

# s-FEM을 이용한 변형체 햅틱 시뮬레이션

## Haptic Simulation for Deformable Object with s-FEM

전성기\* · 최진복\*\* · 조맹효\*\*\*

Jun, Seongki · Choi, Jinbok · Cho, Maenghyo

### ABSTRACT

Accurate and fast haptic simulations of deformable objects are desired in many applications such as medical virtual reality. In haptic interactions with a coarse model, the number of nodes near the haptic interaction region is too few to generate detailed deformation. Thus, local refinement techniques need to be developed. Many approaches have employed purely geometric subdivision schemes, but they are not proper in describing the deformation behavior of deformable objects. This paper presents a continuum mechanics-based finite element adaptive method to perform haptic interaction with a deformable object. This method superimposes a local fine mesh upon a global coarse model, which consists of the entire deformable object. The local mesh and the global mesh are coupled by the s-version finite element method (s-FEM), which is generally used to enhance accurate solutions near the target points even more. The s-FEM can demonstrate a reliable deformation to users in real-time.

**Keywords:** deformable objects, haptic feedback, level-of-detail, s-FEM

### 1. 서론

PHATOM과 같은 햅틱 장치는 가상현실에 존재하는 물체와의 접촉에 의하여 발생하는 반력을 사용자에게 전달할 수 있는 장치로서 최근에 가상현실 구축에 큰 역할을 하고 있다. 특히 인체 장치와 같이 변형할 수 있는 물체와의 상호작용에서 발생하는 변형과 반력에 대한 시뮬레이션이 큰 관심을 끌고 있다. 그러나 햅틱 장치를 이용한 변형체 시뮬레이션은 각각 1 kHz와 30 Hz의 갱신 주기로 정확한 변형과 반력을 사용자에게 전달해야 하는 어려움이 있다.

정확하고 빠른 변형체와의 상호작용을 보장할 수 있는 다양한 변형체 모델링 방법들이 지난 20여 년 동안 개발되어 왔다. 물리적 기반의 변형체 시뮬레이션에 가장 널리 사용되는 방법으로는 mass-spring system과 연속체 개념을 기반으로 하는 방법이 있다. mass-spring system은 구성하기 매우 간단하며 변형과 반력이 실시간으로 계산된다는 장점이 있으나 변형체의 물리적 특성을 mass과 spring만으로 표현해야 하는 문제점으로 인하여 정확한 변형과 반력을 보장하지 못 한다. 유한요소법과 같은 연속체 개념을 이용한 방법은 mass-spring system보다 더 정확한 변형과 반력을 제공할 수 있는 장점이 있으나 대형 행렬에 다루어야 하기 때문에 실시간 시뮬레이션에 적합하지 않다는 단점이 있다. 현재 햅틱 장치를 이용한 변형체 시뮬레이션

\* 정회원 · 서울대학교 기계항공공학부 박사과정 E-mail: zenith74@snu.ac.kr

\*\*\* 정회원 · 서울대학교 기계항공공학부 박사과정 E-mail: jbchoi95@snu.ac.kr

\*\*\* 정회원 · 서울대학교 기계항공공학부 부교수 E-mail: mhcho@snu.ac.kr

에서는 mass-spring system이 주로 사용되고 있으며 연속체 모델을 이용한 방법은 시뮬레이션 과정에서 선행 해석 결과를 이용하는 방법이 주를 이루고 있다(Bro-Nielsen과 Cotin, 1996). 비록 연속체 모델을 이용한 방법은 대형 행렬 조작에 따른 큰 계산 비용이 요구되지만 정확한 변형과 반력을 제공할 수 있기 때문에 mass-spring system보다 큰 관심을 끌고 있다(Cotin 등, 2000).

