

막 구조물의 측지선 탐색과 재단도 작성에 관한 연구

A Study on The Search of Geodesic Line and Cutting Pattern Generation of Membrane Structures

전진형* · 정을석** · 손수덕*** · 김승덕****

Jeon, Jin-Hyung · Jeong, Eul-Seok · Shon, Su-Deok · Kim, Seung-Deog

ABSTRACT

Membrane structures, a kind of lightweight soft structural system, are used for spatial structures. The design procedure of membrane structures are needed to do shape finding, stress-deformation analysis and cutting pattern generation, because the material property has strong axial stiffness, but little bending stiffness. The problem of cutting pattern is highly varied in their size, curvature and material stiffness. So, the approximation inherent in cutting pattern generation methods is quite different. Therefore the ordinary computer software of structural analysis & design is not suitable for membrane structures.

In this study, we develop the program for cutting pattern generation using geodesic line, and investigate the result of example's cutting pattern in detail.

Keywords : Membrane Structures, Double Curved Surface, Geodesic Line, Cutting Pattern, Loss-Ratio

1. 서론

막 구조물은 3차원 공간에서 곡면을 따라 형성되는 구조물이므로 막 체의 제작을 위해 곡면을 평면에서 재현하는 재단도 작성과정이 필요하다. 공학적 관점에서 볼 때, 곡면은 전개 가능한 곡면과 전개 불가능한 곡면으로 나뉜다. 초기장력의 도입으로 평형상태에 이르는 막 구조물의 곡면은 일반적으로 전개가 불가능한 이중 곡률 곡면이며, 곡면을 평면으로 재단하는 데에는 신축을 동반하는 가공이 필요하다.

재단도는 사용 막재의 소비를 줄이기 위해 곡면상의 2점을 잇는 최단거리인 측지선을 이용하여 작성하게 된다. 이러한 측지선을 이용한 연구는 Barnes, Gründig, Moncrieff, Ishii등에 의해 발견을 하였으며, Tabarrok, Qin 등은 삼각형 세변의 길이가 같아야 한다는 조건을 이용하여 재단도를 구하는 방법으로 최소지승법을 이용하였다.(Ishii, 1972; Moncrieff의 1인, 1990; Barnes의 1인, 1991; 坪田張二, 1991; Tabarrok와 Qin, 1993;

* 학생회원 · 세명대학교 건축공학과, 석사과정 E-mail: jinhyung@semtung.ac.kr
 ** 정회원 · 세명대학교 건축공학과, 공학석사 E-mail: kara_ra@semtung.ac.kr
 *** 정회원 · 경북대학교 건축공학과, 공학박사 E-mail: sdshon@hotmail.com
 **** 정회원 · 세명대학교 건축공학과, 부교수 E-mail: sabinus@semyung.ac.kr

Grüding의 2인, 1996; 권택진의 4인, 1999) 그리고, Phelan과 Haber에 의해 전개도로부터 초기장력에 의해 발생하는 신율을 고려한 연구가 최초로 보고되어 졌으며, Yagi, Ohmori등은 해석시의 막응력 분포와 실제 발생하는 막응력 분포간의 최적화 방법에 대한 연구를 제안하였다.(Plelan와 Haber, 1986; Yagi와 Ohmori, 1998)

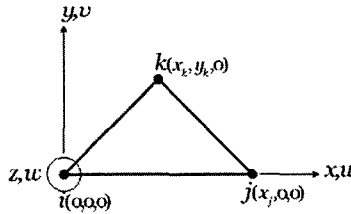
Tsubota는 Harber와 다르게 초기형상을 기준으로 초기 재단도를 작성한 후 응력분포의 평가를 수행하였고 전개도를 내·외부 요소로 나누어 초기평형형상의 응력분포에 근접한 재단도 해석을 수행하였다.(坪田張二, 1991)

