향응답을 해석하여 Fig. 5 에 그렸다. 해석된 결과의 비교를 위하여 상용 소프트웨어인 SYSNOISE [10]를 이용하여 해석한 결과와 비교하였다. SYSNOISE 해석을 위하여 구조벽면은 MSC/NASTRAN [11]을 이용하여 해석한 결과를 사용하였다. NASTRAN 의 경우 주파수에 대하여 비선형으로 변화하는 탄성계수를 모델링 하는 기능이 없으므로 중간주파수인 500Hz 에서의 물성값을 입력으로 사용하였고, 점탄성 물질은 CQUAD4 사각형요소를 사용하고 벽면은 CBAR 요소를 두께의 1/2 만큼 이동(offset)시켜 모델링 하였다. Fig. 5 를 보면 두 결과는 비교적 잘 일치하나 감쇠의 크기가 차이가 나는 것을 볼 수 있다. Fig. 5 에서 400, 800, 900 Hz 대역의 날카로운 피크는 음향공동의 음향모드에 의해서 발생한 것이며 음향내부에 흡음재가 없기 때문에 날카로운 피크특성을 보인다. 반면에 벽면의 구조모드에 의한 피크는 감쇠가 큰 모양의 피크를 보이고 있으며 SYSNOISE 의 결과는 강성계수의 중간주파수 값을 사용한 결과로 피크의 위치가 약간 이동하고 감쇠의 크기가 차이가 나는 것을 볼 수 있다.

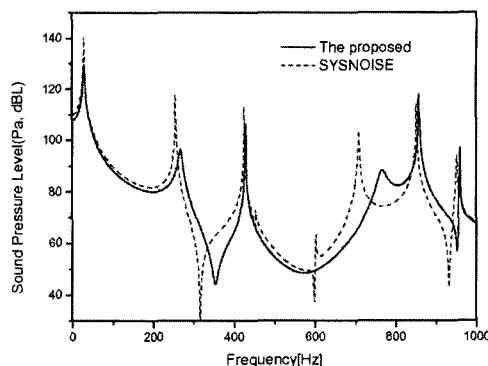


Figure 5. Calculated interior sound pressure levels at point A.

3. 제진재의 최적배치

구조음향 연성계에서 구조물에 제진재를 처리하는 목적은 음향공동에서 발생하는 음압 p 를 감소시키는 것이다. 점탄성 제진재가 벽면에 균일하게 처리된다고 가정하면, 구조음향문제에 있어서 제진재의 최적배치 문제는 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & \text{Find } \mathbf{b} \text{ such that} \\
 & \text{minimize } \Phi(\mathbf{p}(f,T), \mathbf{b}) \\
 & \text{subject to } \text{volume}(\mathbf{b}) = V_0 \\
 & \text{and } \mathbf{b}_L \leq \mathbf{b} \leq \mathbf{b}_U
 \end{aligned} \tag{15}$$

위 식에서 Φ 는 목적함수를 나타내고 \mathbf{b} 는 제진재의 배치를 나타내는 설계변수이며, \mathbf{b}_L 과 \mathbf{b}_U 는 설계변수의 하한값과 상한값이다. 식 (15)의 최적설계문제에서 등식제한조건은 제진재의 양을 일정하게 유지하기 위하여 도입되었다. 본 연구에서는 다음과 같은 목적함수 Φ 를 도입하였다.

$$\Phi = \int_{f_1}^{f_2} (20 \log(\|p\| / p_{ref}))^2 df \tag{16}$$

식(15)의 최적설계문제는 수학적 계획법을 이용한 수치탐색법으로 풀 수 있다. 본 연구에서는 최적설계 소프트웨어의 하나인 IDESIGN [12]을 사용하여 최적해를 구하였으며 해를 얻는데 필요한 목적함수의 설계민감도 값은 전방 유한차분법(forward finite difference method)을 사용하여 계산하였다.