햅틱 장치를 이용한 변형체 시뮬레이션은 다각형 격자로 모델링 된 가상 변형체의 꼭지점에 햅틱 장치의 끝점이 접촉함으로써 변형과 반력을 유발하게 된다. 변형체를 이루는 다각형 격자의 크기는 변형체의 형상에 의하여 좌우되기 때문에 햅틱 장치의 끝점이 크기가 큰 다각형 격자의 꼭지점에 접촉하게 되면 변형 형상이 자연스럽지 못 한 경우가 발생한다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 햅틱 장치의 접촉이 발생하는 변형체의 국부적인 영역에 격자를 분할하여 보다 자연스러운 변형을 표현하는 방법들이 연구되어 왔다. 그러나 변형체 시뮬레이션에서 사용되는 격자 분할법은 전역 격자의 물리적 특성을 고려할 수 있는 국소 격자를 생성해야 하는 어려움이 있다. 예를 들어 mass-spring 시스템에서는 격자 분할에 따라 새롭게 추가되는 mass와 spring에 의한 반력의 증가와 변형을 보정할 수 있는 방법이 강구되어야 한다(Zhang 등, 2002). 또한 연속체 개념의 모델에서는 선행 해석 결과의 변화를 유발하게 되어 변형과 반력의 보정이 또한 요구된다(Astely와 Hayward, 1998). 이러한 이유로 인하여 지금까지의 격자 분할 방법을 적용한 변형체 시뮬레이션에서는 반력의 보정 없이 단순한 subdivision에 의하여 변형만을 자연스럽게 표현하는 방법이 사용되어 왔다(Debunne 등, 2001; Kim과 Srinivasan, 2003).

본 연구에서는 햅틱 장치를 이용한 변형체의 변형 및 반력 시뮬레이션을 위하여 물리적으로 타당한 변형체의 변형 및 반력을 보장할 수 있는 유한요소법을 통한 선행 해석을 수행한다. 탄성 변형체 해석 결과를 저장하고 James와 Pai(James와 Pai, 1999; James와 Pai, 2001)가 경계요소법을 이용한 변형체 시뮬레이션에서 제안한 capacitance matrix algorithm을 유한요소로 확장하여 탄성 변형체 변형 및 반력을 실시간으로 표현할 수 있는 시스템을 구축하였다. 또한 본 논문에서는 유한요소 해의 정확성을 향상시키는 격자 중첩법을 이용하여 변형체의 변형 및 반력 시뮬레이션에 적용하였다. 격자 중첩법은 Fish(Fish, 1992)에 의하여 제안된 방법으로 s-version adaptive 방법 또는 s-FEM으로 불리며 일반적으로 유한요소 해의 변화가 급격한 영역에 국소 격자를 생성하여 해의 정확성을 향상시키는 방법이다. 본 연구에서는 햅틱 장치의 끝점이 변형체의 격자 다각형의 꼭지점에 접촉하였을 때 접촉 주변 국부 영역에 국소 격자를 생성하여 변형체의 물리적으로 타당한 변형 및 반력을 실시간으로 계산하는 방법을 적용하였다. 이 방법은 접촉 주변 국부 영역의 변형을 보다 자연스럽게 표현할 수 있을 뿐만 아니라 반력의 정확성도 향상시킬 수 있는 장점이 있다. 격자 중첩법에 의해 계산된 변형과 반력의 빠른 계산을 위하여 BLAS와 LAPACK(Barker 등, 2001) 함수를 이용한 행렬 연산을 수행하였다.

## 2. s-FEM 정식화

그림 1은 3차원 변형체의 경계조건과 하중조건을 나타내고 있으며  $\Omega$ 와  $\Gamma$ 는 각각 변형체의 영역과 경계를 나타내고 있다. 변형체는 변위가 기술되어 있는  $\Gamma^u$ 에 지지되어 있으며 외부 하중이  $\Gamma^f$ 에 작용하고 있다. 또한 그림 1은 전역 격자의 국부 영역에 격자가 중첩된 탄성 변형체를 나타내고 있다. 하침자  $G$ 와  $L$ 은 각각 전역 격자와 국소 격자에 관련된 항을 의미한다. 국부 영역  $\Omega_L \subset \Omega$ 는 일반적으로 해의 변화가 급격한 영역에 위치시킴으로써 해의 정확성을 높이기 때문에 본 연구에서는 햅틱 장치와 접촉이 발생하는 주변에 국소 격자를 위치시킨다.  $\Gamma_L$ 은  $\Omega_L$ 의 경계로 정의된다. 여기서  $\Omega$ 는  $\Omega_G = \Omega - \Omega_L$ 와  $\Omega_L$ 로 나뉘게 되며  $\Gamma_{GL} = \Gamma_L - (\Gamma \cap \Gamma_L)$ 은  $\Omega_G$ 와  $\Omega_L$ 의 공통된 경계로 정의된다. 변형체 내의 임의의 점의 변위는 전역 변위  $\mathbf{u}_G$ 와 국소 변위  $\mathbf{u}_L$ 의 선형조합으로 다음과 같이 표현된다.

