

# 반복 축하중을 받아 국부좌굴을 수반하는 원형강관 부재의 복원력 특성

## The Behavior of Local Buckling for Steel Circular Tubes Subject to Cyclic Axial Loads

이 상 주\* · 이 동 우\*\* · 한 상 을\*\*\*

Lee, Sang-Ju · Lee, Dong-Woo · Han, Sang-Eul

### ABSTRACT

In this paper, we work with steel circular tubes and propose analysis model which can consider local buckling that it has an effect on failure of steel structures and induce the relation between loading and deformation. First of all, in respect to axial symmetry local buckling, which is simplest case, elasto-plastic behavior acting only axial loads is object. Therefore, it suggests analysis model for axial symmetry local buckling. And that is explainable the process from increasing internal force to decreasing passing maximum internal force. Besides, we induce the relation between the axial force and axial deformation.

**Keywords:** steel structures, steel circular tubes, cyclic axial loads, local buckling, collapse mechanism

### 1. 서 론

복잡한 진동을 하는 건물의 동적인 거동을 고려하여 구조물의 전도 및 파괴에 대한 내진안전성을 정확히 확인하기 위해서는 재료비선형과 기하비선형을 고려하고, 좌굴과 파단 등 일어날 수 있는 많은 현상을 취급할 수 있는 해석방법이 필요하다. 하지만 현 단계의 해석적 연구에 있어서도 해석상의 곤란 때문에 이러한 많은 현상을 모두 다룰 수 있는 해석법은 실현되어 있지 않다. 즉 건물이 파괴하기까지의 거동을 해석적으로 명확히 하는 데에는 해결해야 할 문제가 아직 수없이 많이 남아 있고, 이 중에서도 단면변형을 동반하는 국부좌굴문제는 그 문제의 복잡함 때문에 동적해석에서는 무시되는 경우가 많다.

판요소와 강관으로 구성된 강구조부재에 발생하는 국부좌굴은 그 부재의 최대내력을 결정하고, 부재내력을 저하시키는 큰 요인이 된다. 뿐만 아니라 강구조물이 큰 지진력을 받는 경우 국부좌굴이 발생하여 내력이 저하하면 그 변형은 현저하게 커지고 최종적으로 구조물의 파괴에 영향을 줄 수 있다. 따라서 축력과 힘을 받는 부재에 국부좌굴이 생겨서 내력이 저하하는 탄소성거동을 해석적으로 구현할 필요가 있으며, 이를 위해서는 국부좌굴에 따른 영향을 고려할 수 있는 해석모델과 해석방법을 구축할 필요가 있다.

본 논문에서는 냉간성형 원형강관부재를 대상으로 하여 구조물의 파괴에 중대한 영향을 미치는 국부좌굴을 고려할 수 있는 해석모델을 제안하고 그 하중과 변위의 관계를 유도한다. 우선 원형강관에 발생하는 국부좌굴 중에서 가장 단순한 경우인 축대칭 국부좌굴에 대하여 축하중만이 작용하는 탄소성거동을 표현가능한 축대칭 국부좌굴 해석모델의 제안 및 그 축력과 축방향 변형의 관계를 유도한다.

\* 정회원 · 플러스구조엔지니어링 선임연구원 공학박사 E-mail: kyotolsj@inha.ac.kr

\*\* 정회원 · 플러스구조엔지니어링 대표이사 공학박사 E-mail: dwlee@pluse.co.kr

\*\*\* 정회원 · 인하대학교 건축학부 교수 공학박사 E-mail: hsang@inha.ac.kr

## 2. 반복 축력을 받는 원형강관의 국부좌굴 해석모델

그림 1에 냉간성형 원형강관 부재의 국부좌굴 해석모델을 나타낸다. 해석모델은 양단의 국부좌굴영역과 중앙부의 비좌굴영역으로 나누며, 국부좌굴영역은 탄소성현지와 직선재로 구성된다.

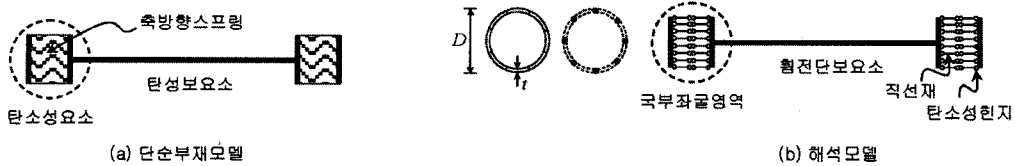


그림 1 원형강관 부재의 국부좌굴영역

### 2.1. 축대칭 국부좌굴 해석모델

원형강관 부재에 축력이 작용하여 국부좌굴이 발생한 경우 국부좌굴 해석모델을 그림 2에 나타낸다. 원형강관부재의 절첩부에 국부좌굴이 발생한 부분을 국부좌굴영역이라고 부르고, 국부좌굴이 생기지 않은 영역을 비좌굴영역이라고 부른다. 비좌굴영역에서는 원주방향응력이 0이 되도록 축력에 대응하는 원주방향의 신축을 고려한다. 국부좌굴영역은 탄소성현지와 탄소성변형영역으로 구성되고, 압축력을 받으면 탄소성현지가 회전하고 탄소성변형영역이 강관의축(반경방향)으로 변형하는 것에 의해 국부좌굴을 표현한다.

