

다절점 케이블요소를 이용한 IPS 시스템의 비선형 해석

Nonlinear Analysis of IPS System using the multi-noded cable element

이 준 석* · 김 문 영** · 한 만 엽*** · 김 성 보**** · 김 낙 경*****

Lee, Jun-Seok · Kim, Moon-Young · Han, Man-Yop · Kim, Sung-Bo · Kim, Nak-Kyung

ABSTRACT

In this paper, a geometric nonlinear analysis procedure of beam-column element including multi-noded cable element is presented. For this, first a stiffness matrix about beam-column element which considers the second effect of initial force supposing the curved shape at each time step with Hermitian polynomials as the shape function is derived and second, tangent stiffness matrix about multi-noded cable element being too. To verify geometric nonlinearity of this newly developed multi-noded cable-truss element, IPS(Innovative Prestressed Support) system using this theory is analysed by geometric nonlinear method and the results are compared with those by linear analysis.

Keywords: sliding, nonlinear multi-noded cable element, IPS system, non-linear analysis

1. 서 론

케이블 및 PC강선에 의해 외부긴장된 구조물의 경우 실용성이 최근에 산업전반에 걸쳐 확인되고 있다. 이는 기존의 내부긴장된 PSC구조물에 비해서 그 시공성이 간편하고 해석절차 및 보수 보강의 편의성에 의한 것으로서 국내에서도 다양한 시공실적 사례 및 연구결과를 살펴 볼 수 있다. 이러한 PSC공법의 경우 부착되지 않는 PC강선을 포함하는 PSC거더의 거동이 부착된 교량의 거동과 거의 유사한 것으로 밝혀지고(Ramos et al., 1996), 콘크리트로 타설되기 전 거더의 내부에 장착하는 PC강선의 방법과는 반대로 Virloguex(Virloguex, 1990)과 Rao(Rao et al., 1996)등에 의해 거더의 외부에 PC강선을 장착하는 기법이 부식 등의 위험으로부터 장점이 크다는 것이 밝혀지는 등 관련연구가 활발히 진행되고 있다. 최근에는 이러한 비부착성 케이블로 지지된 구조물의 선형탄성 해석 알고리즘에 의한 구조물의 해석(김 등, 2005)등이 수행되기도 하였다. 본 논문에서는 슬라이딩을 허용하는 다절점 케이블 요소의 선형해석알고리즘을 확장하여 케이블 부재의 기하적 비선형성을 고려하여 최근 일반적인 건축 및 토목 구조물에 그 적용성이 확장되고 있는 IPS(Innovative Prestressed Support)(한 등, 2005) 시스템에 적용하여 그 결과를 분석하였다.

* 성균관대학교, 건설환경시스템공학과, 박사과정 E-mail: junsok73@skku.edu

** 정회원 · 성균관대학교 건설환경시스템공학과 교수, 공학박사 E-mail: kmye@skku.edu

*** 아주대학교 토목설계공학과 교수 E-mail: myhan@madang.ajou.ac.kr

**** 충북대학교 토목공학과 교수 E-mail: sbkim@chungbuk.ac.kr

***** 성균관대학교 건설환경시스템공학과 교수 E-mail: nkkim@skku.edu

2. 다절점 케이블-트러스 요소의 비선형 유한요소 정식화 및 해석알고리즘

본 절에서는 장력이 전체 케이블 구간에 걸쳐 일정하게 작용하는 케이블요소의 탄성강도 및 기하강도 행렬을 포함하는 접선강도행렬의 유도과정을 제시한다. 그림 1은 전체좌표계에서 정의된 재단변위벡터와 재단력벡터를 표시한 것이며, 이때 시간 t 에서 k 번째 케이블 요소의 길이가 tL 이고 축력이 tP 인 상태에서 재단 증분변위벡터($\Delta_k U_1^p, \Delta_k U_2^p, \Delta_k U_3^p, \Delta_k U_1^q, \Delta_k U_2^q, \Delta_k U_3^q$)로 인하여 시간 $t+\Delta t$ 의 상태에서 요소의 길이는 ${}^{t+\Delta t}L$ 로, 축력은 ${}^{t+\Delta t}P$ 로 변위를 일으킨 모습을 나타내고 있다.