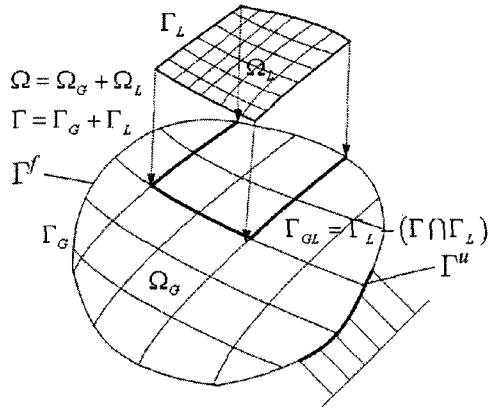


그림 1 3차원 변형체의 전역 격자와 국소 격자의 영역 및 경계조건

$$\mathbf{u} = \begin{cases} \mathbf{u}_G & \text{on } \Omega_G \\ \mathbf{u}_G + \mathbf{0} & \text{on } \Gamma_{GL} \\ \mathbf{u}_G + \mathbf{u}_L & \text{on } \Omega_L \end{cases} \quad (1)$$

여기서 변위의 연속성을 보장하기 위하여 다음과 같은  $C^0$  연속조건이 사용된다.

$$\mathbf{u}_L = \mathbf{0} \quad \text{on } \Gamma_{GL} \quad (2)$$

일반적으로 유한요소 내의 임의의 점에서의 변위는 형상 함수를 사용하여 절점 변위의 보간으로 계산된다. 또한 변형률은 변형률-변위 행렬 관계에 의하여 다음과 같이 표현 된다.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_G = \mathbf{B}_G \mathbf{u}_G & \text{on } \Omega_G \\ \boldsymbol{\varepsilon}_L = \mathbf{B}_L \mathbf{u}_L & \text{on } \Omega_L \end{cases} \quad (3)$$

따라서 전역 격자와 국부 격자의 구성방정식은 다음과 같이 구성된다.

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_G = \mathbf{D}_G \boldsymbol{\varepsilon}_G = \mathbf{D}_G \mathbf{B}_G \mathbf{U}_G & \text{on } \Omega_G \\ \boldsymbol{\sigma}_L = \mathbf{D}_L \boldsymbol{\varepsilon}_L = \mathbf{D}_L (\mathbf{B}_G \mathbf{U}_G + \mathbf{B}_L \mathbf{U}_L) & \text{on } \Omega_G \end{cases} \quad (4)$$

여기서  $\mathbf{D}_G$ 와  $\mathbf{D}_L$ 은 각각 전역 격자와 국소 격자의 탄성 계수 행렬을 의미한다. 이는 격자 중첩법이 전역 격자와 국소 격자의 물리적 특성이 상이한 경우에도 사용할 수 있음을 의미하나 본 연구에서 사용될 햅틱 시뮬레이션의 경우 전역 격자와 국소 격자가 같은 물리적 특성을 가져야 하므로

$\mathbf{D}_G = \mathbf{D}_L = \mathbf{D}$ 와 같이 탄성 계수 행렬 표현한다. 격자 중첩법에 대한 강성행렬은 식 (3)과 (4)에 의하여 다음과 같은 강성행렬을 유도할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_G & \mathbf{K}_{GL} \\ \mathbf{K}_{LG} & \mathbf{K}_{LL} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_G \\ \mathbf{U}_L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_G \\ \mathbf{F}_L \end{Bmatrix} \quad (5)$$

여기서  $\mathbf{K}_G$ 와  $\mathbf{K}_L$ 은 전역 격자와 국소 격자의 강성행렬을 각각 의미하고  $\mathbf{K}_{GL}$ 과  $\mathbf{K}_{LG}$ 는 전역 격자와 국소 격자의 상호작용 관계 효과를 반영한다. 각각의 강성행렬은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{K}_G = \int_{\Omega} (\mathbf{B}_G)^T \mathbf{D} \mathbf{B}_G d\Omega \quad (6)$$

$$\mathbf{K}_{LG}^T = \mathbf{K}_{LG} = \int_{\Omega_L} (\mathbf{B}_L)^T \mathbf{D} \mathbf{B}_G d\Omega_L \quad (7)$$

$$K_{L} = \int_{\Omega_L} (B_L)^T D B_L d\Omega_L \quad (8)$$

식 (5)을 간단한 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$K_{\Omega} U_{\Omega} = F_{\Omega} \quad (9)$$

