

S-ALE를 이용한 다공질 매체 거동의 유한요소해석

Finite Element Analysis for Behavior of Porous Media Using the S-ALE Method

박 대 효* · 탁 문 호**

Park, Tae-Hyo · Tak, Moon-Ho

ABSTRACT

A porous medium is composed of solids, fluids, and gas which have different physical and chemical properties. In addition, these constituents have a relative velocity between each other. So far, in order to analyze porous media using finite element method, Lagrangian or Eulerian method has been used. However, the numerical analyses for porous media have a defect that the methods do not describe the movements of constituents. In this paper, numerical analysis for unsaturated porous media was performed in frame of ALE method which has advantages of Lagrangian and Eulerian. Namely, the Lagrangian description was used in solid phase, and the Eulerian description was used in fluid or gas phase in a porous medium. Then the relationship between each other was controlled by the convective term in ALE method. Finally, the numerical results of ALE were compared with the results of Lagrangian analysis.

Keywords: *arbitrary Lagrangian Eulerian method(ALE), staggered ALE(S-ALE), unsaturated porous media*

1. 서 론

다공질매체는 고체와 액체로 구성된 포화된 다공질매체(saturated porous media)와 고체, 액체, 기체로 구성된 불포화된 다공질매체(unsaturated porous media)로 나누어진다. 이들은 개간극(open pores)과 폐간극(closed pores)으로 이루어진 내부구조를 가지고 있고 그 구성물질들은 상대속도의 개념으로 표현 가능하다. 그러므로 내부 구조의 거동을 해석하기 위해서는 매우 복잡하다(Lewis and Schrefler, 1998). 특히 다공질 매체가 불포화된 상태에서 대변형 거동을 한다면 변위에 따른 유체와 가스의 이동이 고려된 해석이 요구된다.

지금까지 토목공학분야에서는 다공질매체에 대한 연구가 활발히 연구되어져왔다. Biot (1941)는 연속체 개념을 사용하여 최초로 다공질매체에 관한 지배방정식을 제안하였다. 1970년대 이후에 다공질 매체의 접근 개념은 크게 혼합이론(mixture theory)와 평균이론(averaging theory)로 나누어졌다. 혼합이론은 부피비(volume fraction)개념을 사용하여 다공질 매체의 평형방정식을 유도하는 이론으로 Morland(1972)가 제안했다. 그는 다공질 매체의 구성물질이 비압축성이라는 가정하에 전체부피에 대한 구성물질의 부피를 비율로 표현하였다. 같은 해 Goodman과 Cowin은 고체영역에서의 밀도를 부피비 개념을 적용하여 전체밀도(global density)와 국부밀도(local density)로 분류하여 해석하였다. 한편 평균이론은 Biot가 제안한 이론을 바탕으로 미시적 관점을 고려한 다공질 매체 이론이다. Hassanizadeh와 Gray(1979)가 수행한 연구가 대표적이다. 그들은

* 정회원 · 한양대학교 토목공학과 부교수 E-mail: cepark@hanyang.ac.kr

** 한양대학교 토목공학과 박사과정 E-mail: pivotman@ihanyang.ac.kr

REV(Representative Elementary Volume)를 사용하여 미시적 관점에서의 구성물질들을 거시적 관점으로 해석하였으며 구성물질들의 평균 길이 임계치에 따라 REV개념을 명확히 구분 지었다. Whitaker(1977)는 미시적 관점에서의 열 이동을 해석하였으며 Coussy(1995)는 거시적 관점에서의 열역학적 법칙을 이용하여 다공질 매체의 지배방정식을 재해석 하였다.