이와 같이 막 구조물은 다른 일반적인 구조와는 달리 형상해석, 응력변형해석 그리고 재단도 작성 등의 일련의 과정을 설계 시에 필요로 하게 된다. 따라서 일반적으로 이용되고 있는 범용 구조해석·설계 프로그램은 막 구조물의 적용에는 부적당하며, 이러한 특수 구조물의 설계 및 시공을 위해 별도의 구조해석 프로그램 및 재단도 작성 프로그램이 필요하다.(Kim Jae-Yeol의 1인, 2002; 김승덕의 3인, 1998)

본 연구에서는 막 구조물의 초기장력으로 평형상태에 도달한 곡면의 형상데이터를 바탕으로 축지선을 이용한 재단도 작성 프로그램 NASScut을 개발하여 적용결과와 재단 패턴에 따른 막 재의 손실률을 비교·검토하는데 목적이 있다. 막 구조물의 초기형상해석에서 사용되는 삼각형 요소는 요소들의 부분집합을 구하여 축지선을 탐색하는 방법을 제시하며, 탐색된 축지선을 이용하여 이중 곡률 곡면에 대한 재단도 작성을 한다. 막 재의 손실률을 살펴보기 위해서 카테나리 곡면과 HP형 곡면에 대해 요소를 이용한 경우와 재단 방향에 따른 손실률도 함께 살펴보고, 곡면의 곡률에 대한 변화를 고찰한다.

2. 초기형상결정과 곡면상의 축지선

본 연구에서 사용되는 요소는 그림 1의 3절점 3각형 요소를 사용하며, 정의되는 절점 자유도는 식(1)과 같이 한 절점에 3개의 자유도를 가진다.



요소좌표계 x, y, z

그림 1 막요소의 요소좌표계

$$d_x = \{d_{xi} \ d_{xj} \ d_{xk}\}^T, \quad d_y = \{d_{yi} \ d_{yj} \ d_{yk}\}^T, \quad d_z = \{d_{zi} \ d_{zj} \ d_{zk}\}^T \quad (1)$$

기하학적 비선형성을 고려하기 위해서 식(2)와 같은 비선형 항이 포함된 변형도-변위관계식을 채택하며, 가상일의 원리를 이용하여 증분방정식을 유도하면 식(3)과 같다. 초기형상의 결정은 증분방정식을 이용하여 구조물의 평형상태를 구하는 것이며, 방정식에서 r 은 고차항의 생략 등으로 발생하는 불평형력을 나타낸다.

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

$$f - r = [k_E + k_G] d \tag{3}$$

여기서,

$$r = A_m h_m \cdot A^T \sigma^{(0)} - f^{(0)}$$

$$k_E = A_m h_m [A^T E A], \quad k_G = A_m h_m [\sigma_x^{(0)} B^T B + \sigma_y^{(0)} C^T C + \tau_{xy}^{(0)} (B^T C + C^T B)]$$

중분방정식을 이용한 결정된 초기형상의 정보는 평형상태에 이른 막 구조물 곡면의 절점 좌표이며, 등장력을 이루는 곡면이 된다. 초기장력의 도입으로 안정화 된 막 구조물 곡면은 주로 이중 곡률을 가지며, 이중 곡률을 가진 3차원 곡면의 경우 2차원 평면으로 전개하는 것은 불가능하다. 따라서 구조물의 건조를 위해서는 최소의 오차를 가진 평면의 재단도를 구성해야만 한다.

재단도 작성의 문제는 일반적으로 다음과 같이 정의할 수 있다. 그림 2와 같이 곡면 S가 주어졌을 때, n개의 스트립을 원소로 하는 집합 S'가 원래의 곡면 S와 최소의 오차를 가지도록 분할하는 것이다. 곡면 위에 존재하는 두 점을 잇는 최단거리인 측지선은 평면으로 전개한 경우에 직선으로 되려는 성질이 있고, 삼각형 요소를 사용한 측지선의 조건은 그림 3에서 보는바와 같이 $\angle ACj$ 와 $\angle BCm$ 이 같다는 것이다.

삼각형 요소로 구성된 곡면에서 한 요소는 평면을 이룬다. 이는 평면의 조합으로 구성된 곡면은 요소경계면의 적절한 분리를 이용하여 기하학적으로 평면으로 펼칠 수 있다는 것을 의미한다.