#### 4. Capacitance Matrix Algorithm (CMA)

Sherman-Morrison-Woodbury 식을 기반으로 하는 CMA는 정적 선형 시스템의 재해석에 많이 사용되는 선형대수 알고리즘이다. James와 Pai(James와 Pai, 1999)는 CMA를 경계요소법으로 모델링한 변형체 햅틱 시뮬레이션에 적용하였으나 본 연구에서는 s-FEM에 확장 적용하였다. 본 장에서는 s-FEM과 함께 사용하게 될 CMA의 방법과 그 특성에 대하여 설명한다.

유한요소 해석을 통하여 변형체의 경계조건(변형체는  $\Gamma^u$ 에 지지되어 있고  $\Gamma^t$ 에 어떠한 하중도 가해지지 않은 경계조건)을 고려한 강성행렬을  $A_0$ 라고 정의하면  $A_0$ 의 역행렬을 GFs으로 정의한다.

$$E = A_0^{-1} \quad (10)$$

여기서 하첨자 0은 선행 해석 과정에서 계산된 양을 의미한다. 만약 햅틱 장치의 끝점이 변형체의  $p$ 번째 절점과 접촉하였다면  $p$ 번째 절점의 변위는 햅틱 장치의 변위에 의하여 부여된다. 그리고 선행 해석 과정에서  $p$ 번째 절점의 경계조건은 하중 경계조건이었지만 시뮬레이션 과정에서는 변위가 기술된 경계조건으로 변경된다. 새롭게 변경된 경계조건을 고려한 선형 시스템은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$A \cdot v = \bar{A} \cdot \bar{v} \quad (11)$$

여기서  $v$ 는 선행 시스템을 통하여 구하고자 하는 변위와 반력을 나타내고  $\bar{v}$ 는 경계조건에 의하여 기술된 변위와 반력을 나타내는 벡터이다.  $A$ 와  $\bar{A}$ 는 다음과 같이  $A_0$ 에 의하여 표현될 수 있다.

$$\bar{A} = A_0 + (I - A_0) E E^T \quad (12)$$

$$A = I + (A_0 - I) E E^T \quad (13)$$

여기서  $E$ 는 단위 블록 행렬  $I$ 에서  $p$ 번째 블록 열을 추려낸 블록 행렬이다. 식 (13)의 역행렬을 Sherman-Morrison-Woodbury 식에 적용하면 식 (20)이 유도된다.

$$A^{-1} = E + (I - E) E C^{-1} E^T E \quad (14)$$

여기서  $C = E^T E$ 는 capacitance matrix로 정의된다. 식 (12)와 식 (13)을 새로운 선형 시스템의 해를 구하기 위하여 식 (11)에 대입한 후  $v$ 에 대하여 정리하면 식 (15)를 얻게 된다.

$$v = \bar{v} + (I - E) E C^{-1} (E^T \bar{v}) \quad (15)$$

식 (15)에서 볼 수 있듯이 햅틱 장치의 접촉에 의하여 경계조건이 변경된 새로운 선형 시스템의 해는 선행 해석 과정에서 정의된  $E$ 와  $C$ 의 역행렬의 계산으로 구할 수 있다. 여기서  $C$ 는 3차원 변형체의 경우  $3 \times 3$ 의 크기가 되므로 실시간으로 계산이 가능하다. 또한 식 (15)에서 다음과 같은 두 가지 특성을 알아낼 수 있다.

첫째, 식 (15)에서  $E$ 와 관련된 항( $E E$ 와  $C (= E^T E E)$ )의 연산은 행렬 곱셈 연산에 의하여 계산할 필요가 없다. 예를 들어, 만약 햅틱 장치가 변형체의  $p$ 번째 절점과 접촉한다면

$E E$ 의 계산 결과는  $E$ 에서  $p$ 번째 블록 열에 해당된다. 마찬가지로  $C (= E^T E E)$ 의 계산 결과는  $p$ 번째 블록 열과  $p$ 번째 블록 행이 교차하는 부분에 해당한다. 이 결과들은 그림 2에 나타나 있다.