그림 2는 압축력을 받아서 국부좌굴이 생긴 변형상태를 나타내고 있으며, 축대칭문제이므로 국부좌굴영역의 단위폭만을 고려한다. 국부좌굴영역의 길이는  $2l$ 이고, 2개의 탄소성변형영역의 축방향 길이는 어느 것이든  $l$ 이라고 한다. 또한 강관벽 단위폭당의 축력은  $N_0$ 라고 한다. 국부좌굴영역의 재단의 A점은 접합지점으로 생각하여 재단의 경계조건이 고정이기 때문에 반경방향으로 변위는 생기지 않는다고 가정한다. 한편 국부좌굴영역과 비좌굴영역의 절점B는 비좌굴영역의 원주방향응력이 0이 되도록 비좌굴영역이 원주방향으로 신축한다고 가정한다. 즉 축대칭으로 팽창하기 위해 반경방향의 변위가 생긴다.

그림 3, 4에는 국부좌굴영역을 구성하는 탄소성현지를 보인다. 탄소성현지는  $2n_s$ 개의 등간격, 등단면적의 집중단면으로 구성되고 강관벽의 판두께 중심으로부터 같은 거리에 있는 2개의 집중단면을 하나의 쌍으로 고려하면  $n_s$ 쌍의 이상선드워치단면으로 생각할 수 있다. 이하는 본 해석모델에 적용하는 기본가정이다.

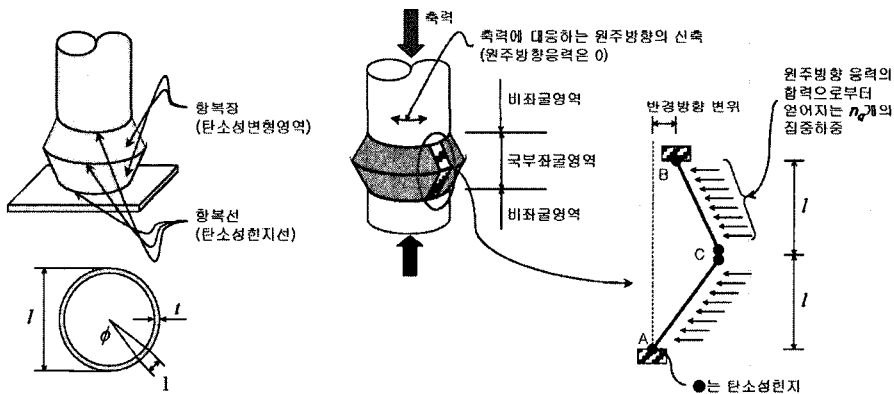


그림 2 원형강관의 축대칭 국부좌굴 해석모델

- 1) 원형강관벽은 평면응력장이다.
- 2) 재료는 von Mises의 항복조건을 따른다.
- 3) 강재의 응력-변형도의 관계는 명료한 항복점이 없는 Ramberg-Osgood형으로 한다.
- 4) 변형률경화는 이동경화측과 등방경화측을 조합한 혼합경화측으로 하고, 이동경화측은 Prager에 따른다.
- 5) 탄소성현지의 응력과 변형의 관계는 Shanley의 이론을 이용해서 결정한다.