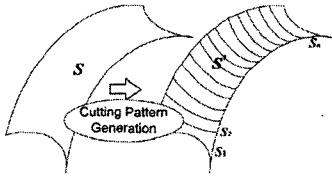


그림 2 재단도 생성의 개념

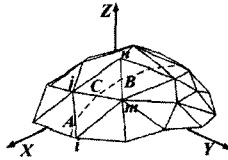


그림 3 요소 곡면의 측지선 조건

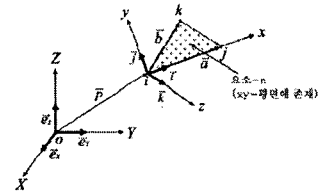


그림 4 삼각형 막 요소의 좌표계

각 좌표계 간의 관계를 살펴보기 위해 전체좌표계를 X, Y, Z, 요소좌표계를 x, y, z라 하고, 그림 4와 같이 각 좌표계에서의 단위 벡터를 고려한다. 여기서 전체 좌표계에서 절점 i, j, k의 좌표를 식(4)와 같이 나타낸다.

$$X_i = \{X_i \ Y_i \ Z_i\}^T, \quad X_j = \{X_j \ Y_j \ Z_j\}^T, \quad X_k = \{X_k \ Y_k \ Z_k\}^T \tag{4}$$

\vec{ij}, \vec{ik} 벡터를 a, b로 하고, 식(4)를 이용하면,

$$a = X_j - X_i, \quad b = X_k - X_i \tag{5}$$

윗 식을 이용하면 i, j, k는 다음과 같다.

$$i = \frac{a}{|a|}, \quad k = \frac{a \times b}{|a \times b|}, \quad j = k \times i \tag{6}$$

벡터연산 관계를 고려하여, i, j, k를 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} i \\ j \\ k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_X & \lambda_Y & \lambda_Z \\ \mu_X & \mu_Y & \mu_Z \\ \nu_X & \nu_Y & \nu_Z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_X \\ e_Y \\ e_Z \end{Bmatrix} \quad (7)$$

여기서,

$$\lambda_X = \frac{X_j - X_i}{l_{ij}}, \lambda_Y = \frac{Y_j - Y_i}{l_{ij}}, \lambda_Z = \frac{Z_j - Z_i}{l_{ij}}, \nu_X = \frac{\Delta_X}{\Delta}, \nu_Y = \frac{\Delta_Y}{\Delta}, \nu_Z = \frac{\Delta_Z}{\Delta}$$

$$\mu_X = \lambda_Z \nu_Y - \lambda_Y \nu_Z, \mu_Y = \lambda_X \nu_Z - \lambda_Z \nu_X, \mu_Z = \lambda_Y \nu_X - \lambda_X \nu_Y$$

$$l_{ij} = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2}, \Delta = \sqrt{\Delta_X^2 + \Delta_Y^2 + \Delta_Z^2}$$

위의 좌표변환행렬을 이용하면 요소좌표계와 전체좌표계간의 좌표 값을 변환할 수 있다. 즉, 3차원 절점좌표를 2차원의 요소에 대한 값으로 재 표현할 수 있다.

평면(Pn)을 구성하기 위해서는 한 요소와 다른 한 요소간의 상대적인 2차원 좌표 값이 필요하다. 이때 평면상의 하나의 요소가 다른 하나의 요소와 경계면에서 만날 때 경계면 외의 한 절점 값을 알기 위해서는 요소가 접하는 면의 각도와 이동거리를 구하여야 한다. 따라서 한 요소를 기준으로 다른 한 요소에 대한 상대좌표를 고려하면 그림 5와 같이 표현할 수 있다. 그림에서 두 요소가 접하는 면의 기준 되는 요소 경계면을 벡터 \mathbf{a}_1 , 인접요소의 접하는 면을 벡터 \mathbf{a}_2 라 하면, 경계면 상에 존재하지 않는 점 \mathbf{k}_2 가 기준이 되는 요소의 좌표계에서 놓여질 수 있는 좌표는 식(8)과 같다.