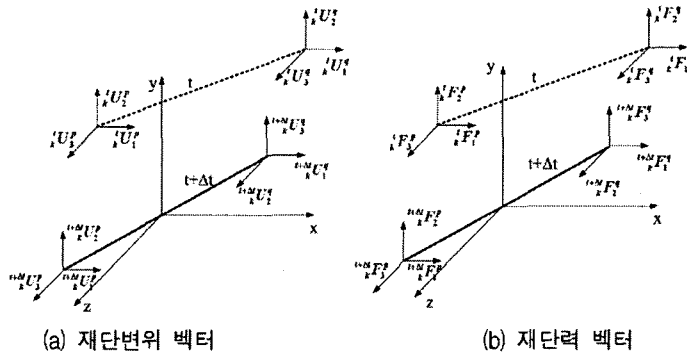


그림 1. 케이블 재단변위 및 재단력 벡터

이때 사용되는 변수들의 왼쪽 윗첨자는 하중단계를, 왼쪽 아랫첨자는 케이블 요소를, 오른쪽 윗첨자는 부재 양단의 절점을, 그리고 오른쪽 아랫첨자는 공간좌표계에서 변수들의 벡터성분들을 나타낸다. 시간 t 에서 케이블의 좌표성분들과 축력들은 이미 알고 있다고 가정하고, 시간 t 와 $t+\Delta t$ 사이의 재단력 증분벡터는 식 (1)과 같이 표시할 수 있다.

$$\Delta^{t+\Delta t} {}_k F_i^p = -{}^{t+\Delta t} {}_k V_i \Delta P - ({}^{t+\Delta t} {}_k V_i - {}^t {}_k V_i) {}^t P \tag{1a}$$

$$\Delta^{t+\Delta t} {}_k F_i^q = {}^{t+\Delta t} {}_k V_i \Delta P + ({}^{t+\Delta t} {}_k V_i - {}^t {}_k V_i) {}^t P, \quad i=1, 2, 3.. \tag{1b}$$

여기서,

$$\Delta P = {}^{t+\Delta t} P - {}^t P = EA \cdot \frac{{}^{t+\Delta t} L - {}^t L}{{}^o L} \tag{2}$$

$${}^t L = \sum_{k=1}^n {}^t L_k = \sum_{k=1}^n \sqrt{\sum_{i=1}^3 ({}^t X_{ki}^q - {}^t X_{ki}^p)^2} \tag{3}$$

$${}^{t+\Delta t} L = \sum_{k=1}^n {}^{t+\Delta t} L_k = \sum_{k=1}^n \sqrt{\sum_{i=1}^3 ({}^{t+\Delta t} X_{ki}^q - {}^{t+\Delta t} X_{ki}^p + \Delta_k U_i^q - \Delta_k U_i^p)^2} \tag{4}$$

$${}^t V_i = \frac{({}^t X_{ki}^q - {}^t X_{ki}^p)}{{}^t L} \tag{5}$$

$${}^{t+\Delta t}V_i = \frac{({}^t_k X_i^q - {}^t_k X_i^p + \Delta_k U_i^q - \Delta_k U_i^p)}{{}^{t+\Delta t}_k L}, \quad n\text{-종 케이블수} \quad (6)$$

식(5)와 식(6)의 ${}^t_k V_i$ 와 ${}^{t+\Delta t}_k V_i$ 는 시간 t 와 $t + \Delta t$ 에서 전체좌표계에 대한 트러스 부재의 방향코사인 벡터의 성분들을 나타낸다. 한편, ${}^{t+\Delta t}_k L$ 을 재단중분변위에 대해서 Taylor 전개를 행하고 식 (7)이때 식 (2)는 식 (8)과 같이 고쳐 쓸수 있으며 식 (7)을 식 (6)에 대입하고 고차항을 무시하면 식 (9)를 얻을 수 있다.

