

# 직교 이방성 재료 파형 암거의 탄성 좌굴 거동 특성

## Elastic Buckling Characteristics of Corrugated Culverts of Orthotropic Material

김 태 연\* · 한 택 희\*\* · 한 금 호\*\*\* · 강 진 옥\*\*\*\* · 이 명 섭\*\*\*\*\* · 강 영 중\*\*\*\*\*

Kim, Tae-Yeon · Han, Taek-Hee · Han, Keum-Ho · Kang, Jin-Ook · Lee, Myeoung-Sub · Kang, Young-Jong

### ABSTRACT

The elastic buckling strength of a corrugated culvert made of orthotropic material such as FRP was evaluated. The height and length of a corrugated wave and the thickness of the culvert were considered as factors affecting the buckling strength of the culvert. And also, the ratio of the longitudinal stiffness and transverse stiffness was considered as the parameter affecting on the buckling strength of the used orthotropic material. Buckling strengths of various corrugated culvert models with different shapes and stiffness ratio were evaluated by FE analyses and a formula to estimate the elastic buckling strength was suggested from the regression with FE analysis results. Analysis results show that a corrugated culvert has superior buckling strength to a general flat pipe and the suggested formula estimates accurate buckling strength of the corrugated culverts made of orthotropic material.

*Keywords: Elastic Buckling, Corrugated Culverts, Orthotropic Material.*

### 1. 서 론

구조물은 시대가 흐름에 따라 많은 변화를 거듭해 왔다. 고대에는 흙과 돌, 그리고 나무를 사용한 구조물이 오랜 기간 동안 건설되어 사용되었고 근대와 현재에 이르러서는 콘크리트와 철이 구조물의 주요 소재로 사용되고 있다. 최근에는 항공기나 선박 등에 주로 사용되었던 복합소재를 이용한 구조물이 연구 개발되고 있고, 더 많은 건설소재들이 개발되고 있으며, 새로 개발되는 소재들은 꾸준히 고강도화 되어왔다. 이와 같이

\* 고려대학교 사회환경시스템공학과 · 공학석사 E-mail : ktykorea@hotmail.com

\*\* 정희원 · 고려대학교 공학기술연구소 연구조교수 · 공학박사 E-mail : taekie@korea.ac.kr

\*\*\* 고려대학교 사회환경시스템공학과 박사과정 · 공학석사 E-mail : kumoh@korea.ac.kr

\*\*\*\* 삼성물산(주) 건설부문 토목기술팀 차장 · 공학박사 E-mail : jin.kang@samsung.com

\*\*\*\*\* 삼성물산(주) 건설부문 토목기술팀 부장 · 공학사 E-mail : ms2ce@samsung.com

\*\*\*\*\* 정희원 · 고려대학교 사회환경시스템공학과 교수 · 공학박사 E-mail : yjkange@korea.ac.kr

개발된 고강도 신소재로 최근에는 플라스틱 재를 사용한 복합소재(FRP)가 주요한 건설 재료로 주목받고 있다. 플라스틱으로 보강된 신소재인 FRP(Fiber Reinforced Plastic)는 CFRP(Carbon), AFRP(Aramid), GRP(Glass), 그리고 VFRP(Polyvinyl)로 분류되며, FRP는 초기에는 특정한 분야에 쓰였으나, 현재에는 많은 공학 분야에 걸쳐 전반적으로 그 사용성이 확대되고 있는 추세이다. 본 연구는 이러한 추세에 맞추어, 신소재 FRP를 사용한 지중 암거의 거동특성에 초점을 맞추고 있다. FRP는 다양한 형태로 제작될 수 있으며, FRP를 구성하는 재료는 일반적으로 섬유 30%, 모래 40%, 수지 30%로 구성되어있다. FRP는 고강도 재료 이면서 그 역학적인 특성을 매우 다양하게 제작할 수 있고, 시공성이 좋고 경제적이며 내식, 내마모성이 우수해 기존의 건설 재료들에 비해 많은 장점들을 가지고 있다.