둘째, CMA를 이용한 헵틱 시뮬레이션에서 반력의 계산은 식 (15)에 의한 계산보다 다음과 같은 특성을 이용하면 효율적이다. 헵틱 장치의 변위에 의하여 부여된  $p$ 번째 절점의 변위는  $\mathbf{u}^p = \mathbf{E}^T \mathbf{v}$ 으로 표현할 수 있으며 이에 상응하는 반력은  $\mathbf{f}^p = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{u}^p$ 에 의하여 계산된다. 이는 헵틱 장치의 역감은 1 kHz 내로 계산된 후 전달되어야 하는 요구 조건을 충족시킬 수 있는 CMA의 특성이다.

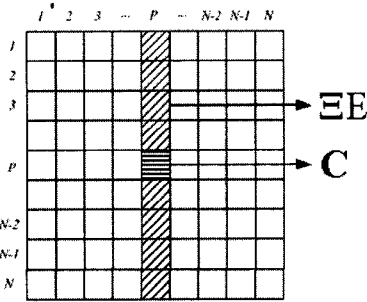


그림 2 시뮬레이션 과정동안 Green Function 에서 갱신되는 부분

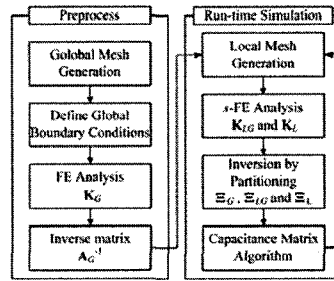


그림 3 격자 중첩법을 이용한 헵틱 시뮬레이션 순서도

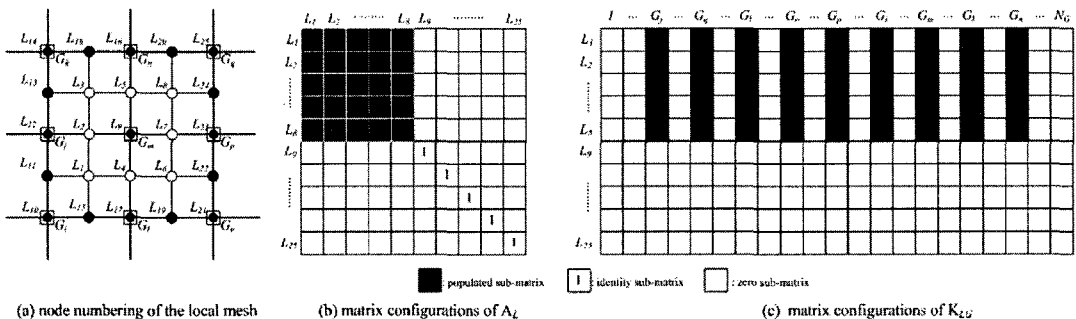


그림 4 국소 격자의 경계 조건에 따른 절점 번호 나열의 예와 행렬 형태

### 5. 격자 중첩법을 이용한 헵틱 시뮬레이션

#### 5.1. 선행 해석 과정

그림 3은 본 연구에서 제안한 격자 중첩법에 의한 헵틱 시뮬레이션의 순서도를 나타내고 있다. 본 연구에서 제안된 s-FEM의 강성행렬(식 (5))은 선행 해석 과정에서 계산되는 것이 아니라 시뮬레이션 과정에서 구성되어진다. 그러나 식 (6)에서 볼 수 있듯이  $\mathbf{K}_G$ 는 전체 영역  $\Omega$ 에 대한 적분을 통하여 계산되므로 헵틱 장치가 변형체의 어느 절점과 접촉하여도 일정하므로 선행 해석 과정에서  $\mathbf{K}_G$ 의 역행렬  $\mathbf{A}_{G^{-1}}$ 을 계산하여 저장한다.

#### 5.2. 국소 격자 생성과 경계 조건선행 해석 과정

헵틱 장치가 변형체와 접촉이 일어나면 국소 격자를 생성하고 경계조건을 부여한다. 일반적으로 s-FEM에서는 국소 격자와 전역 격자의 경계가 일치할 필요는 없지만 식 (7)의 국소 영역에서  $\mathbf{B}_G$ 의 계산이 쉽지 않기 때문에 본 연구에서는 그림 4-(a)에서와 같이 국소 격자와 전역 격자의 경계를 일치 시켰다. 그림 1에 의하여 정의된 국소 격자의 경계조건에 따라 중첩된 국소 격자

의 경계 조건을 그림 4-(a)에 표현하였다. 속이 빈 사각형과 원은 각각 전역 격자와 국소 격자의 하중 경계 조건을 의미하며 속이 찬 사각형과 원은 각각 전역 격자와 국소 격자의 변위 경계 조건을 의미한다.