$${}^{t+\Delta t}_k L = {}^t_k L + \sum_{j=1}^3 {}^t_k V_j \Delta_k U_j^q - \sum_{j=1}^3 {}^t_k V_j \Delta_k U_j^p \quad (7)$$

$$\Delta P = \frac{EA}{oL} ({}^{t+\Delta t}_k L - {}^t_k L) = \frac{EA}{oL} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^3 {}^t_k V_j (\Delta_k U_j^q - \Delta_k U_j^p) \quad (8)$$

$${}^{t+\Delta t}_k V_i = {}^t_k V_i + \frac{\Delta_k U_i^q - \Delta_k U_i^p}{{}^t_k L} - \frac{{}^t_k V_i}{{}^t_k L} \sum_{j=1}^3 {}^t_k V_j (\Delta_k U_j^q - \Delta_k U_j^p) \quad (9)$$

이제 식(2)와 식(9)를 식(1)에 대입하면 다음 식(10)과 같이 재단력 중분벡터에 관한 최종 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \Delta^{t+\Delta t} {}_k F_i^p &= -\frac{EA}{oL} {}^t_k V_i \left\{ \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^3 {}^t_k V_j (\Delta_k U_j^q - \Delta_k U_j^p) \right\} \\ &\quad - \frac{tP}{tL} \left[\Delta_k U_i^q - \Delta_k U_i^p - \frac{tL}{tL} {}^t_k V_i \left\{ \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^3 {}^t_k V_j (\Delta_k U_j^q - \Delta_k U_j^p) \right\} \right] \end{aligned} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} \Delta^{t+\Delta t} {}_k F_i^q &= \frac{EA}{oL} {}^t_k V_i \left\{ \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^3 {}^t_k V_j (\Delta_k U_j^q - \Delta_k U_j^p) \right\} \\ &\quad + \frac{tP}{tL} \left[\Delta_k U_i^q - \Delta_k U_i^p - \frac{tL}{tL} {}^t_k V_i \left\{ \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^3 {}^t_k V_j (\Delta_k U_j^q - \Delta_k U_j^p) \right\} \right] \end{aligned} \quad (10b)$$

식 (10)을 이용하여 다절점 케이블요소의 전체좌표계에 대한 점선강도행렬을 구성하기 위해서 각 케이블 단위요소별 p단 및 q단의 절점벡터를 전체좌표계에 대한 단일 케이블의 벡터로 치환할 필요가 있다. 여기서 오른쪽 위첨자에 p단과 q단의 표시를 없앤 것은 다절점 케이블요소를 표시하고, 왼쪽아래첨자는 다절점 케이블 내의 절점번호를 표시한다. 이때 그림 2를 참조하면 다절점 케이블요소 내부 절점의 절점력 및 재단변위 벡터는 각각 직선 케이블부재의 재단력, 재단변위벡터와 식 (11)의 관계식이 성립함을 알 수 있다.

$${}_1 F_i = {}_1 F_i^p, \quad {}_k F_i = {}_k F_i^q + {}_{k+1} F_i^p; \quad {}_{n+1} F_i = {}_n F_i^q \quad \text{for } k=1, 2, \dots, n-1 \quad (11a)$$

$${}_1 U_i = {}_1 U_i^p, \quad {}_k U_i = {}_{k-1} U_i^q; \quad {}_{n+1} U_i = {}_n U_i^q \quad \text{for } k=2, \dots, n \quad (11b)$$

여기서, 다절점 케이블요소 내부절점의 절점력은 해당 절점과 만나는 직선 케이블부재의 절점력의 합으로 표시되는 것에 유의해야한다.