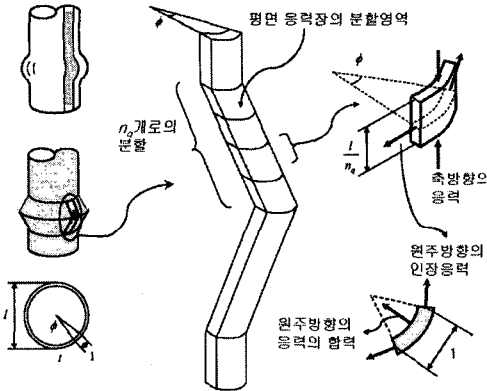


그림 3 국부좌굴영역에 작용하는 원주방향응력의 합력

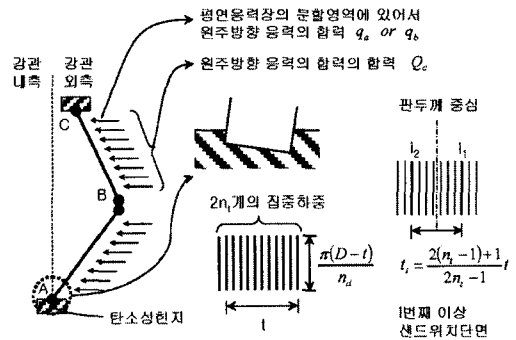


그림 4 탄소성현지의 모델화

## 2.2. 탄소성현지의 변형률경화특성

먼저 한 쌍의 이상샌드위치단면으로 구성된 탄소성현지의 변형률경화특성을 구하고, 이 결과를 이용하여  $n_s$ 조의 이상샌드위치단면의 변형률경화특성을 유도한다. 여기에서 변형률경화특성이란 강재의 응력-변형도 관계에 변형률경화가 존재하는 경우, 탄소성현지의 응력(축력과 모멘트)과 변형(축방향변형과 회전각)의 관계이다. 한 쌍의 이상샌드위치단면으로 가정한 모델을 그림 5에 나타낸다.

### 2.2.1. 이상 샌드위치 단면으로 구성된 탄소성현지의 변형률경화특성

본 해석에서 이용하는 탄소성현지의 변형률경화특성은 Shanley의 이론을 이용하여 구한다. 모델은 직선재와 탄소성현지로 구성되고, 압축축력을 받는 경우에 탄소성현지가 회전하여 좌굴을 표현하는 모델이다. 이상샌드위치단면의 무차원화 모멘트  $m_0 (= M_0 / M_{p0})$ 와 무차원화축력  $n_0 (= N_0 / N_{y0})$ 로 나타내어지는 초기항복곡면은 그림 6과 같이 4개의 직선으로 나타내어진다. 이 항복곡면에 대해서 이동경화측을 적용하면, 이동경화 후의 항복곡면은 그림 7과 같다.

(a) 한 쪽의 집중단면만 소성화하는 경우

항복곡면상의 한 점에서 응력이 변화하여 응력점이 항복곡면의 외측을 향하여 이동한 경우, 다음의 응력 점은 후속 항복곡면에 존재하여야 하므로 다음 식이 성립한다.

$$dn_0 - d\alpha_{N0} + dm_0 - d\alpha_{M0} = 0 \tag{1}$$

$\alpha_{N0}$ ,  $\alpha_{M0}$ 는  $n_0 - m_0$  응력공간에 있어서 항복곡면의 이동량이고, Prager의 이동경화측을 적용하면 항복곡면 중심의 이동량 증분은 다음과 같다.

$$d\alpha_{N0} = \eta_{h1} N_{y0} d\theta_{p0} = \frac{1}{2} \eta_{h1} N_{y0} t_0 d\theta_{p0}, \quad d\alpha_{M0} = \eta_{h1} M_{p0} d\theta_{p0} = \frac{1}{2} \eta_{h1} N_{y0} t_0 d\theta_{p0} \tag{2}(3)$$

여기에서  $\eta_{h1}$ 은 이상샌드위치 단면의 집중단면1이 소성변형하는 경우 현지경화계수이고 집중단면2의 응력

상태에는 무관한 값이다. 또한  $d\delta_{P_0}$ 과  $d\theta_{P_0}$ 는 탄소성힌지의 축방향 소성변형증분과 소성회전각증분이다.

탄소성힌지의 회전각증분  $d\theta_0$ 는 그림 6에 나타난 것과 같이 탄성회전각증분  $d\theta_{e_0}$ 와 소성회전각증분  $d\theta_{p_0}$ 의 합으로 나타내어지며, 또한  $d\theta_{e_0}$ 와  $d\theta_{p_0}$ 은 2개의 집중단면의 탄성변형증분  $d\delta_{1e}$ ,  $d\delta_{2e}$ 와 집중단면1의 소성변형증분  $d\delta_{1p}$ 으로 구성되어진다. Shanley의 이론을 적용하고  $E_{e1}=E_{e2}=E$ 로 하면 힌지경화계수  $\eta_{h1}$ 은 다음 식으로 나타내어진다.

$$\eta_{h1}N_{y0}t_0 = \frac{\pi^2 t_0}{4l_0\sigma_Y} \frac{EE_{t1}}{E-E_{t1}} \quad (4)$$

식(1), 식(2), 식(3) 및 식(4)을 이용하면, 집중단면1이 항복하는 경우 무차원화 축력증분  $dn_0$ 와 무차원화 모멘트증분  $dm_0$ 의 관계는 탄소성힌지의 회전각증분  $d\theta_0$ 을 이용해서 다음 식으로 표현된다.