ALE방법은 연속체 역학의 유체분야에서 처음 소개되었고 현재는 비선형 고체영역까지 광범위하게 사용되고 있다. ALE 적용 시 유체역학과 비교하여 고체역학에서 가장 다루기 힘든 점은 시간에 따른 응력변화에 대한 구성방정식을 세우는 것이다. 또 구성방정식들은 열역학적 특성들과 관련 지어 정확하게 해석하는 기법이 요구된다. 이러한 문제는 ALE방법을 이용한 비선형 고체 해석에서의 주요 쟁점이었고(Rodríguez-Ferran 등, 1998) 많은 연구자들에 의해 비선형 고체역학 문제에서 다루어졌다(Liu 등, 1986; Benson, 1989). 유한차분법 및 유한요소법을 이용한 대변형 문제들을 풀기 위한 수치적 알고리즘 또한 많이 연구되었다. 전반적인 수치해석기법은 Benson(1992)에 의해 소개되었고 Gadala와 Wang(1998)은 Jaumann 과 Tuesdell 응력 비를 이용한 다양한 구성방정식들을 기하학적, 운동학적으로 설명 하고 ALE방정식을 이용하여 표현하였다. 최근에는 탄성변형과 소성변형 문제들에 대한 ALE 유한요소법들이 개발되었다.(Love 2000). 그러나 ALE 유한요소해석에서 가장 중요시 되는 쟁점분야는 유한요소법의 안정성(stability) 문제였고 Rodríguez-Ferran (2002)는 논문에서 hyperelastic-plastic 모형을 이용한 ALE 유한요소법의 안정성에 대한 문제점을 규명하였다.

본 연구에서는 불포화된 다공질매체가 거동을 할 시 이에 따른 유체와 기체의 흐름을 ALE(Arbitrary Lagrangian Eulerian) 알고리즘을 개발하여 해석하는 것이 목적이다. 즉 구성물질 모두가 Lagrangian 관점에서 거동하는 기존 유한요소해석과는 다르게 고체영역에서는 Lagrangian관점을 액체와 기체영역에서는 Eulerian 관점을 이용하여 해석하였으며 구성물질간의 관계는 ALE 알고리즘 개발을 통한 convective term에 의해 재해석한다.

2. 지배방정식

본 연구에서는 Biot(1941)가 제안한 평균이론을 바탕으로 지배방정식을 유도한다. 불포화된 다공질 매체의 경우 고체와 액체, 기체 3상이 존재한다고 가정한다. 또한 액체와 기체는 비압축성 재료이고 시간에 따른 밀도 변화는 없다고 가정한다. 해석을 위해 각 구성물질 별 속도벡터를 통하여 상대속도를 구한다. 상대속도는 구성물질 간 현상학적 관계를 나타내는 개념으로 불포화된 다공질 매체에서는 고체와 액체, 고체와 기체로 나누어 해석한다. 이러한 상대속도 개념은 ALE방정식 적용 시 매쉬속도와 절점 값 속도의 차를 나타내는 전달속도와 밀접한 관련이 있다.

2.1 질량 평형방정식

불포화된 다공질 매체 내에서 액체영역의 질량평형방정식을 유도할 경우 고체영역을 기준으로 액체입자의 움직임을 상대속도개념 \mathbf{v}^{ws} 로 표현한다. 고체영역에서의 밀도를 액체와 기체의 관계식으로 표현하고 정리하면 식 (1)와 같이 나타낼 수 있다(Hassanizadeh와 Gray, 1990).

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\alpha - n}{K^s} (S^w)^2 + \frac{n}{K^w} S^w \right) \frac{D^s p^w}{Dt} + \frac{\alpha - n}{K^s} S^w S^g \frac{D^s p^g}{Dt} \\ & + \left(\frac{\alpha - n}{K^s} S^w p^w - \frac{\alpha - n}{K^s} S^w p^g + n \right) \frac{D^s S^w}{Dt} + \alpha S^w \operatorname{div} \mathbf{v}^s + \frac{1}{\rho^w} \operatorname{div} (n S^w \rho^w \mathbf{v}^{ws}) = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 α 는 Biot상수, K^s 는 고체영역의 체적계수비, K^w 는 액체영역에서의 체적계수비, S^w 는 액체영역에 대한 포화도, p^w 는 액체영역에서의 압력, p^g 는 기체영역에서의 압력, n 은 다공성, \mathbf{v}^s 는 고체입자의 속도를 나타낸다.