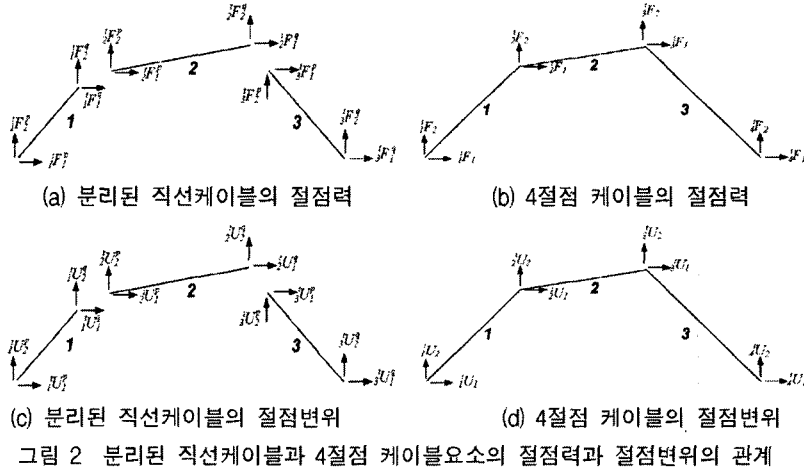


그림 2 분리된 직선케이블과 4절점 케이블요소의 절점력과 절점변위의 관계

식 (10)과 (11)로부터 다절점 케이블의 전체 좌표계에 대한 강성도 행렬 $K_C = K_{CE} + K_{CG}$ 를 유도할 수 있으며, 보요소를 포함한 전체 구조물의 강성도 행렬은 식 (12)와 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta F = K_T \cdot \Delta U \tag{12}$$

여기서 $K_T = K_E + K_G + K_C$ 이고, K_E , K_G , K_{CE} 및 K_{CG} 는 각각 보요소의 탄성 및 기하강도 행렬, 다절점 케이블요소의 탄성강도 행렬 및 기하강도 행렬이다.(14)

3. 해석에

본 장에서는 2장에서 제시한 내용에 관한 비선형해석 프로그램을 개발하여 그 결과를 선형해석의 결과와 비교분석하였다. 이때 선형해석의 경우 범용유한요소 프로그램인 ABAQUS를 이용하여 초기 긴장력에 의한 변화를 분석하였으며, 보요소의 경우 Euler-Bernoulli의 B23을, 케이블 부재의 경우 T3D2의 트러스 요소를 이용하였다. 해석에 사용된 재료 및 단면의 물성치는 다음과 같다.

$$E=2.1 \times 10^7 \text{tonf/m}^2, A=0.01198 \text{m}^2, I=0.000204 \text{m}^4, E_c A_c=164933 \text{tonf}$$

3.1 해석의 범위

IPS 시스템의 안정성에 큰 역할을 담당하는 가로부재의 존재 여부에 따라서 수평부재가 있는 경우 시스템 A(그림 3), 수평부재가 없는 경우를 System B로 하여 두 가지 경우에 대해서 해석을 실시하였다. 이때 1-POST 시스템의 경우 수평부재가 존재하지 않으므로 특별히 시스템 A로 통일하여 명명하고, 따라서 시스템 A의 경우 1-POST~5-POST, 시스템 B의 경우 2-POST ~ 5-POST까지로 범위를 정하였다.