$$\begin{Bmatrix} x_m \\ y_m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 \\ -T_2 & T_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_m - x_k \\ y_m - y_k \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \end{Bmatrix} \quad (8)$$

여기서,

$$T_1 = \cos \theta \cos \Phi + \sin \theta \sin \Phi, \quad T_2 = \cos \theta \sin \Phi - \sin \theta \cos \Phi$$

기준 되는 한 요소와 인접한 다른 요소들이 2차원 공간에서 경계조건을 만족하여 형성된 평면(Pn)들이 평면상에 전체곡면을 재배치하기 위해서는 그림 6과 같이 평면(Pn)들 간의 연결면이 필요하게 되며, 연결면은 평면(Pn) 내의 임의의 한 요소경계면이 된다. 이때 곡면위의 축지선은 그림 6의 Line 1과 2처럼 하나의 직선으로도 존재하지만, Line 3과 4처럼 전체집합영역의 외부경계면을 지날 경우 직선은 통과하는 평면(Pn)의 개수만큼 분할된다.

그러나 연결면의 선택에 따라서 분할된 직선은 Line 2와 같이 직선의 형태를 취할 수 있다. 따라서 평면 요소로 구성된 곡면에 존재하는 축지선은 평면의 조합이나 연결면의 조정을 통하여 Line 1이나 2와 같은 상태의 축지선을 가지는 평면(Pn)을 얻을 수 있다. 그러므로 축지선을 찾는 문제는 곧 구하고자 하는 축지선이 Line 1이나 2와 같은 상태의 평면(Pn)을 구성하는 문제가 되며, 평면(Pn)에 분할되지 않고 하나의 직선으로 나타나는 축지선은 요소의 상대적인 절점좌표 값을 이용하여 공간상의 위치정보를 얻을 수 있다.

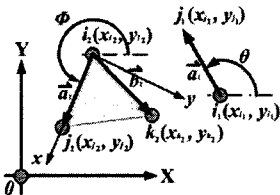


그림 5 인접한 요소의 좌표값

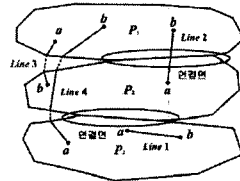


그림 6 평면(Pn)과 축지선

3. 재단도 작성과 막재의 손실률

3.1 카테나리 곡면

재단도 작성용 가상모델은 그림 7과 같은 외부원의 반지름이 500cm, 내부원의 반지름이 100cm, 그리고 높이 229.24cm의 카테나리 곡면이다. 재단도 작성을 위한 형상정보는 형상해석결과를 기초로 작성되며, 해석은 대칭성을 고려하여 1/4만 해석영역으로 하여 재단도를 작성하였다.

해석된 초기형상을 기초로 그림 8에 두 가지 재단도 작성용 가상모델을 설정하며, 각 모델 별 재단형태를 살펴본다. 가상모델에 대해서 간략히 설명하면, Model 1은 위선방향 요소선 경계를 이루는 스트립을 10개로 구성하였고, Model 2는 위선방향 축지선을 이용하여 Model 1과 동일한 방법으로 스트립을 구성하였다.

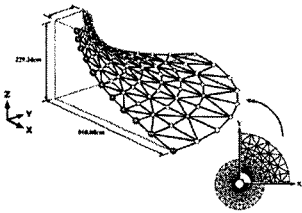
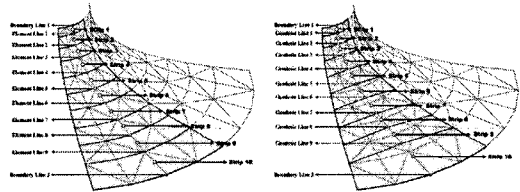