기체영역의 질량 평형방정식의 경우도 액체영역과 마찬가지로 고체영역에 관한 상대속도개념으로 표현할 수 있다. 구성물질은 이상기체라 가정하여 이상기체방정식이 적용되어진다. 식(2)는 기체영역의 질량 평형방정식을 나타낸다.

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha - n}{K^s} S^w S^g \frac{Dp^w}{Dt} + \frac{\alpha - n}{K^s} (S^g)^2 \frac{Dp^g}{Dt} - \left[n + \frac{\alpha - n}{K^s} S^g (p^g - p^w) \right] \frac{DS^w}{Dt} \\ & + \alpha S^g \operatorname{div} \mathbf{v}^s + \frac{n S^g}{\rho^g} \frac{D}{Dt} \left(\frac{p^g M_g}{\hat{\theta} R} \right) + \operatorname{div}(\mathbf{v}^w \rho^g) = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $\hat{\theta}$ 는 절대온도, M_g 는 기체입자의 질량, R 은 기체상수를 나타낸다. 일반적으로 이들은 시간에 따른 수치해석 시 미소한 차이를 나타내므로 본 연구에서는 고려하지 않는다.

2.2 선형 운동량 평형방정식

다공질 매체에 대한 선형 운동량 평형방정식은 고체, 액체, 기체 영역을 포함하는 전 영역에 대하여 표현된다. 본 연구에서는 정적상태에서의 해석이 진행되기 때문에 가속도항은 무시된다.

$$\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g} = \mathbf{0} \quad (3)$$

여기서 $\boldsymbol{\sigma}$ 는 $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{I} p^w - \mathbf{I} p^g$ 와 같은 유효응력과 간극수압, 가스압과의 관계식으로 나타낼 수 있다.

2.3 초기조건 및 경계조건

구성물질별 초기조건은 임의영역 Ω 와 임의경계면 Γ 에서 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0, \quad p^w = p_0^w, \quad p^g = p_0^g \quad (4)$$

경계조건은 변위, 간극수압, 가스압을 나타내는 Dirichlet 경계조건과 traction, flux를 나타내는 Neumann 경계조건으로 나누어 진다.

$$\text{경계면 } \Gamma_u, \Gamma_w, \Gamma_g \text{ 에서의 } \mathbf{u} = \tilde{\mathbf{u}}, \quad p^w = \tilde{p}^w, \quad p^g = \tilde{p}^g \quad (5)$$

경계면 $\Gamma_u^q, \Gamma_w^q, \Gamma_g^q$ 에서의

$$\mathbf{t} = \tilde{\mathbf{t}}, \quad \rho^w \frac{\mathbf{k}}{\mu^w} (-\operatorname{grad} p^w + \rho^w \mathbf{g}) \cdot \mathbf{n} = q^w, \quad \rho^g \frac{\mathbf{k}}{\mu^g} (-\operatorname{grad} p^g + \rho^g \mathbf{g}) \cdot \mathbf{n} = q^g \quad (6)$$

여기서 $\tilde{\mathbf{t}}$ 는 경계면에 작용하는 traction, q^w 와 q^g 는 각각 간극수압과 가스압에 의해 적용되어진 flux를 의미한다. 또한 구성물질 별 경계면 관계식은 다음과 같다.

$$\Gamma_{u,w,g} \cup \Gamma_{u,w,g}^q = \Gamma \quad (7)$$

3. Weak form

앞에서 소개된 지배방정식들을 유한요소해석 하기 위해 Galerkin method를 사용하고 이산화 과정을 통하여 weak form으로 표현한다.