5.2. 국소 격자의 유한요소 해석

국소 격자의 생성과 경계 조건이 부여된 후 국소 격자에 대한 강성행렬  $\mathbf{K}_{GL}$ 와  $\mathbf{K}_L$ 을 구성한다. 앞에서 언급한 바와 같이  $\mathbf{K}_G$ 는 선행 해석 과정에서 이미 정의되었으므로 이 과정에서 구성할 필요가 없다. 국소 격자에 대한 강성행렬과 경계 조건을 고려한 선행 시스템은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_G & \mathbf{A}_{GL} \\ \mathbf{A}_{LG} & \mathbf{A}_L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v}_G \\ \mathbf{v}_L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \overline{\mathbf{v}}_G \\ \mathbf{v}_L \end{Bmatrix} \tag{16}$$

그리고 식 (16)의 역행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{E}_\theta = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_G & \mathbf{E}_{GL} \\ \mathbf{E}_{LG} & \mathbf{E}_L \end{bmatrix} \tag{17}$$

여기서 식 (17)의 각 성분은 inversion by partitioning 방법에 의하여 다음과 같이 계산되어진다.

$$\mathbf{E}_L = [\mathbf{A}_{LL} - \boldsymbol{\Psi}_{LG} \mathbf{A}_{GL}]^{-1} \tag{18}$$

$$\mathbf{E}_{LG} = -\mathbf{E}_L \boldsymbol{\Psi}_{LG} \tag{19}$$

$$\mathbf{E}_G = \mathbf{A}_{G^{-1}} - \mathbf{E}_{LG}^T \boldsymbol{\Psi}_{LG} \tag{20}$$

여기서  $\boldsymbol{\Psi}_{LG} = \mathbf{A}_{LG} (\mathbf{A}_G)^{-1}$ 이며  $\mathbf{A}_{G^{-1}}$ 는 선행 해석 과정에서 계산된  $\mathbf{K}_G$ 의 역행렬이다.

5.2. 효율적인 inversion by partitioning

비록 선행 해석 과정에서  $\mathbf{A}_{G^{-1}}$ 이 계산되어 있지만 일반적인 행렬 연산 방법으로 식 (18) ~ (20)을 실시간으로 계산하는 것은 불가능하다. 따라서 본 연구에서는 국소 격자의 절점을 경계조건에 따라 절점 번호를 부여하는 방법을 사용하여 계산 시간을 줄이고자 한다. 그림 4-(a)는 국소 격자의 형태와 경계조건에 따른 절점의 번호를 부여하는 예를 나타내고 있다. 하중 경계조건이 부여된 국소 격자의 절점(속이 빈 원)은  $L_1 \sim L_8$ 의 절점 번호를 부여하고 변위 경계조건이 부여된 절점(속이 찬 원)은  $L_9 \sim L_{25}$ 의 번호를 부여한다. 이러한 절점 번호 부여는 그림 4-(b)와 (c)와 같은  $\mathbf{K}_L$ 과  $\mathbf{K}_{GL}$ 의 행렬 형태를 갖게 함으로써 inversion by partitioning의 계산 시간을 줄일 수 있다. 즉 그림 4-(b)와 (c)의 역행렬은 계산 과정에서 고려하지 않고 populated 행렬만을 이용하여 연산함으로써 식 (18)의  $\boldsymbol{\Psi}_{LG} (= \mathbf{A}_{LG} (\mathbf{A}_G)^{-1})$  계산과 뿔셈 연산, 식 (20)의  $\mathbf{E}_{LG}^T \boldsymbol{\Psi}_{LG}$  과정을 매우 빠르게 계산할 수 있다. 특히 식 (18)의 역행렬 연산은 populated 행렬만 고려하기 때문에 계산 시간을 크게 줄일 수 있으며 s-FEM에 의해 증가되는 메모리의 양을 줄일 수 있다. 이와 더불어 본 연구에서는 경계조건에 따른 절점 번호 부여 방법과 함께 최적화된 행렬연산 함수인 BLAS를 이용하여 식 (18)의  $\boldsymbol{\Psi}_{LG} \mathbf{A}_{GL}$ 와 식 (19)의  $\mathbf{E}_L \boldsymbol{\Psi}_{LG}$  곱셈 연산 시간을 줄일 수 있었으며 LAPACK를 이용하여 식 (18)의 역행렬 연산 시간을 크게 줄일 수 있었다.