그림 7 카테나리 곡면의 형상 및 해석범위



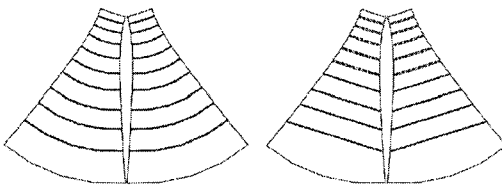
(a) Model 1 (b) Model 2

그림 8 재단도 작성용 가상모델

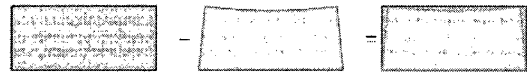
표 1 카테나리 곡면의 초기 입력데이터

Thickness	Young's Modulus - Membrane	Poisson's Ratio
$t = 0.1\text{cm}$	$E \cdot t = 800\text{kg/cm}$	$\nu_{zy} = \nu_{yz} = 0.7$

가상모델을 대상으로 재단도를 작성한 결과를 그림 9에 나타내었다. 여기서 나타낸 결과는 해석영역의 전체 재단도를 모델에 따라 작성 한 것이다. 그림에서 볼 때 Model 1은 Model 2보다 스트립 경계면의 곡률이 크다는 것을 쉽게 알 수 있다.



(a) Model 1 (b) Model 2
그림 9 재단도 작성 결과



(a) 막재료 면적 (b) 스트립 면적 (c) 손실면적
그림 10 막 재료 면적과 손실면적

가상모델별 사용 막재의 소비량에 대한 손실률을 알아보기 위해 그림 10과 같이 스트립의 형상을 포함하는 최소의 사각형을 소비될 막재 면적으로 가정하였고, 손실률은 막재 면적에 대한 손실면적의 차이를 이용하여 계산하였다. 가상모델의 각 스트립별 손실률 결과는 표 2, 표 3과 같다.

Model 1의 경우 최대 손실률은 32.32%로 9번 스트립에서 나타났다. 그리고 Model 2의 경우는 4번 스트립에서 11.55%의 최대 손실률을 보였다.

표 2 재단도의 스트립 별 손실률 (Model 1)

Strip No.	막재료 면적 (cm ²)	스트립 면적 (cm ²)	손실면적 (cm ²)	손실률 (%)
1	1879.04	1791.21	87.84	4.67
2	2689.11	2354.52	334.59	12.44
3	3706.67	3025.30	681.37	18.38
4	6034.49	4719.00	1315.48	21.80
5	8266.20	6192.12	2074.08	25.09
6	11226.71	8128.04	3098.67	27.60
7	16551.88	11814.18	4737.70	28.62
8	20186.95	13740.85	6446.10	31.93
9	28146.32	19050.06	9096.27	32.32
10	48204.68	33834.10	14370.58	29.81

표 3 재단도의 스트립 별 손실률 (Model 2)

Strip No.	막재료 면적 (cm ²)	스트립 면적 (cm ²)	손실면적 (cm ²)	손실률 (%)
1	1814.09	1745.48	68.61	3.78
2	2432.82	2237.30	195.52	8.04
3	3154.40	2838.52	315.88	10.01
4	4960.18	4387.03	573.14	11.55
5	6403.10	5694.80	708.30	11.06
6	8269.67	7440.78	828.89	10.02
7	11951.12	10783.48	1167.64	9.77
8	13626.85	12507.22	1119.63	8.22
9	18848.11	17326.62	1521.49	8.07
10	48185.71	39686.72	8499.00	17.64

그림 11은 Model 1과 Model 2의 경선방향 곡률에 따른 스트립별 손실률 변화를 나타낸 곡선이고, 여기서 실선은 카테나리 곡면의 위선방향 곡률의 변화이다. 그림에서 볼 때 손실률 변화는 요소선을 이용한 Model 1의 경우는 계속 증가하지만 축지선은 스트립 4번에서 최고의 손실률을 나타내고 다시 감소한다. 이것은 요소선과 축지선간의 곡률차가 가장 클 때임을 그림 12를 통해 알 수 있다.