2 장의 Fig. 4 과 같은 문제에 대하여 음향공동내부의 점 A 에서 첫 번째 피크점에서의 음압이 최소가 되는 제진재 배치 최적해를 제안된 방법을 사용하여 구하였다. 여기서 음향공동에 나타나는 첫 번째 피크는 구조벽면의 첫번째 모드 때문에 나타나는 피크로서 주파수 및 크기가 제진재의 피복위치와 온도에 따라 변한다. 설계변수는 Fig. 4 에 나타낸 것과 같이 제진재의 비피복길이를 좌우대칭으로 선정하였고 제진층의 높이도 설계변수로 선정한 후 일정한 제진재의 양을 등식제한 조건으로 부가하였다. 벽면 구조물의 두께는 2 mm 로 고정하였다. 제진재의 양을 나타내는 척도로서 제진재가 벽면의 50%에 균일하게 도포 되었을 때의 벽면과 제진층의 두께비를 h 로 나타내고 사용한다.

최적설계를 위한 축차진행시 유한요소 및 경계요소의 요소분할이 뒤틀리는 것을 막기 위하여 매 축차 시마다 요소의 수는 10 개로 일정하게 유지하면서 절점의 위치를 이동시켰다. 요소재분할

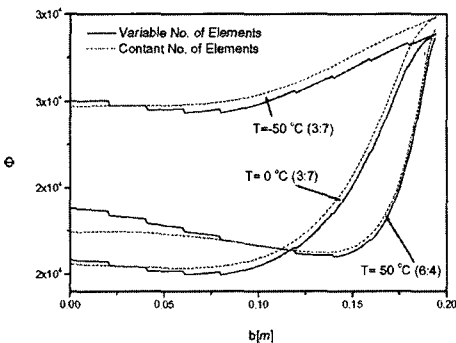


Figure 6. The objective function variations with different remeshing schemes ($h=1.0$).

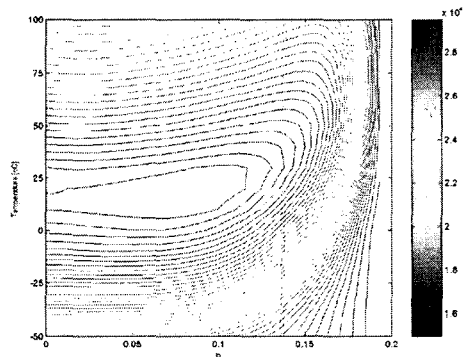


Figure 7. Contour plot of the object function ($h=1.0$)

을 하는 방법은 크게 두가지로 나눌 수 있다. 첫번째는 설계변수의 값이 변함에 따라 제진재 부분의 요소수도 동시에 조정하는 방법이고 두번째는 제진재 부분의 요소수는 일정하게 유지하고 절점의 위치만 균일하게 분포시키는 것이다. Fig. 6 에 전자의 경우와 후자의 경우에 설계변수의 값에 따른 목적함수의 변화를 그렸다. 그림을 살펴보면 전자의 경우에 제진재 부착부위에 요소수가 변화하는 지점에서 목적함수의 불연속이 나타남을 볼 수 있다. 이와 같은 불연속점은 국부 최소점의 형태가 되어 잘못된 결과를 줄 수 있다. 반면에 제진재 부위에 일정한 수의 요소를 유지하면서 절점의 위치만 재조정된 경우에는 목적함수의 값이 약간 차이가 나지만 목적함수의 특성을 유지하면서 부드러운 함수를 구성함을 볼 수 있다. 그러므로 본 연구에서는 각각의 온도에 따라서 제진재 부위의 요소수를 정한 후 최적화과정중에는 요소수를 변화시키지 않으면서 절점만을 균일하게 하는 방법으로 요소 재분할을 수행하였다. Fig. 7 에는 $h=1.0$ 인 경우에 설계변수와 온도에 따른 목적함수의 변화를 온도와 설계변수를 각각 10 도와 1 mm 씩 변화시켜가면서 계산하여 등고선을 그렸다. Fig. 7 을 보면 온도가 주어진 경우 대략적으로 목적함수가 최소값이 되는 위치를 파악할 수 있다.