식(1)과 경계조건 등을 Green's theorem과 함께 정리하여 나타내면 식(8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \mathbf{w}^T \left[\left(\frac{\alpha-n}{K_s} S_w^2 + \frac{nS_w}{K_w} \right) \frac{Dp^w}{Dt} + \frac{\alpha-n}{K_s} S_w S_g \frac{Dp^g}{Dt} + \alpha S_w \operatorname{div} \left(\frac{Du}{Dt} \right) \right] d\Omega \\ & + \int_{\Omega} \mathbf{w}^T \left[\left(\frac{\alpha-n}{K_s} p^w S_w - \frac{\alpha-n}{K_s} p^g S_w + n \right) \frac{DS_w}{Dt} \right] d\Omega \\ & + \int_{\Omega} \left[-(\nabla \mathbf{w}^T) \left(\frac{\mathbf{k}k^{rw}}{\mu^w} (-\nabla p^w + \rho^w \mathbf{g}) \right) \right] d\Omega + \int_{\Gamma_g^*} \mathbf{w}^T \left(\frac{q^w}{\rho^w} \right) d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 k^{rw} 는 상대투과율, \mathbf{w} 는 가중함수(Weight function)를 나타내며 Galerkin method에서는 형상함수(Shape function)가 대입되어진다. 기체영역에 관한 weak form도 마찬가지로 같은 과정을 거쳐 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \mathbf{w}'^T \left[\frac{\alpha-n}{K_s} S_w S_g \frac{Dp^w}{Dt} + \frac{\alpha-n}{K_s} S_g^2 \frac{Dp^g}{Dt} + a S_g \operatorname{div} \left(\frac{Du}{Dt} \right) + \frac{nS_g}{\rho^g} \frac{D}{Dt} \left(\frac{p^g M_g}{\theta R} \right) \right] d\Omega \\ & - \int_{\Omega} \mathbf{w}'^T \left[n + \frac{\alpha-n}{K_s} S_g (p^g - p^w) \right] \frac{DS_w}{Dt} d\Omega \\ & + \int_{\Omega} \left[-(\nabla \mathbf{w}'^T) \left(\frac{\mathbf{k}k'^g}{\mu^g} (-\nabla p^g + \rho^g \mathbf{g}) \right) \right] d\Omega + \int_{\Gamma_g^*} \mathbf{w}'^T \left(\frac{q^g}{\rho^g} \right) d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 액체영역의 weak form과 마찬가지로 \mathbf{w}' 은 가중함수를 나타낸다.

전 영역에 관한 weak form을 얻기 위해 식(3)과 경계조건을 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\int_{\Omega} \mathbf{w}'^T [\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{I}p^w - \mathbf{I}p^g)] d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{w}'^T [\rho \mathbf{g}] d\Omega - \int_{\Gamma_g^*} \mathbf{w}'^T \bar{t} d\Gamma = 0 \quad (10)$$

4. Arbitrary Lagrangian Eulerian method

4.1 ALE 정식화

다공질 매체의 지배방정식들에서 시간에 관련한 항들은 Belytschko와 Kennedy(1978)가 제안한 ALE 방정식을 적용함으로써 정식화 시킨다.

$$\frac{Dp^w}{Dt} = \frac{\partial p^w(\boldsymbol{\chi}, t)}{\partial t} + \operatorname{grad} p^w \cdot \mathbf{c} = p^w_{,i[\boldsymbol{\chi}]} + \operatorname{grad} p^w \cdot \mathbf{c} \quad (11)$$

$$\frac{Dp^g}{Dt} = \frac{\partial p^g(\boldsymbol{\chi}, t)}{\partial t} + \operatorname{grad} p^g \cdot \mathbf{c} = p^g_{,i[\boldsymbol{\chi}]} + \operatorname{grad} p^g \cdot \mathbf{c} \quad (12)$$