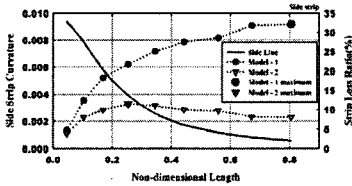


그림 11 스트립의 손실률 곡선

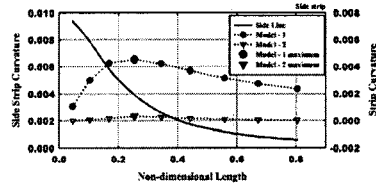


그림 12 스트립 경계면 곡률 변화

3.2 케이블 보강 HP형 곡면

카테나리 곡면과 더불어 막 구조물 관련 논문이 많이 다루어지는 HP형 곡면을 두 번째 해석모델로 채택 하며, 곡면의 외부경계면은 케이블로 보강된 조건을 부여한다. 해석대상모델은 그림 13에서 보는 것과 같이 대칭이므로 1/2만을 재단도 작성영역으로 하며, 모두 10개의 스트립으로 나눈다. 곡률에 따른 재단도 작성 결과를 살펴보기 위해 모서리의 고저차가 100cm (Model 1), 200cm (Model 2), 300cm (Model 3), 400cm (Model 4), 500cm (Model 5)의 다섯 가지 모델을 채택한다. 또 재단도는 각 모델에서 요소선을 이용하는 Type 1과 축지선을 이용하는 Type 2로 나누며, 두 Type에 대해 막재의 손실률을 비교 한다.

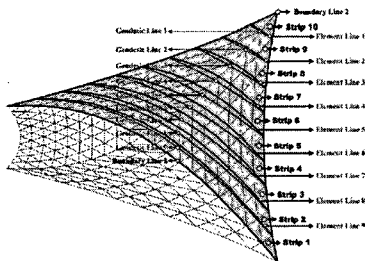
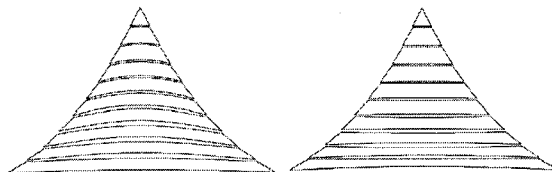


그림 13 HP형 곡면의 재단도 작성용 가상모델



(a) Type A (b) Type B
그림 14 HP형 곡면의 재단도 (Model 5)

각 모델 별 재단도에 대해 손실률을 계산하면 표 4와 같다. 재단도 손실률 결과표에서 볼 때, 모서리의 고저 차이가 적은 모델 즉, 곡면의 곡률이 상대적으로 작은 Model 1에서 각 Type 별 최소 손실률을 보였으며, 곡률이 커질수록 손실률은 증가한다. 또 요소선 스트립인 Type 1 보다 측지선 스트립인 Type 2가 더 작은 손실률을 보인다. 이와 같은 결과는 곡면의 곡률이 작을수록, 또 측지선을 이용하는 재단도일 경우가 손실률이 낮아지는 것을 의미하며, 더 경제적인 재단도가 된다.

표 4 HP형 곡면의 재단도 손실률 비교

Model		막재료면적 (cm ²)	스트립면적 (cm ²)	손실면적 (cm ²)	손실률 (%)
1	Type A	289874.79	217340.67	72534.12	25.023
	Type B	239625.80	213994.40	25631.40	10.696
2	Type A	311338.87	221967.09	89371.78	28.706
	Type B	253824.42	221988.23	31836.19	12.543
3	Type A	346467.04	228408.52	118058.53	34.075
	Type B	268963.37	228458.56	40504.81	15.060
4	Type A	413959.02	260411.47	153396.11	37.092
	Type B	305256.34	250826.50	54429.84	17.831
5	Type A	456477.75	247506.66	208971.09	45.779
	Type B	313266.68	247658.50	65608.18	20.943