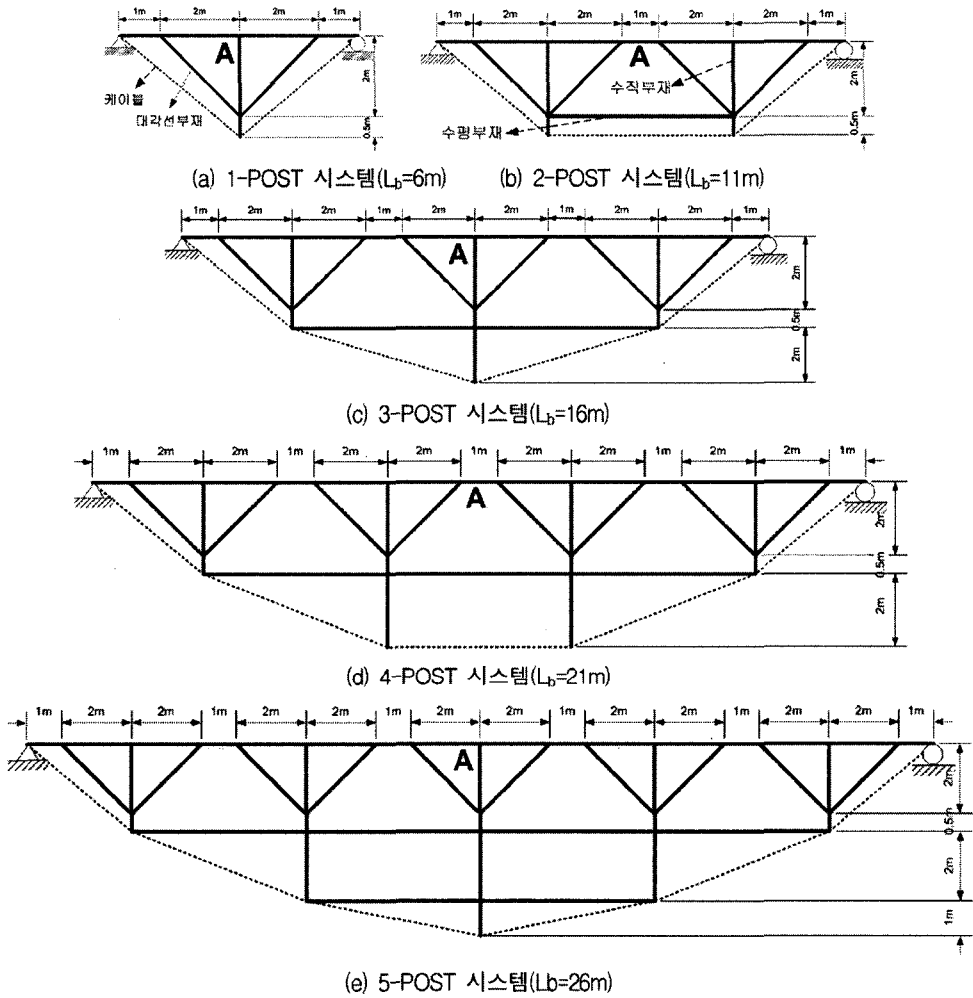


그림 3 시스템 A (실선 : 보-기둥 요소, 점선 : 다절점 케이블요소, L_b : 지간장)

IPS 시스템의 특성상 그림 4(a)와 같은 등분포하중 및 이의 특수한 경우에 해당되는 그림 4(b)의 편심분포하중이 일반적으로 고려되며, 본 논문에서는 이 두 가지 하중형태에 따라서 그림 3에서 표시한 A지점의 수직변위(ΔU_A)와 케이블에 발생하는 장력의 변화량(ΔX)을 관측하였다.

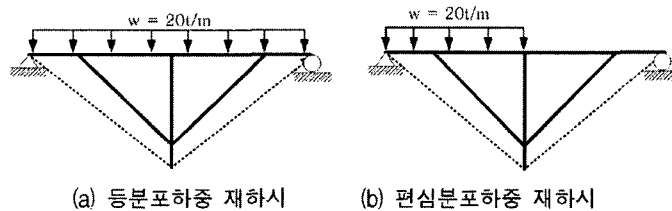


그림 4 1-POST IPS시스템의 외부하중의 형태(2~5 POST시스템도 유사)