$$dm_0 = \frac{\pi^2 t_0}{4l_0\sigma_Y} \frac{E_{t1}E}{E_{t1}+E} d\theta_0 + \frac{E_{t1}-E}{E_{t1}+E} dn_0 \quad (5)$$

용력점이 그림 5에 나타난 항복곡면의 직선 AC상에 있는 경우 집중단면2만 소성변형하며, 이 경우의 힌지경화계수  $\eta_{h2}$ 는 식(4)와 같이 다음 식으로 나타내어진다.

$$\eta_{h2}N_{y0}t_0 = -\frac{\pi^2 t_0}{4l_0\sigma_Y} \frac{E_{t2}E}{E_{t2}-E} \quad (6)$$

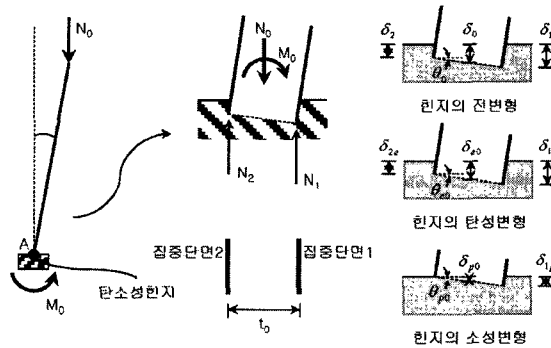


그림 5 탄소성힌지의 변형과 회전각

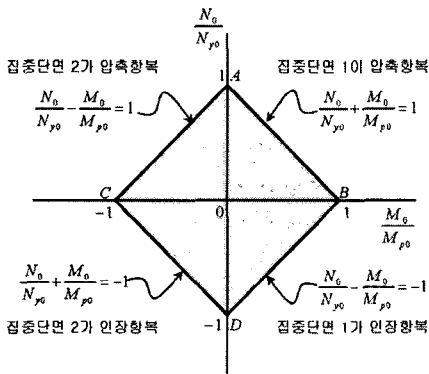


그림 6 초기항복곡면

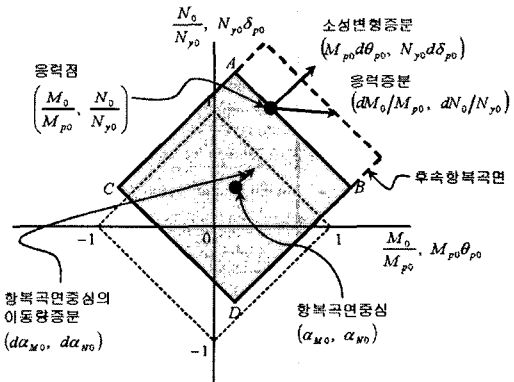


그림 7 탄소성힌지의 항복곡면

또한 이 경우 무차원화 축력중분  $dn_0$ 와 무차원화 모멘트중분  $dm_0$ 의 관계는 식(5)와 같은 식으로 탄소성 한지의 회전각 중분  $d\theta_0$ 을 이용해서 다음 식으로 표현된다.

$$dm_0 = \frac{\pi^2 t_0}{4l_0 \sigma_Y} \frac{EE_{t2}}{E + E_{t2}} d\theta_0 + \frac{E - E_{t2}}{E + E_{t2}} dn_0 \quad (7)$$

(b) 양 쪽의 집중단면이 소성화하는 경우

이상샌드위치단면의 응력점( $m_0, n_0$ )이 그림 7에 나타난 항복곡면의 특이점 A에 존재하고, 미소한 응력중분 후도 응력점이 다시 특이점 A에 존재하는 경우 이상샌드위치 단면의 양쪽의 집중단면은 탄소성 변형이 생긴다.

그림 5에 나타난 탄소성한지의 축방향변형중분  $dd_0$ 는 다음 식으로 나타내어진다.

$$dd_0 = \frac{8l_0 \sigma_Y}{\pi^2 (E_{t1} + E_{t2})} dn_0 + \frac{t_0}{2} \frac{E_{t2} - E_{t1}}{E_{t2} + E_{t1}} d\theta_0 \quad (8)$$

직선재는 축력에 대한 탄소성의 축방향변형을 고려하기 때문에 식(8)에서 얻어진 한지의 축방향변형중분으로부터 직선재의 축방향변형중분과 중복되는 양을 뺄 필요가 있다. 따라서 한지의 축방향변형중분  $du_{h0}$ 는 다음 식으로 주어진다.

$$du_{h0} = \frac{4l_0 \sigma_Y}{\pi^2} \left( \frac{2}{E_{t2} + E_{t1}} - \frac{1}{E_{t0}} \right) dn_0 + \frac{t_0}{2} \frac{E_{t2} - E_{t1}}{E_{t2} + E_{t1}} d\theta_0 \quad (9)$$