6. 결과 및 검토

본 논문에서는 유한요소 해석을 통하여 미리 계산된 Green function을 이용하여 점 접촉 변형 시뮬레이션

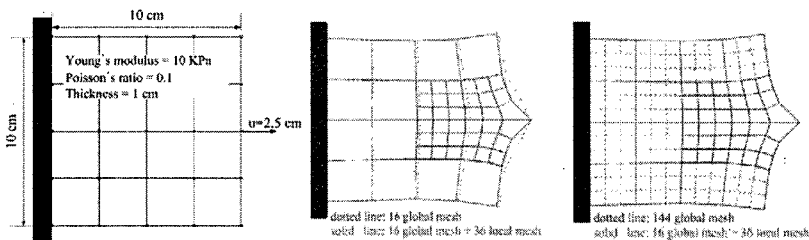
시스템에 국소 격자를 중첩하여 보다 자연스러운 변형을 렌더링 할 수 있는 방법을 제시하였다. 그림 5는 격자 중첩법을 이용한 햅틱 시뮬레이션에서 생성된 변형과 반력의 정확성을 나타내기 위한 예이다. 그림 5-(a)는 시뮬레이션에 사용된 평판의 크기와 물리적 특성을 나타내고 있다. 그림 5-(b)는 16개의 전역 격자만을 사용하여 시뮬레이션 한 결과와 16개의 전역 격자와 32개의 국소 격자를 사용하여 시뮬레이션한 결과를 동시에 나타내고 있다. 그림 5-(b)에서 보는 바와 같이 햅틱장치의 끝점이 접촉된 부위에 보다 자연스러운 변형 형상을 나타내고 있다. 또한 그림 5-(c)의 144개의 전역격자만을 사용하여 시뮬레이션한 결과와 16개의 전역격자와 36개의 국소격자를 사용하여 시뮬레이션한 결과에서 볼 수 있듯이 본 연구에서 사용한 격자 중첩법은 햅틱 장치의 끝점이 접촉된 부분의 변형을 자연스럽게 할 뿐만 아니라 전체 격자의 변형 정확성도 향상시킬 수 있음을 알 수 있다. 또한 표 1은 격자 중첩법에 의한 시뮬레이션에서 생성된 반력의 정확성이 향상됨을 알 수 있다.

위의 시뮬레이션은 Pentium 4 2.66 GHz, 1.0GB RAM 개인용 컴퓨터를 사용하였으며 계산된 반력을 이용하여 PHANTOM 햅틱 장치와 연동을 수행하였다. 또한 GHOST SDK를 이용하여 햅틱 scene graph 구성을 통해서 햅틱 환경을 생성 후 햅틱 시뮬레이션 프로세스를 시작하며 프로그램의 그래픽처리를 비롯한 프로그램의 핵심 기능을 수행 하였다.

## 6. 결론

본 연구에서는 햅틱 장치와 변형체의 상호작용 시뮬레이션을 구현하기 위하여 변형체의 변형 및 반력을 실시간으로 계산하고 전달할 수 있는 시스템을 구축하였으며 접촉이 발생하는 국소 영역에 격자를 중첩하여 보다 자연스러운 변형을 표현하는 방법을 제시하였다. s-FEM을 이용한 햅틱 시뮬레이션은 단순히 기하학적으로 자연스러운 변형을 표현하는 subdivision 방법이 아닌 물리적 기반의 격자 중첩법을 적용하여 변형과 반력의 정확성을 높일 수 있었다. 또한 국소 격자에 의한 선형 해석 결과의 재해석을 빠르게 할 수 있는 방법들을 제안하였다. 국소 격자에 의하여 발생하는 강성행렬의 역행렬은 inversion by partitioning법과 capacitance matrix algorithm의 특성, 그리고 국소 격자의 경계 조건에 따라 나열하는 방법에 의하여 실시간으로 계산할 수 있었다. 계산된 역행렬은 capacitance matrix algorithm에 적용하여 보다 정확한 변형과 반력을 사용자에게 제공하였다. 또한 국소 격자의 경계 조건에 따라 나열하는 방법은 국소 격자에 의하여 증가하는 메모리의 소요량을 최소화 할 수 있었다.