여기서 $\boldsymbol{\chi}$ 는 매쉬 좌표계를 나타내고 \mathbf{c} 는 Lagrangian 좌표계 속도와 매쉬 좌표계 속도 차를 나타내는 convective velocity이다. 식(11)과 식(12)를 식(8)과 식(9)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\int_{\Omega} \mathbf{w}^T \left[\left(\frac{\alpha - n}{K_s} S_w^2 + \frac{n S_w}{K_w} \right) (p_{,i|k}^w + \text{grad} p^w \cdot \mathbf{c}) + \frac{\alpha - n}{K_s} S_w S_g (p_{,i|k}^g + \text{grad} p^g \cdot \mathbf{c}) \right. \\ \left. + \alpha S_w \text{div} \left(\frac{\partial u^s}{\partial t} \right) \right] d\Omega \tag{13}$$

$$+ \int_{\Omega} \mathbf{w}^T \left[\left(\frac{\alpha - n}{K_s} p^w S_w - \frac{\alpha - n}{K_s} p^g S_w + n \right) \frac{\partial S_w}{\partial t} \right] d\Omega$$

$$+ \int_{\Omega} \left[-(\nabla \mathbf{w}^T) \left(\frac{\mathbf{k} \mathbf{k}^T}{\mu^w} (-\nabla p^w + \rho^w \mathbf{g}) \right) \right] d\Omega + \int_{\Gamma_g} \mathbf{w}^T \left(\frac{q^w}{\rho^w} \right) d\Gamma = 0$$

$$\int_{\Omega} \mathbf{w}^T \left[\frac{\alpha - n}{K_s} S_w S_g (p_{,i|k}^w + \text{grad} p^w \cdot \mathbf{c}) + \frac{\alpha - n}{K_s} S_g^2 (p_{,i|k}^g + \text{grad} p^g \cdot \mathbf{c}) \right. \\ \left. + a S_g \text{div} \left(\frac{\partial u^s}{\partial t} \right) + \frac{n S_g}{\rho^g} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p^g M_g}{\hat{\theta} R} \right) \right] d\Omega \tag{14}$$

$$- \int_{\Omega} \mathbf{w}^T \left[n + \frac{\alpha - n}{K_s} S_g (p^g - p^w) \right] \frac{\partial S_w}{\partial t} d\Omega + \int_{\Gamma_g} \mathbf{w}^T \left(\frac{q^g}{\rho^g} \right) d\Gamma = 0$$

식(10)을 시간에 대하여 미분하고 식(11), 식(12)을 대입하여 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_{\Omega} \mathbf{w}^T \left[\text{div} \left(\frac{D\boldsymbol{\sigma}'}{Dt} - \mathbf{I}(p_{,i|k}^w + \text{grad} p^w \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{I}(p_{,i|k}^g + \text{grad} p^g \cdot \mathbf{c}) \right) \right] d\Omega \tag{15}$$

$$- \frac{D}{Dt} \left[\int_{\Omega} \mathbf{w}^T [\rho \mathbf{g}] d\Omega + \int_{\Gamma_g} \mathbf{w}^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma \right] = 0$$

여기서 시간에 대한 유효응력 항은 탄성변형에서 대변형 거동시 Hypoelastic 또는 Hyperelastic material 구성방정식을 사용하나 본 논문에서는 해석의 간편화를 위해 선형 탄성이라는 가정하에 Tangential stiffness matrix \mathbf{K}^T 를 계산한다.

식 (13), (14), (15)를 공간에 대한 이산화 과정을 수행하여 나타내면 식(16)과 같이 하나의 통합방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}^T & \mathbf{G}^{wu} & \mathbf{G}^{gu} \\ \mathbf{G}^{uw} & \mathbf{G}^{ww} & \mathbf{G}^{gw} \\ \mathbf{G}^{ug} & \mathbf{G}^{wg} & \mathbf{G}^{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial t} \\ \frac{\partial p^w}{\partial t} \\ \frac{\partial p^g}{\partial t} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{H}^{wu} & \mathbf{H}^{gu} \\ 0 & \mathbf{H}^{ww} & \mathbf{H}^{gw} \\ 0 & \mathbf{H}^{wg} & \mathbf{H}^{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ p^w \\ p^g \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}^u \\ \mathbf{f}^w \\ \mathbf{f}^g \end{Bmatrix} \tag{16}$$