### 2.2.2 $n_i$ 조의 이상샌드위치단면으로 구성된 탄소성한지의 변형률경화특성

앞에서 서술한 한 쌍의 탄소성한지의 변형률경화특성을 이용하여  $n_i$  조의 이상샌드위치단면이 존재하는 해석모델에 있어서의 변형률경화특성을 유도한다. 최외각 샌드위치단면의 집중단면간 거리  $t_1$ 은 탄소성한지의 최외각거리  $t_0$ 와 같기 위해  $t_1 = t_0$ 로 하면,  $dn_0$ 와  $dm_0$ 는 한지회전각중분  $d\theta_0$ 을 가지고 다음 식으로 나타내어진다.

$$dm_0 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_i} t_i} \left[ -n_i \frac{\sum_{i=1}^{n_i} t_i (E_{ti2} - E_{ti1})}{\sum_{i=1}^{n_i} t_i (E_{ti2} + E_{ti1})} dn_0 + \frac{\pi^2 t_0}{16l_0 \sigma_Y t_0} \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_i} t_i^2 (E_{ti2} + E_{ti1})} - \frac{\left[ \sum_{i=1}^{n_i} t_i (E_{ti2} - E_{ti1}) \right]^2}{\sum_{i=1}^{n_i} (E_{ti2} + E_{ti1})} \right] d\theta_0 \quad (10)$$

탄소성한지의 축방향변형중분  $du_{h0}$ 은 식(9)과 같은 식으로 직선재와의 중복량을 빼면, 직선재의 접선계수  $E_{t0}$ 를 이용하여 다음 식으로 얻어진다.

$$du_{h0} = \frac{4l_0 \sigma_Y}{\pi^2} \left( \frac{2n_i}{\sum_{i=1}^{n_i} (E_{ti2} + E_{ti1})} - \frac{1}{E_{t0}} \right) dn_0 + \frac{\sum_{i=1}^{n_i} t_i (E_{ti2} - E_{ti1})}{2 \sum_{i=1}^{n_i} (E_{ti2} + E_{ti1})} d\theta_0 \quad (11)$$

이상으로부터  $n_i$  조의 이상샌드위치단면에 의해 구성된 탄소성한지의 축력중분, 모멘트중분 및 회전각중분의 관계가 식(10)에 의해 나타내어지고, 축방향변형중분과 축력중분 및 회전각중분의 관계가 식(11)에 의해 나타내어진다.

### 2.3. 평면응력장에 있어서 탄소성 응력-변형도 관계

해석모델의 극부좌굴영역에서는 축방향과 원주방향의 평면응력장을 가정하고 있다. 여기에서 원주방향응력을 축방향응력과 원주방향 변형도를 이용해서 표현하기 위해서는 우선 다축응력공간에 있어서 탄소성 응

력과 변형도 구성관계를 유도하고 그 후에 평면응력장에 있어서 구성관계를 나타낸다.

가정4)에 의해 변형률경화는 혼합경화측으로 하고, 등방경화와 Prager에 따르는 이동경화를 고려한 항복함수  $f$ 는 다음 식으로 나타내어진다.

$$f(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}, k) = 0 \tag{12}$$

여기에서  $\alpha_{ij}$ 는 항복곡면의 중심이동량을,  $k$ 는 등방경화에 의한 항복곡면의 크기를 나타내는 파라메타이다. 응력점이 항복곡면에 존재하고, 부하방향에 미소응력증분이 생기는 경우 응력점이 후속항복곡면에 존재할 조건은 다음 식으로 나타내어진다.

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \alpha_{ij}} d\alpha_{ij} + \frac{\partial f}{\partial k} dk \tag{13}$$

전체 변형도 증분  $d\epsilon_{ij}$ 는 탄성변형도 증분  $d\epsilon_{ij}^e$ 와 소성변형도 증분  $d\epsilon_{ij}^p$ 의 합이다.

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p \tag{14}$$

탄성변형도 증분  $d\epsilon_{ij}^e$ 와 응력증분  $d\sigma_{ij}$ 사이에는 Hooke의 법칙이 성립하므로, 소성변형도 증분  $d\epsilon_{ij}^p$ 은 등방경화 성분  $d\epsilon_{ij}^{pi}$ 와 이동경화 성분  $d\epsilon_{ij}^{pk}$ 의 합으로 나타내어진다.

$$d\epsilon_{ij}^p = d\epsilon_{ij}^{pi} + d\epsilon_{ij}^{pk} \tag{15}$$

소성변형도 증분  $d\epsilon_{ij}^p$ 에 대한 등방경화 성분  $d\epsilon_{ij}^{pi}$ 의 비율을  $\beta$ 라고 하면 다음의 관계가 성립한다.

$$d\epsilon_{ij}^p = \beta d\epsilon_{ij}^{pi}, \quad d\epsilon_{ij}^p = (1 - \beta) d\epsilon_{ij}^{pk} \tag{16a)(16b)}$$

소성변형도 증분  $d\epsilon_{ij}^p$ 는 소성흐름법칙에 따라 비례계수  $d\lambda$ 를 이용하면 다음과 같이 나타내어진다.