본 논문에서 제안한 방법은 변형뿐만 아니라 반력의 정확성도 높일 수 있었으나 반력 갱신 주기를 만족하지 못 하는 경우가 있었다. 이러한 단점은 앞으로 GPU 프로그래밍(Harris 등, 2002; Kruger와 Westermann, 2003)과 같은 병렬 계산에 의하여 개선될 수 있을 것으로 사려 된다. 본 연구는 국소 영역의 비선형 거동을 시뮬레이션을 위한 기초 작업으로 국소 영역의 변형과 반력이 중요한 가상 침 삽입 시뮬레이션에 사용될 수 있을 것이다.



(a) 시뮬레이션 조건 (b) 격자 중첩법에 의한 변형 예 (c) 격자 중첩법의 변형의 정확성

그림 5 plane stress 요소에 대한 격자 중첩법 시뮬레이션의 예

### 감사의 글

This work was supported by the Micro Thermal System Research Center through the Korea Science and Engineering Foundation.

표 1 plane stress 요소에 대한 격자 중첩법 시뮬레이션의 계산 시간과 반력의 비교

Global Mesh (# of element)	Local Mesh (# of element)	Update Time (ms)	Force Feedback (N)
16	none	0.03	-9.822
144	none	0.07	-6.715
16	36	1.47	-6.780

### 참고문헌

- Astley, O.R. and Hayward, V. (1998) Multirate Haptic Simulation Achieved by Coupling Finite Element Meshes through Norton Equivalents, *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 989-994.
- Barker, V.A., Blackford, S., Dongarra, J.J., Corz, J.D., Mammaring, S., Marinova, M., Wasniewski, J.m, and Yalamov, P. (2001) *LAPACK95 Users' Guide*, SIAM, Philadelphia.
- Bro-Nielsen, M. and Cotin, S. (1996) Real-time Volumetric Deformable Models for Surgery Simulation using Finite Elements and Condensation, *Computer Graphics Forum*, 15(3), pp.57-66.
- Choi, Y-J., Hong, M., Choi, M-H, and Kim, M-H. (2005) Adaptive Surface-deformable Model with Shape-preserving Spring, *Computer Animation and Virtual Worlds*, 16, pp.69-83.
- Cotin, S., Delingette, H., and Ayache, N. (2000) A Hybrid Elastic Model for Real-time Cutting, Deformations, and Force Feedback for Surgery Training and Simulation. *The Visual Computer*, 16, pp.437-452.
- Debunne, G., Desbrun, M., Cani, M-P., and Barr, A. (2001) Dynamic Real-time Deformations using Space and Time Adaptive Sampling. *Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pp.31-36.
- Fish, J. (1992) The s-Version of the Finite Element Method. *Computers & Structures*, 43(3), pp.539-547.
- Harris, M.J., Coombe, G., Scheuermann, T., and Lastra, A. (2002) Physically-based Visual Simulation on Graphics Hardware. *Proceedings of the ACM SIGGRAPH/EUROGRAPHICS conference on Graphics hardware*, pp.1-10.
- James, D.L. and Pai, D.K. (1999) Artdefo: Accurate Real Time Deformable Objects. *Proceedings of the 26th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pp.66-72.
- James, D.L. and Pai, D.K. (2001) A Unified Treatment of Elastostatic Contact Simulation for Real Time Haptics. *The Electronic Journal of Haptics Research* (<http://www.haptic-e.org>), 2(1).
- Kim, J., De, S., and Srinivasan, M.A. (2003) An Integral Equation Based Multiresolution Modeling Scheme for Multimodal Medical Simulations. *Proceedings of the 11th Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems (HAPTICS'03)*, pp.221-228.
- Kruger, J. and Westermann, R. (2003) Linear Algebra Operator for GPU Implementation of Numerical Algorithm. *ACM Transactions on Graphics*, 22(3), pp.908-916.
- Zhang, J., Payandeh, S., and Dill, J. (2002) Haptic Subdivision: An Approach to Defining Level-of-detail in Haptic Rendering. *Proceedings of the 10th Symposium on Haptic Interfaces For Virtual Environment & Teleoperator Systems (HAPTICS'02)*, pp.201-208.