4. 결론

본 논문에서는 재단도 작성용 형상을 결정하기 위해 기하학적 비선형성을 고려한 증분방정식을 유도하였으며, 삼각형 요소로 구성된 이중 곡률을 가진 곡면의 측지선을 찾는 방법에 대하여 기술하였다. 개발된 프로그램 NASScut을 이용하여 카테나리 곡면과 HP형 곡면에 적용한 결과 아래와 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 삼각형 요소로 이루어진 이중 곡률을 가진 곡면은 요소의 부분평면조합을 통해 요소 곡면상의 두 점에 대한 측지선을 구할 수 있다. 이것은 부분평면조합내의 직선이 요소 곡면상의 측지선이 되는 조건을 모두 만족하기 때문이다.
- 2) 재단도 생성에 있어서 측지선을 이용하여 구한 재단도가 해석요소를 이용한 재단도의 경우보다 스트립 경계면의 곡률은 낮아지고, 막재의 손실률 또한 낮아진다.
- 3) 막 구조물은 구조물의 곡률이 클수록 막재의 손실률은 커지며 곡률이 큰 모델일수록 측지선을 이용한 재단도가 더 경제적이다. 해석 예에서 볼 때, 요소선의 곡률과 측지선의 곡률차가 가장 큰 부분에서 최대 손실률을 보였다.

감사의글

본 연구는 “건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁시행 한 2003년도 건설기술기반구조사업 (03기반기술C32)”에 의해 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- Ishii K., On developing of curved surfaces of pneumatic structures, Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures(IASS), Deft, Netherlands, 1972
- Haug, E., Numerical design and analysis of lightweight structures, Air-supported structures, The state of the Art, Inst. Struct. Engineers, 1980
- Piclan, D. G. and Haber, R. B., An Integrated Desing Method for Cable-Reinforced Membrane Structures, Shells, Membrane and Space Frames, Proceedings IASS Symposium, Osaka, 1986, Vol. 2, pp.119-125
- E. Moncrieff and B. H. V. Topping, Computer methods for the generation of membrane cutting patterns, Computer & Structures Vol.37, No.4, 1990, pp.441-450
- Ong C. F., Wakefield D. and Barnes M. R., Interactive graphic CAD for tension structures, Computer and Structures, Vol.41, No.6, 1991, pp.1305-1312
- 坪田張二, 膜構造の竣工釣り合状態と最適裁断圖の決定法, 博士學位論文, 京都大學, 1991
- Tabarrok, B. and Qin, Z., Form Finding and Cutting Pattern Generation for Fabric Tension Structures, Microcomputer in Civil Enginee-ring 8, Elsevier Science Pub. Ltd, 1993, pp.377-384
- L. Gründig, L. Ekert and E. Moncrieff, Geodesic and semi-geodesic line algorithms for cutting pattern generation of architectural textile structures, Proc. Asia-Pacific Conference on Shell and Spatial Structures, May21-25, China, IASS, 1996, pp.435-443
- C. Y. Lai, Z. You and S. Pellegrino, Shape of deployable membrane reflectors, Journal of Aerospace Engineering, July, 1998, pp.73-80
- Yagi, T. and Ohmori, H., A New Approach For Cutting Pattern Analysis of Membrane Structures, Proceeding of the IASS-LAS98 Conference, Australia, Sydney, Vol. 2, 1998, pp.895-910
- Guoxin Yu, Nicholas M. Patrikalakis and Takashi Mackawa, Optimal development of doubly curved surface, Computer Aided Geometric Design, 17, 2000, pp.545-577
- J. I. Alvaro and C. Otero, Designing optimal spatial meshes : Cutting by parallel trihedra procedure, Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS), Vol.41(133), 2000, pp.101-110
- Jae-Yeol Kim and Jang-Bog Lee, A new technique for optimum cutting pattern generation of membrane structures, Engineering Structures, 24, 2002, pp.745-756
- 김승덕, 손수덕, 조병욱, 손승철, 비선형 해석프로그램 NASS-98을 이용한 연성 막구조물의 구조설계에 관한 연구, 대한건축학회학술발표논문집, 제18권 제2호, 1998, pp.27-32
- 권택진, 서삼열, 김재열, 이장복, 최호, 막 구조물의 최소자승법을 이용한 재단도 해석에 관한 연구, 대한건축학회논문집 구조계, 15권, 7호, 통권 129호, 1999, pp.29-36
- 배종효, 한상을, 측지선 알고리즘을 이용한 막 구조물의 재단도 생성, 대한건축학회논문집, 구조계, 제16권 12호, 2000.12, pp.33-40