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\lambda \tag{17}$$

위식에서 소성변형증분의 비례계수  $d\lambda$ 는 다음 식으로 주어진다.

$$d\lambda = \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} d\epsilon_{kl} \right) \left/ \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} + 4k^2 \sigma_y^2 H \right) \right. \tag{18}$$

여기서  $H$ 은 변형경화률, 즉 소성변형증분에 대한 응력증분의 비이고 다음 식으로 얻어진다.

$$H = \beta \left[ 3k\sigma_y^2 \left( \frac{\partial k}{\partial \epsilon_p} \right) \left/ \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_x} \right) - \frac{3}{2}\mu \right] + \frac{3}{2}\mu \tag{19}$$

평면응력장의 미소요소가 탄성 상태에 있는 경우, 응력증분과 변형도증분의 관계는 Hooke의 법칙에 따라 식(18)의 소성변형증분의 비례계수  $d\lambda$ 을 이용하여 다음 식으로 주어진다.

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl} d\epsilon_{ij}^e = C_{ijkl} d\epsilon_{ij} - C_{ijkl} d\epsilon_{ij}^p = C_{ijkl} d\epsilon_{ij} - C_{ijkl} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} d\lambda \tag{20}$$

제안하는 축대칭의 국부좌굴해석모델은, 강관벽에는 평면응력장을 가정하고 있다. 그림 3에 나타난 것과 같이 국부좌굴영역에 축방향의  $x$ 좌표와 원주방향의  $\theta$ 좌표를 설정하고,  $x$ - $\theta$ 면내응력장을 가정한다. 축대칭국부좌굴해석모델은 축대칭문제이므로,  $x$ - $\theta$ 면내의 전단응력은 0이 되고 그림 3에 나타난 분할영역에는 축방향 응력  $\sigma_x$ 와 원주방향응력  $\sigma_\theta$ 만 작용한다. 식(20)에서 유도한 6개의 성분의 응력증분에 있어서,  $\sigma_x$ 을 축방향으로 하고,  $\sigma_y$ 을 원주방향응력으로서  $\sigma_\theta$ 로 표기하면, 다른 4개의 성분의 응력은 모두 0으로 둘 수 있다( $d\sigma_x = d\tau_{xy} = d\tau_{yz} = d\tau_{zx} = 0$ ). 또한  $\epsilon_y$ 을 원주방향변형으로서  $\epsilon_\theta$ 로 표기한다. 식(20)에 이 평면응력장의 조건을 대입해서 정리하면, 원주방향응력증분  $d\sigma_\theta$ 는 축방향응력증분  $d\sigma_x$ 와 원주방향의 변형증분  $d\epsilon_\theta$ 을 이용해서 표현 가능하고, 다음의 관계가 얻어진다.

$$d\sigma_\theta = C_{\sigma_x}d\sigma_x + C_{\epsilon_\theta}d\epsilon_\theta \tag{21}$$

여기에서 계수  $C_{\sigma_x}$  및  $C_{\epsilon_\theta}$ 는 다음 식으로 주어진다.

$$C_{\sigma_x} = \frac{C_{12}^{ep}}{C_{11}^{ep}}, \quad C_{\epsilon_\theta} = \frac{C_{11}^{ep}C_{22}^{ep} - C_{12}^{ep2}}{C_{11}^{ep}}, \quad C_{ij}^{ep} = \frac{C_{ij}^{ep}C_{33}^{ep} - C_{i3}^{ep}C_{j3}^{ep}}{C_{11}^{ep}} \tag{22a)(22b)(23}$$

$$C_{ij}^{ep} = \frac{E}{1+\nu} \left[ \delta_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ii}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{jj}} \left/ \left( 2k^2\sigma_y^2 \left( 3 + 2 \frac{E_t(1+\nu)}{E-E_t} \right) \right) \right. \right] \tag{24}$$

이상으로부터 축대칭의 국부좌굴해석모델에서 가정한 평면응력장의 응력과 변형의 구성관계가 유도된다.