온도와 제진재의 양에 따른 최적의 제진층 피복위치를 제안된 방법으로 구한 후 Fig. 8 에 그렸다. Fig. 8 은 제진층을 위에서 본 그림으로 온도별로 최적의 제진재 배치 위치를 그린 것이다. 그림에서 제진재의 양이 일정하므로 제진층 피복의 길이가 짧아지면 두께는 비례하여 두꺼워지는 것에 유의하여야 한다. Fig.8 과 Fig. 7 을 비교해 보면 최적화 프로그램은 최적해를 정확히 탐색한 것을 알 수 있다. 또한 Fig. 8 에서 보듯이 최적의 제진재 배치는 온도와 제진재의 양에 따라서 달라지며 제진재의 양이 일정한 경우 온도가 높아질수록 중앙부분에 집중하여 제진 처리를 하는 것이 효과적임을 보여주고 있다. 이러한 집중현상은 제진재의 양이 적을수록 크게 나타남도 그림에서 볼 수 있다. Fig. 9 는 $h=1.0$ 인 경우 목적함수인 실내 음압의 변화, 즉 초기설계와 최적설계 값에서의 음압 변화를 표시하였다. 제진재 초기 배치는 벽면의 50%에 제진재가 균일하게 분포된 상태였

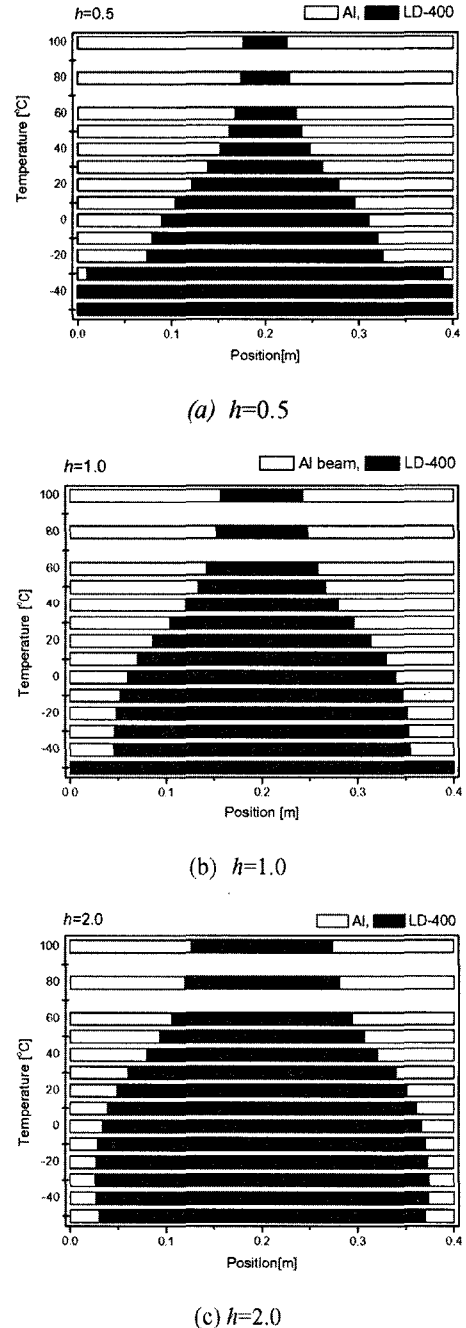


Figure 8. Overhead view of optimal damping treatments on the structure.

다. 다만 20, 60℃의 경우 25%위치를 초기배치 상태로 사용하였다. 실내소음의 감소량은 제진재의 양과 초기위치에 따라 달라지지만 제진층의 최적배치를 수행하면 실내 음압이 0~5 dB 감소하는 것을 볼 수 있어서, 제안된 방법이 효과적임을 보여주고 있다.