한편, 재료의 중량이 줄어들고 강도가 고강도화 됨에 따라 구조물은 더욱 얇은 박판구조로 설계-시공되며, 이에 따라 구조물의 좌굴 문제가 더욱 중요하게 된다. 본 연구에서도 사용된 암거가 고강도 재료인 FRP를 사용하는 압축력이 지배 인자로 작용하는 구조물이기 때문에 좌굴 문제가 중요하게 된다. FRP를 이용한 중암거는 재료적으로 신소재를 사용함으로써 강도를 증진시킬 수 있지만 구조적으로 좌굴에 대한 안정성을 확보해야하는 구조물이라 할 수 있다. FRP의 장점에도 불구하고 FRP 구조는 국내외적으로 실제적이고 구체적인 연구가 전반적으로 부족한 실정이다. 따라서 FRP의 장점이 여러 가지 연구를 통하여 입증되고 있는 현 시점에서, FRP암거의 좌굴거동에 대한 연구가 수행된다면 시공성과 경제성, 안정성의 모든 면에서 매우 큰 의미가 있으며, 암거뿐 아니라 FRP 재료를 보다 폭넓은 건설재료로 사용하는 데 이바지할 것으로 판단되어서 연구를 수행하게 되었다. 따라서 본 연구에서는 좌굴거동에 영향을 미치는 영향 인자들 중에서도 지배적 인자 즉, 길이-원주방향별 탄성계수와 파형의 특성 등이 직교 이방성 파형 암거의 좌굴에 미치는 영향을 미치는 정성적, 정량적 영향을 고려하고자 한다.

## 2. 배경 이론

### 2.1 복합판의 일반 이론

전형적인 복합 적층판 구조의 해석을 위한 복합판에 대한 기본 가정은 다음과 같다.

- ① 판은 연속체이다. 즉, 판 내부에 공극이나 틈이 없다.
- ② 판은 선형 탄성 재료로서 거동한다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{11} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ 2\epsilon_{23} \\ 2\epsilon_{13} \\ 2\epsilon_{11} \end{Bmatrix} \quad (식 1)$$

여기서,  $\sigma_{ij}$  : stress components  
 $\epsilon_{ij}$  : strain components  
 $C_{ij}$  : material components (material stiffness coefficients)

첫 번째 가정은 거시 역학적으로 판의 거동(macromechanical behavior)을 고려하는 것이다. 만약 판의 내부에 균열이나 보강섬유의 파괴가 존재한다면 구성방정식(constitutive eq.)은 미시 역학적인(micromechanics) 방법으로 고려되어야 한다. 또한 두 번째 가정은 Hooke의 법칙이 유효하다는 것을 의미한다. 복합재료는 미시적인 관점에서 본다면 원칙적으로 균질한 재료가 아니나(heterogeneous), 거시적인 관점에서 본다면 균질한(homogeneous) 재료로 생각할 수 있으며, 일반적으로 직교이방성 재료로 해석된다. 직교이방성 재료의 구성방정식은 식 1과 같이 표현된다.

2.2 등분포 외부 압력(Uniform External Pressure)을 받는 링의 좌굴

강관에 등분포 압력이 작용할 때, 또 변형이 조금 일어난다고 볼 때, 강관의 등분포 압력 값은 조금 변형된 형태에서 강관이 평형상태를 유지하고 봄으로서 구할 수 있다. 그림 1에서 점선은 초기형태의 모습이고 실선은 등분포 압력이 작용했을 때의 형상이다. 여기서 미분방정식을 이용하여 좌굴 강도를 계산하면 식 2를 얻을 수 있다.