4.2 ALE 알고리즘

일반적으로 ALE 알고리즘은 물체이동(material motion), 매쉬이동(mesh motion)으로 나뉜다. 물체이동 영역에서는 convective term을 무시한 Lagrangian 방법으로 해석되고 매쉬이동은 물체이동을 고려하지 않은 순수한 매쉬 알고리즘 이동만 해석된다. 이러한 물체이동과 매쉬이동은 시간에 따른 알고리즘을 달리하여 M-ALE(monolithic ALE)와 S-ALE(staggered ALE)로 나눌 수 있다. M-ALE는 임의의 시간 간격 내에서 iteration 해석동안에 물체이동과 매쉬이동이 동시에 해석되는 방법으로 행렬해석이 오래 걸리는 동시에 해석하기 쉬운 Newton-Raphson 방법이 사용된다. 반면 S-ALE는 물체에 대한 Lagrangian 해석 후 매쉬이동 해석이 진행되므로 해석시간상 M-ALE보다는 빠르다. 또한 서로 다른 계(system)에서 얻어진 변수 값들을 시간에 따라 혼합할 수 있는 장점이 있어 고체와 액체간의 커플링 문제에서 많이 다루어지고 있다. 그러나 수치해석상 안정성(stability)문제가 생길 수 있는 단점을 갖고 있다.

본 연구에서는 S-ALE를 이용하여 불포화된 다공질 매체를 해석하고자 한다. 우선 Lagrangian 해석에서는 식 (16)에서 convective term이 무시되고 변위(u), 간극수압(P^w), 가스압(P^g)이 결정된다. 또한 주위 절점의 간극수압과 가스압 차이로 인한 유체와 기체입자의 이동을 고려한다. ALE 해석에서는 늘어난 시간과 위치와의 관계를 통하여 전달속도 \mathbf{c} 가 계산된다. 그리고 식 (16)을 사용하여 입자가 이동된 위치로 간극수압, 가스압이 재계산 된다. interpolation 해석에서는 이동된 유체, 기체입자를 인접 절점으로 대입시키는 과정을 수행한다. 이러한 세가지 과정들은 한 시간 증분에 대한 해석이며 시간이 늘어남을 써 유체와 기체입자를 고려한 거동해석이 수행된다.

step1 Lagrangian 해석:

(1) 데이터 입력 :

- 변위(u_n), 간극수압(P_n^w), 가스압(P_n^g), 절점위치(x_n^s, y_n^s) 결정

(2) $\Delta u_{n+1}, \Delta p_{n+1}^w, \Delta p_{n+1}^g$ 계산

(3) $x_{n+1}^s, y_{n+1}^s, P_{n+1}^w, P_{n+1}^g$ 계산

$$- x_{n+1}^s = x_n^s + \Delta u_{n+1}, \quad y_{n+1}^s = y_n^s + \Delta u_{n+1}$$

$$- P_{n+1}^w = P_n^w + \Delta p_{n+1}^w, \quad P_{n+1}^g = P_n^g + \Delta p_{n+1}^g$$

(4) Darcy 법칙을 이용한 유체, 기체입자 이동위치 결정(u_{new}^w, u_{new}^g)

$$- \mathbf{v}^w = \frac{du_{new}^w}{dt} = \frac{\mathbf{k}}{\mu^w} (-\text{grad}p_{n+1}^w + \rho^w \mathbf{g})$$

$$- \mathbf{v}^g = \frac{du_{new}^g}{dt} = \frac{\mathbf{k}}{\mu^g} (-\text{grad}p_{n+1}^g + \rho^g \mathbf{g})$$

step2 ALE 해석:

(1) 전달속도 계산

$$- \mathbf{c}_x^w = \frac{u_{new}^w - x_{n+1}^s}{t_{n+1} - t_n}, \quad \mathbf{c}_y^w = \frac{u_{new}^w - y_{n+1}^s}{t_{n+1} - t_n}$$

$$- \mathbf{c}_x^g = \frac{u_{new}^g - x_{n+1}^s}{t_{n+1} - t_n}, \quad \mathbf{c}_y^g = \frac{u_{new}^g - y_{n+1}^s}{t_{n+1} - t_n}$$

(2) ALE방정식을 이용한 값 이동

step3 Interpolation 해석:

- 주위 절점으로의 간극수압, 가스압 중첩 이동

go to step1

5. 수치해석결과

그림 1과 같이 가로 0.1m, 세로 1m의 기둥모델이 고려된다. 본 예제는 Liakopoulos(1965)가 제안한 실험모델로 자중에 의한 모래 지반 내에서의 유체이동을 고려한 실험을 실시하였다. 그의 모델은 현재까지 다공질 매체의 탄성변형과 유체흐름을 해석하는데 지표로 많이 사용되고 있다(Schrefler와 Simoni, 1988; Zienkiewicz, 1990). 본 모델에서는 Liakopoulos가 실험 시 사용했던 지반의 물성치들이 적용되고 (표2) 실제 크기의 모델을 사용하여 유한요소 해석을 수행하였다.

표 1 Liakopoulos 실험모델 물성치

E	g	k^v	k^z	n	α	ν	ρ^s
1.3 MPa	9.81 m/s ²	4.5×10 ⁻¹³ m ²	2.0×10 ⁻⁹ m ²	0.3	1	0.4	2000 kg/m ³

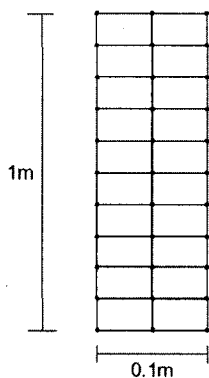


그림 1 Liakopoulos 모델

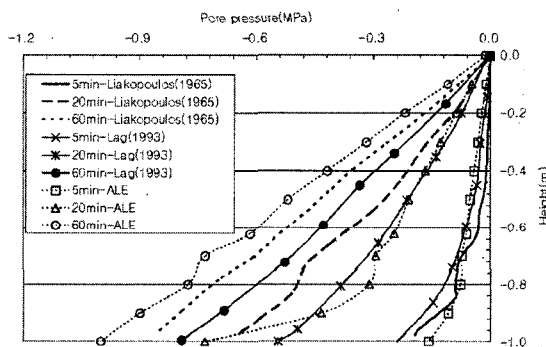


그림 2 깊이에 따른 간극수압

그림 2는 깊이와 시간에 따른 간극수압 분포를 Lagrangian과 ALE 관점에서 해석한 그래프이다. Lagrangian의 결과는 Schrefler와 Zhan(1993)에 의해 수행된 데이터가 사용되었으며 Fortran 코딩을 통한 ALE의 결과값들과 Liakopoulos (1965)의 실험 데이터가 비교분석 되었다. 깊이가 커짐에 따라 유체 흐름에 의한 간극수압 증가는 모든 데이터가 같은 경향을 나타내고 있지만 Lagrangian과 ALE의 결과값 차이는 시간이 지남에 따라 커짐을 알 수 있다. 즉 ALE 해석에서는 Lagrangian 해석보다 유체 입자가 빠르게 진행된다는 결과를 알 수 있고 20분과 60분에서의 간극수압 데이터 값은 Liakopoulos의 실험값에 근접함을 알 수 있다.

6. 결론

본 연구에서는 ALE를 이용하여 불포화된 다공질 매체의 거동을 해석하고자 하였다. 이를 위해 구성물질 별 지배방정식을 유도하고 ALE 방정식의 대입을 통하여 정식화 과정을 거쳤다. 그리고 유한요소해석을 위해 시·공간에 따른 이산화할 수 행하였다. 수치해석 모델링을 위해 정식화된 ALE 방정식에 S-ALE 알고리즘이 적용되어 시간에 따른 해석이 수행되어졌다. ALE의 결과 값들은 Lagrangian과 많은 차이를 나타내지 않았다. 이유는 재료가 탄성의 성질이고 소변형 거동으로 해석되었기 때문으로 판단된다. 후후 연구에서는 S-ALE의 다공질 매체 적용시 수치적 안정성 해석이 요구되어진다.