4. 결론

본 연구에서는 구조음향 연성계에서 이차원 공동의 구조기인 실내소음을 최소화하기 위한 비구속형 제진층의 최적배치 방법을 제안하였다. 구조음향 연성계의 해석을 위하여 구조계는 유한요소법을 사용하고 음향공동의 해석은 경계요소법을 사용하는 혼합방법을 사용하였다. 또한 4 인자 유리미분모델과 이 동계수를 사용하여 점탄성 제진층의 주파수와 온도에 따른 동특성의 변화를 표현하였다. 외력에 의한 구조벽면의 응답은 모드중첩법을 사용하여 구하였으며 음향공동의 경계요소해석을 위한 경계조건으로 사용하였다. 최적설계문제의 해는 전방 유한차분법을 사용한 수치탐색법을 사용하였다. 수치 예제로 소음을 최소화하는 이차원 공동 벽면에 처리된 제진층의 최적배치 문제를 주어진 온도와 제진 물질의 양에 따라서 구하였다. 수치 예제의 결과는 구조기인 소음을 제진재의 적절한 배치를 통하여 효과적으로 감소시킬 수 있음을 보여주고 있다.

향후의 과제로 제안된 방법의 삼차원 문제로의 확대 적용과 수치탐색과정에서의 효율성을 높이기 위한 해석적인 설계민감도 해석법의 도입이 필요하다.

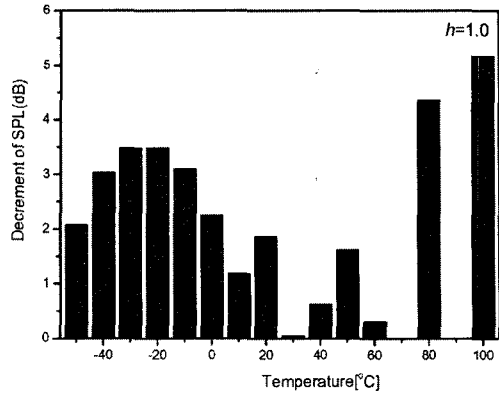


Figure 9. The decrement of the sound pressure levels between the initial and optimal damping layouts (h=1.0)

참고문헌

- (1) Nakra, B.C., 1998, "Vibration Control in Machines and Structures Using Viscoelastic Damping", Journal of Sound and Vibration, **211**(3), 449-465.
- (2) Akanda, A. and Goerchius, G.M., 1999, "Representation of Constrained/Unconstrained Layer Damping Treatments in FEA/SEA Vehicle System Models: A Simplified Approach", SAE Paper No. 1999-01-1680.
- (3) D.H. Lee and W.S. Hwang, 2004, "Layout Optimization of an Unconstrained Viscoelastic Layer on Beams Using Fractional Derivative Model," AIAA Journal, Vol. 42, No. 10, pp.2167-2170.
- (4) 이두호, 2005, 동적응답을 최소화하는 비구속형 제진보의 제진부위 최적설계, 한국소음진동공학회는문집, Vol. 15, No. 7, pp.645-651.
- (5) T.W.Wu(editor), 2000, *Boundary Element Acoustics: Fundamentals and computer codes*, WIT Press, Ashurst.
- (6) Jones, D.I.G, 2001, *Handbook of Viscoelastic Vibration Damping*, John Wiley & Sons, New York.
- (7) Tritz, T., 1996, "Analysis of Four-Parameter Fractional Derivative Model of Real Solid Materials", Journal of Sound and Vibration, **195**(1), 103-115.
- (8) Nashif, A.D., 1985, Jones, D.I.G, and Henderson, J.P., *Vibration Damping*, John Wiley & Sons, New York.
- (9) Sun, C.T. and Lu, Y.P., 1995, *Vibration Damping of Structural Elements*, Prentice Hall, Inc., London.
- (10) Lms International, 2003, *Revision 5.6 SYSNOISE Users Manual*.
- (11) Blakely, K., 1995, *MSC/NASTRAN Basic Dynamic Analysis User's Guide*, The MacNeal-Schwendler Corp., Los Angeles.
- (12) Arora, J.S., 1988, *Introduction to optimum design*, McGraw-Hill Inc., New York.