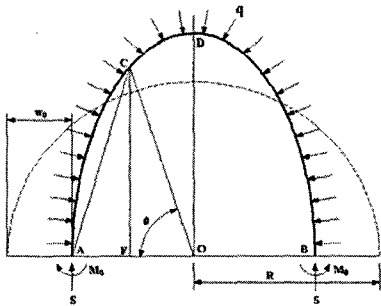


그림 1 반원에 등분포로 작용하는 압력

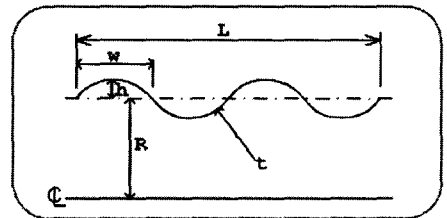


그림 2 파형 압거의 형상

$$q_{cr} = \frac{3EI}{R^3} \tag{식 2}$$

3. 직교 이방성 파형 압거의 유한요소 해석

3.1 개요

등방성 원형 압거의 경우 탄성 좌굴에 영향을 주는 변수는 반경과 두께의 비로 충분히 정의 할 수 있으나 직교 이방성 파형 압거의 경우 길이-원주 방향의 탄성계수 비(E2/E1), 두께-반경 비(t/R), 파고-반경 비(h/R), 파폭-파고 비(w/h)등 여러 가지 변수로 정의 할 수 있다. 본 연구에서는 이런 여러 변수에 따른 좌굴 강도의 변화를 관찰하고 분석하여, 직교 이방성 재료를 사용한 파형 압거의 좌굴강도식을 제안 하고자 한다.

3.2 해석 프로그램 검증

본 연구의 유한요소해석에 사용한 프로그램은 ABAQUS 6.5-1이며, Doubly Curved Thick Shell(S8R) 8 절점 요소를 사용하였다. 경계조건은 그림 3과 같이 line 1, 2에서 원주방향의 변위를 구속하고 길이방향의 회전을 막아 주었다. line 3, 4에서는 길이방향의 변위만을 구속하였다. 하중은 면에 수직으로 등분포하게 가했다. 해석 프로그램 검증결과 Timoshenko식에 의한 좌굴 강도와와의 차이가 0.66%로 신뢰할 수 있는 수준이

라 할 수 있다. 이로써 직교 이방성 판형 암거의 해석 시에 여기서 검증된 경계조건과 하중 조건을 사용 하였다.

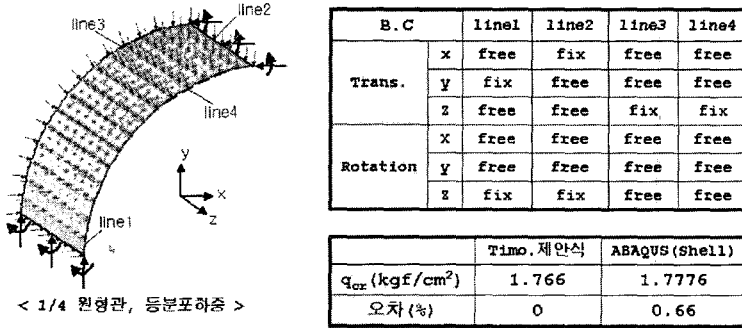
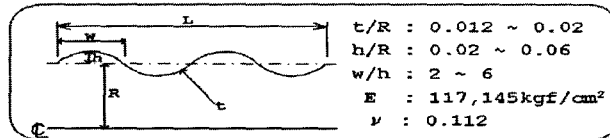


그림 3 사용 경계조건 및 이론식과의 차이

### 3.3 매개 변수의 결정

길이 방향의 수렴도 검토 결과를 이용 길이를 1cycle로 고정시켰다. 반경은 500mm로 제한하고 두께와 파고, 파폭을 변화 시키면서 해석을 수행 하였다. 또한 직교 이방성의 특징의 영향을 분석 하고자 길이-원주 방향의 탄성계수 비( $E_2/E_1$ ) 또한 다양하게 변화 시켰다. 두께-반경 비( $t/R$ )는 0.012~0.02까지 변화시키고, 파고-반경 비( $h/R$ )도 0.02~0.06까지 변화 시켰다. 파폭-파고 비( $w/h$ )는 2~6까지 변화 시켰다. 또한 길이-원주 방향의 탄성계수 비( $E_2/E_1$ )는 0.4~1.2까지 변화 시키면서 해석을 수행 하여 탄성계수 비의 변화에 따른 좌굴 강도의 변화를 분석하였다.