감사의 글

본 연구는 2005년 한국학술진흥재단의 선도연구자 지원사업으로 이루어진 것으로, 본 연구를 가능케한 한국학술진흥재단에 감사드립니다.

참고문헌

- Lewis, R. and Schrefler, B. (1998), *The finite element method in the static and dynamic deformation and consolidation of porous media*, John Wiley & Sons, Chichester.
- Biot, M. (1941), "General theory of three-dimensional consolidation", *Journal of applied physics*, vol.12, no.1, pp. 155-164.
- Morland, L. (1972), "A simple constitutive theory for fluid saturated porous solids", *Journal of geophysical research*, vol.77, no.10, pp.890-900.
- Hassanizadeh, S. and Gray, W. (1979a), "General conservation equations for multi-phase systems: 1. Averaging procedure", *Advances in water resources*, vol.2, no.1, pp.131-144.
- Hassanizadeh, S. and Gray, W. (1979b), "General conservation equations for multi-phase Systems: 2. mass, momenta, energy, and entropy equations", *Advances in water resources*, vol.2, no.1, pp.191-203.
- Whitaker, S. (1977), "Simultaneous heat mass and momentum transfer in porous media: a theory of drying", *Advances in heat transfer* 13, Academic Press, New York.
- Coussy, O. (1995), *Mechanics of porous continua*, Wiley, Chichester.
- Rodríguez-Ferran, A., Casadei, F. and Huerta, A. (1998), "ALE stress update for transient and quasistatic processes", *International journal for numerical methods in engineering*, vol.43, no.2, pp. 241-262.
- Liu, W., Belytschko, T. and Chang, H. (1986), "An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for path-dependent materials", *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol.58, no.2, pp.227-246.
- Benson, D. (1989), "An efficient accurate, simple ALE method for nonlinear finite element programs", *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol.72, no.3, pp.305-350.
- Gadala, M.S. and Wang, J. (1998), "ALE formulation and its application in solid mechanics", *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol.167, no.1, pp. 33-55.
- Hassanizadeh, S. and Gray, W. (1990), "Mechanics and thermodynamics of multiphase flow in porous media including interphase boundaries", *Advances in water resources*, vol.13, no.4, pp. 169-186.
- Belytschko, T. and Kennedy J. (1978), "Computer models for subassembly simulation," *Nuclear engineering and design*, vol.49, no.1, pp.17-38.
- Liakopoulos, A. (1965), *Transient flow through unsaturated porous media*, PhD thesis, University of California, Berkeley.
- Schrefler, B. and Simoni, L. (1988), "A unified approach to the analysis of saturated-unsaturated elastoplastic porous media", *Numerical methods in geomechanics*, G.Swoboda, Balkema, Rotterdam, pp.205-212.
- Zienkiewicz, O., Xie, Y. , Schrefler, B., Ledesma, A. and Bicanic N. (1990), "Static and dynamic behaviour of soils: a rational approach to quantitative solutions, II. Semi-saturated problems", *Proceedings of the royal society of London. Series A*, vol.429, no.1877, pp.311-321.
- Schrefler, B. and Xiaoyong, Z. (1993), "A fully coupled model for water flow and airflow in deformable porous media", *Water resources research*, vol.29, no.1, pp.155-167.
- Love, E. (2000), *Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) finite element formulations in finite strain elasto-plasticity*, Ph.D. Dissertation, University of California, Berkeley, p.266.
- Rodríguez-Ferran, A., Pérez-Forguet, A. and Huerta, A. (2002), "Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) formulation for hyperelastoplasticity", *International journal for numerical methods in engineering*, vol.53, no.8, pp.1831-1851.