### 3. 반복 축력을 받는 원형강관의 국부좌굴 이력거동

국부좌굴에 의해 내력이 저감하는 것은 국부좌굴변형에 의한 기하학적 비선형에 의해 생기는 것이며, 소재의 응력-변형도 관계가 감소구배를 나타내기 때문에 생기는 것은 아니다. 소재의 응력-변형도 관계에는 감소형의 복원력특성을 부여하지 않고 재료시험으로부터 얻을 수 있는 감소구배가 없는 응력-변형도 관계를 이용해, 부재에 생기는 국부좌굴변형에 의한 기하학적 비선형을 고려한 국부좌굴 모델화를 수행한다면 국부좌굴에 의한 부재의 내력감소거동은 역학의 원칙에 따라 명확하게 파악될 수 있을 것이다.

#### 3.1. 축력과 탄소성힌지 회전각의 증분관계

그림 5의 2개의 탄소성 변형영역에 작용하는 모멘트의 평형조건식으로부터 다음의 증분관계를 얻는다.

$$dM_a + dM_c - l(\theta_{ac}dN_\phi + N_\phi d\theta_{ac}) - ldQ_c + \sum_{k=1}^{n_q} (dq_{ak}l_{\beta ak}) = 0 \tag{25a}$$

$$dM_c + dM_b - l(\theta_{bc}dN_\phi + N_\phi d\theta_{bc}) - ldQ_c + \sum_{k=1}^{n_q} \{dq_{bk}(l - l_{\beta bk})\} = 0 \tag{25b}$$

식(10)에 의해 각 탄소성힌지에 있어서의 무차원화 모멘트증분  $dm_a$ ,  $dm_c$ ,  $dm_b$ 가 무차원화 축력증분  $dn_\phi$ 와 탄소성힌지의 회전각증분  $d\theta_{ac}$ ,  $d\theta_{ca}$ ,  $d\theta_{bc}$ ,  $d\theta_{cb}$ 을 이용해서 나타내어진다. 그리고 각 탄소성힌지의 회전각증분과 절점 B위치에서의 반경방향변위  $r_B$ 의 관계와 식(25)을 이용하면, 무차원화축력증분  $dn_\phi$ 은 절점A에 있어서의 탄소성힌지 회전각증분  $d\theta_{ac}$ 으로 나타내는 것이 가능하다.

#### 3.2. 축방향 변형증분과 탄소성힌지의 회전각 증분 관계

국부좌굴영역의 축방향변형증분  $du_\phi$ 는 4개의 탄소성힌지의 축방향변형증분( $du_{nac}$ ,  $du_{hca}$ ,  $du_{hcb}$ ,  $du_{hbc}$ ), 2개의 탄소성변형영역의 축방향변형증분의 합( $du_{ca}$ ,  $du_{cb}$ ) 및 2개의 탄소성변형영역의 회전에 의한 기하학적인 축방향변형증분( $du_{ra}$ ,  $du_{rb}$ )에 의해 나타내어진다.

탄소성힌지의 축방향변형은 식(11)로 나타내어진다. 식(11)에 있어서  $E_{t0}$ 는 직선재의 접선계수이고, 축력에 의해 결정하는 값이다. 따라서 국부좌굴영역의 탄소성힌지에 이용하는 경우는 우선 국부좌굴영역 단위폭당의 축력  $N_\phi$ 을 그 단면적으로 나누어 응력을 구하고, 그 응력과 응력-변형률관계로부터 접선계수를 구해 식(11)의  $E_{t0}$ 에 대입한다. 즉 국부좌굴영역의 4개의 탄소성힌지에 식(11)을 이용하면, 탄소성힌지의 접선계수  $E_{ti1}$ ,  $E_{ti2}$ 와 접선계수  $E_{t0}$ 에 의해 결정하는 계수를  $\nu_n$ ,  $\nu_\theta$ 로 하면 이하의 관계를 얻는다.

$$du_{nac} = \nu_{nac}dn_\phi + \nu_{\theta ac}d\theta_{ac}, \quad du_{hca} = \nu_{nca}dn_\phi + \nu_{\theta ca}d\theta_{ca} \tag{26a)(26b}$$

$$du_{hcb} = \nu_{ncb}dn_\phi + \nu_{\theta cb}d\theta_{cb}, \quad du_{hbc} = \nu_{nbc}dn_\phi + \nu_{\theta bc}d\theta_{bc} \tag{26c)(26d}$$

각 탄소성힌지의 축방향변형증분은 절점A의 탄소성힌지회전각증분  $d\theta_{ac}$ 와 무차원화 축력증분  $dn_\phi$ 에 의해

표현가능하다. 탄소성변형영역의 축방향 변형률증분의 합은 다음 식으로 주어진다.

$$du_{ea} = \sum_{k=1}^{n_q} (l_{\alpha} d\epsilon_{xak}), \quad du_{eb} = \sum_{k=1}^{n_q} (l_{\alpha} d\epsilon_{xbk}) \quad (27a)(27b)$$