R (cm)	t (cm)	h (cm)	w (cm)					
50	0.6	①	②	③	④	⑤	⑥	
	0.7	1.5	3	4.5	6	7.5	9	
	0.8	2	4	6	8	10	12	
	0.9	2.5	5	7.5	10	12.5	15	
	1.0	3	6	9	12	15	18	

그림 4 매개 변수의 범위

### 3.4 유한요소 해석 결과

#### 3.4.1 두께 변화에 따른 탄성 좌굴 강도의 변화 ( $1/R$ - Buckling Strength Relationship)

등방성이며, 판형인 암거 모델의 두께 변화에 따른 탄성 좌굴 강도의 변화를 알아보기 위하여 유한 요소 해석을 실시하였다. 본 연구에서는 판형 주름의 형태를 Sine Curve를 사용하지 않고, 원의 일부인 호 (Circular)의 형상을 사용하여 해석 하였다. 또한 재료의 물성치로  $E=117,145\text{kgf/cm}^2$ ,  $\nu=0.112$ 를 사용하였다. 모델별 좌굴 모드를 그림 5에 나타내었다. 모델별 좌굴 모드는 모두 길이방향에 따라 변형이 일정한 2차원 좌굴 형태로 나타나 Timoshenko가 제시한 좌굴 모드와 일치함을 알 수 있다. 해석 결과, 등방성 재료 판형

압거의 탄성 전단 좌굴 강도는 두께( $t$ )에 비례함을 알 수 있었다. 또한 두께가 일정 할 때, 파폭이 넓어짐에 따라 좌굴 강도가 감소하고, 파고가 높아짐에 따라 좌굴 강도는 증가함을 알 수 있다.

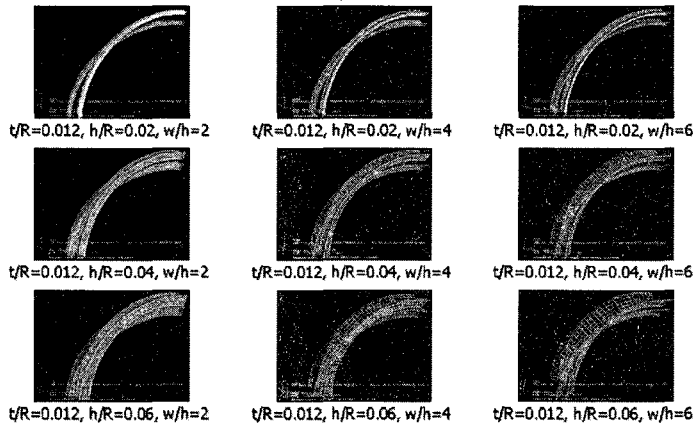


그림 5 단순보에 계속 지점 선정 기준

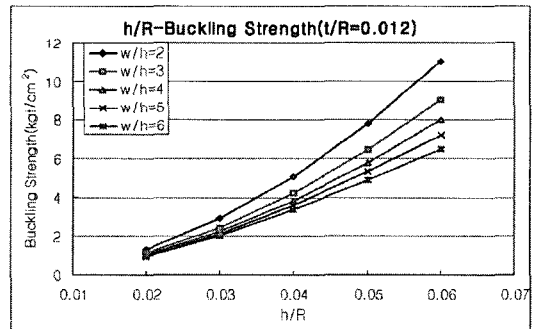
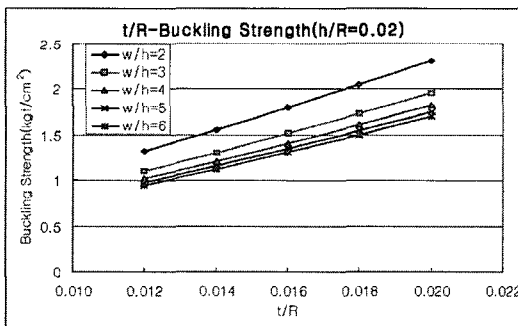


그림 6  $t/R$ -Buckling Strength Relationship ( $h/R=0.02$ )    그림 7  $h/R$ -Buckling Strength Relationship ( $t/R=0.012$ )

### 3.4.2 파형 크기 변화에 따른 탄성 좌굴 강도의 변화 ( $h/R$ - Buckling Strength Relationship)

등방성 재료 파형 압거의 탄성 전단 좌굴 강도는 파의 높이( $h$ )의 누승에 비례함을 알 수 있었다. 또한 파의 높이가 일정 할 때, 두께가 커짐에 따라 좌굴 강도가 증가하고, 파폭이 넓어짐에 따라 좌굴 강도는 감소함을 알 수 있다.