3.2 해석결과

1) 시스템 A

표 1은 케이블에 선행하중 100tonf이 걸려 있을 경우 외부하중으로써 등분포하중 20tonf/m가 발생했을 경우 시스템 A의 선형해석 및 비선형해석의 결과를 비교한 것이다. 표에서 알 수 있듯이, 시간길이가 길수록 ΔU_A 의 변화량에 대한 선형/비선형의 차이가 1.32~15.36%로 커지고 있음을 알 수 있다. 이때 선형/비선형의 최대차이가 최대시간길이인 5-POST($L_0=26m$)에서 발생하지 않고 4-POST($L_0=21m$)에서 발생하는데, 이는 4-POST의 A지점에서의 수직부재가 없으므로 인해서 비선형성이 좀 더 큰 것에 기인하는 것으로 판단된다. 또한 장력의 변화량 ΔX 의 선형/비선형 해석의 차이가 최소 0.11%, 최대 0.33%로 비교적 작은데, 이는 케이블에 걸린 긴장력으로 인해 구조물의 강성이 크게 증가하고 이후 외부하중이 가해짐으로 선형/비선형 사이에 큰 차이가 발생하지 않는 것으로 판단된다.

한편 동일한 시스템에서 편심분포하중을 받는 경우에 대한 결과를 표2에 요약하였으며, 전체적으로 외부하중의 크기가 등분포하중을 받는 경우의 1/2에 해당하는 경우이므로 선형/비선형 해석시의 결과차이가 등분포하중을 받는 경우보다 작아짐을 알 수 있다.

표 1. 선형해석 및 비선형해석 결과 비교 (시스템 A, X=100tonf, 등분포 20tonf/m)

변화량	해석방법	1-POST	2-POST	3-POST	4-POST	5-POST
ΔU_A	선형해석	1.0320	0.7268	0.8123	-0.5103	-2.1875
	비선형해석	1.0456	0.7404	0.8804	-0.5887	-2.3972
	비교	1.32	1.87	8.38	15.36	9.59
ΔX	선형해석	58.82541	97.5191	155.9930	218.1535	292.2226
	비선형해석	58.89162	97.7861	156.5123	218.53	293.0067
	비교	0.11	0.27	0.33	0.17	0.27

표 2. 선형해석 및 비선형해석 결과 비교 (시스템 A, X=100tonf, 편심분포 20tonf/m)

변화량	해석방법	1-POST	2-POST	3-POST	4-POST	5-POST
ΔU_A	선형해석	1.0320	0.7268	0.8123	-0.5103	-2.1875
	비선형해석	1.0456	0.7404	0.8804	-0.5887	-2.3972
	비교	1.02	1.03	2.09	-1.76	2.38
ΔX	선형해석	58.82541	97.5191	155.9930	218.1535	292.2226
	비선형해석	58.89162	97.7861	156.5123	218.53	293.0067
	비교	0.01	0.15	0.13	0.01	0.05

2) 시스템 B

시스템 B의 경우는 시스템 A에서 가로부재를 제거한 상태로써, 전체 구조물의 휨강성이 크게 줄어든 경우라 할 수 있다. 따라서 A지점에서의 수직변위가 시스템 A에 비해서 상당히 크게 발생하며, 장력의 변화량도 시스템 A에 비해서 비교적 크게 발생하고 있음을 알 수 있다. 표3은 초기 케이블에 선행하중 100tonf, 시간 상부에 등분포하중 20tonf/m을 받는 시스템 B의 선형/비선형 해석의 결과를 비교한 것이다. 표에서 알

수 있듯이, 시간길이가 길수록 ΔU_A 의 변화량에 대한 선형/비선형의 차이가 1.46~4.13%로 줄어들고 있음을 알 수 있다. 이는 초기 선형하중이 구조물의 변위를 지배함으로써 선형/비선형해석의 결과에 큰 차이가 발생하지 않고, 시간길이가 클수록 초기 선형하중에 의한 수직변위가 더욱더 커지는 것에 기인한다. 또한 장력의 변화량은 시스템 A의 경우 선형/비선형 해석간 큰 차이가 없던 것에 반해, 시스템 B의 경우 최대 -6.56%(선형해석의 결과가 더 큼)의 차이가 발생하고 있으며, 이는 시스템 A에서 최대 0.27%인 것에 비해서 약 20배 가량 차이가 나는 것으로 확인된다. 한편 시스템 B에 대해서 편심분포하중을 받는 경우에 대한 결과를 표 4에 요약하였다.