여기에서  $d\epsilon_{xak}, d\epsilon_{xbk}$ 는  $n_q$ 개로 분할한 2개의 탄소성변형영역의 축방향변형률증분이다( $k=1\sim n_q$ ). 식(21)의 관계로부터 축방향변형률증분  $d\epsilon_{xak}, d\epsilon_{xbk}$ 는 축력증분  $dn_{\phi}$ 와 원주방향변형률증분  $d\epsilon_{\theta ak}, d\epsilon_{\theta bk}$ 을 이용해서 나타내는 것이 가능하다. 한편  $d\epsilon_{\theta ak}, d\epsilon_{\theta bk}$ 는 절점A의 탄소성의 한지의 회전각증분  $d\theta_{ac}$ 과 국부좌굴영역의 단위폭당의 무차원화 축력증분  $dn_{\phi}$ 을 이용해서 표현가능하기 때문에 탄소성변형영역의 축방향변형률증분의 합은 절점A의 탄소성한지의 회전각증분  $d\theta_{ac}$ 와 국부좌굴영역의 단위폭당의 무차원화 축력증분  $dn_{\phi}$ 에 의해 표현가능하다.

국부좌굴영역의 회전에 의한 기하학적인 축력변형증분은 다음 식으로 나타내어진다.

$$du_{ra} = l\theta_{ac}d\theta_{ac}, \quad du_{rb} = l\theta_{bc}d\theta_{bc} \quad (28a)(28b)$$

식(28b)도  $d\theta_{ac}$ 와  $dn_{\phi}$ 에 의해 나타내는 것이 가능하다.

이상과 같이, 국부좌굴영역의 축방향변형증분  $du_{\phi}$ 는 절점A의 탄소성한지의 회전각증분  $d\theta_{ac}$ 와 국부좌굴영역의 무차원화 축력증분  $dn_{\phi}$ 에 의해 표현가능하다. 따라서 앞 절과 이 절에서 구한 탄소성한지의 회전각증분  $d\theta_{ac}$ 와 국부좌굴영역의 무차원화 축력증분  $dn_{\phi}$ 의 관계로부터 탄소성한지의 회전각증분  $d\theta_{ac}$ 을 소거하면, 무차원화 축력증분  $dn_{\phi}$ 와 축방향변형증분  $du_{\phi}$ 의 관계를 얻을 수 있다.

### 3.3. 해석모델에 있어서 고려점

해석모델에 있어서 국부좌굴과의 길이는 국부좌굴의 진행에 따라 변화하지만 이 해석에서는  $\partial(2l dn_{\phi}/du_{\phi})/\partial l=0$ 으로부터  $l$ 을 얻을 수 있으며, 또한 국부좌굴 해석모델의 분할수에 따른 해석결과를 평가할 필요가 있다.

## 5. 결론

본 논문에서는 냉간성형 원형강관부재를 대상으로 하여, 원형강관에 발생하는 국부좌굴 중에서 가장 단순한 경우인 축대칭 국부좌굴에 대하여 축하중만이 작용하는 탄소성거동을 표현가능한 축대칭 국부좌굴 해석모델의 제안 및 그 축력과 축방향 변형의 관계를 유도하였다.

### 참고문헌

- Stephen P. Timoshenko(1910) einige Stabilitats probleme der Elastizitats theorie, *Z.Math Physik*, Bd. 52, pp.337-386
- T. von Karman, H. S. Tsien(1941) The Buckling of Thin Cylindrical Shells Under Axial Compression, *Journal Aeronautical Science*, Vol. 8, pp.303-312
- F.R. Shanley(1947) Inelastic Column Theory, *Journal Aeronautical Science*, 14, No. 5, pp.216-268
- L. H. Donnell, C. C. Wan(1960) Effect of Imperfections on Buckling of Thin Cylinders and Columns Under Axial Compression, *J. Appl. Mech.*, Vol. 17, pp.73-83
- G. Gerard(1956) Compressive and Torsional Buckling of Thin Wall Cylinders in Yield Resion, *NACA Tech Note 3726*
- W. Prager(1959) The Theory of Plasticity, A Survey of Recent Achievement, *Proc. of Inst. Mech. Eng.*, Vol. 253, pp.542-562
- S. C. Battenman(1965) Plastic Buckling of Axially Compressed Cylindrical Shells, *AIAA Journal*, pp. 316-325
- 安井信行, 井上一朗(1993) 軸壓縮力を受ける円形鋼管の塑性局部座屈後舉動に關する研究, *日本建築學會構造系論文報告集*, 第446号, pp.117-126
- 이상주, 한상윤(2005), H형 단면 보의 재하실험 및 극한해석을 통한 국부좌굴 구속법에 관한 연구, *대한건축학회, 대한건축학회 논문집(구조계)*, v.21 n.9, pp.63-71