표 3. 선형해석 및 비선형해석 결과 비교 (시스템 B, X=100tonf, 등분포 20tonf/m)

변화량	해석방법	2-POST	3-POST	4-POST	5-POST
ΔU_A	선형해석	25.4881	70.7338	159.4727	270.9585
	비선형해석	26.541	72.595	164.35	274.91
	비교	4.13	2.63	3.06	1.46
ΔX	선형해석	111.1585	176.5214	252.6503	335.6352
	비선형해석	107.4804	170.7575	240.5749	313.6110
	비교	-3.31	-3.27	-4.78	-6.56

표 4. 선형해석 및 비선형해석 결과 비교 (시스템 B, X=100tonf, 편심분포 20tonf/m)

변화량	해석방법	2-POST	3-POST	4-POST	5-POST
ΔU_A	선형해석	26.01851	71.9069	161.0864	274.2792
	비선형해석	27.029	73.649	165.27	276.86
	비교	3.88	2.42	2.60	0.94
ΔX	선형해석	59.6744	88.2607	126.3250	167.8176
	비선형해석	57.6855	85.3783	120.3677	157.4576
	비교	-3.33	-3.27	-4.72	-6.17

4. 결론

본 논문에서는 슬라이딩을 허용하는 다절점 케이블요소의 비선형해석알고리즘을 제시하였다. 이를 위해서 3차원 다절점 케이블 요소의 기하강도 및 탄성강도 행렬을 Hermitian 다항식을 형상함수로 채택한 보-기둥 요소와 결합하여 유한요소해석 프로그램을 개발하였다. 선형해석결과와 본 논문에서 제시한 비선형해석결과를 비교하여 본 논문의 신뢰성을 입증하고자 9가지의 IPS 시스템을 해석대상으로 정하여 가로부재가 있을 경우 시스템 A, 없을 경우를 시스템 B로 하여 해석하였고, 하중형태로는 초기 케이블 장력과 외부 활하중으로써 등분포하중 및 편심분포하중을 사용하였다. 해석결과 IPS 시스템에서 수평부재의 유무에 따라서 전체 강성에 큰 차이가 있으며, 특히 시스템 B의 경우 초기선형하중에 의한 변화량이 시스템 A에 비해 무척 크고 이로 인해 선형/비선형간 해석결과의 차이가 시스템 A보다 작아짐을 관찰할 수 있었다. 한편 각 해석방법에 따른 수직변위의 변화량과 장력의 변화량을 관찰하면, 선형해석 알고리즘만을 이용하더라도 실용적인 해를

구하는데 큰 무리가 없을 것으로 판단된다.

감사의 글

이 연구는 교량설계핵심기술연구단을 통하여 지원된 건설교통부 건설핵심기술연구개발사업에 의하여 수행되었습니다. 연구 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- 김문영, 이준석, 한만엽, 김성보, 김낙경, (2005) 슬라이딩을 허용하는 다절점 케이블요소, 한국 구조학회논문집, 제 4권 17호, pp.449-459.
- 김문영, 장승필, (1990) 공간 트러스 구조물의 기하적 비선형 유한요소해석, 한국 강구조학회 논문집, 제 2권, 2호, pp.164-174.
- 한만엽, 김성보, 김문영, 김낙경, 지태석, (2005) 혁신적 프리스트레스트 가시설(IPS)공법에 적용되는 띠장의 설계 및 해석, 한국전산구조공학회 논문집, 제18권 1호, pp.79-91.
- Ramos, G., Aparicio, A.C. (1996) Ultimate Analysis of Monolithic and Segmental Externally Prestressed Concrete Bridges, *ASCE, The Journal of Bridge Engineering* 1, pp.10-17.
- Rao, P.S., Mathew, G., (1996)"Behavior of Externally Prestressed Concrete Beams with Multiple Deviators", *ACI, Structural Journal* 93, pp.387-396.
- Virlogeux, M.P. (1990) Nonlinear Analysis of Externally Prestressed Structures", *Proceedings of the FIP Symposium, Jerusalem* 4, pp.318-340.