### 3.4.3 파형의 곡률 변화에 따른 탄성 좌굴 강도의 변화 ( $w/h$ - Buckling Strength Relationship)

등방성 재료 파형 압거의 탄성 전단 좌굴 강도는 파의 폭( $w$ )의 누승에 반비례함을 알 수 있었다. 또한 압거의 파폭과 파고의 비가 일정 할 때, 두께가 커짐에 따라 좌굴 강도가 증가하고, 파고가 높아짐에 따라 좌굴 강도는 증가함을 알 수 있다.

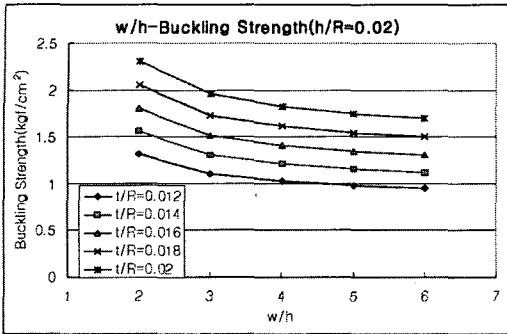


그림 8 w/h-Buckling Strength Relationship (h/R=0.02)

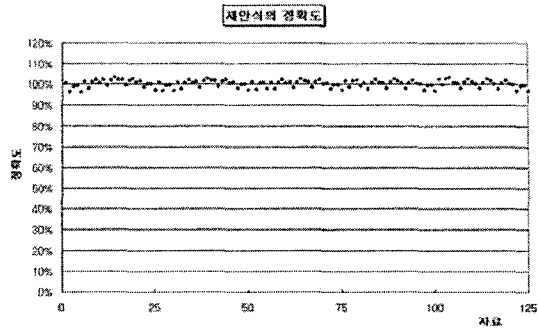


그림 9 제안식의 정확도

### 3.5 결과 분석 및 파형 압거의 탄성 좌굴강도식 제안

각 변수에 따른 좌굴강도의 변화를 회귀 분석을 통하여 정량적으로 분석하였다. 등방성 재료 파형 압거의 탄성 좌굴 강도 제안식이 다음 수식으로 산출하였다. 제안된 식의 정확도 검증을 위해 식 3에 의한 값과 유한요소해석에 의해 산출된 값을 비교하여 그림 9와같이 나타내었다.

$$q_{\sigma} = \frac{E}{4(1-\nu^2)} \cdot \alpha \cdot \left(\frac{h}{R}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{t}{R}\right)^{1.06} \quad (\text{식 3})$$

$$\alpha = -0.7157\left(\frac{w}{h}\right)^{1.0517} + 5.9309\left(\frac{w}{h}\right)^{0.0517} + 8.2459\left(\frac{w}{h}\right)^{-0.9483} \quad (\text{식 4})$$

$$\beta = -0.0156\left(\frac{w}{h}\right)^2 + 0.1376\left(\frac{w}{h}\right) + 1.8152\left(\frac{w}{h}\right)^{-0.1381} + 0.0625 \quad (\text{식 5})$$

$$0.012 \leq \frac{t}{R} \leq 0.02, \quad 0.02 \leq \frac{h}{R} \leq 0.06, \quad 2 \leq \frac{w}{h} \leq 6 \quad (\text{식 6})$$

### 3.6 직교 이방성이 좌굴 강도에 미치는 영향

직교 이방성이 좌굴 강도에 미치는 영향을 분석하고자 다음 그림과 같이 원주방향의 탄성계수를 E1, 길이 방향의 탄성 계수를 E2라고 정의 하고 그 비를 0.4에서 1.2까지 변화 시키면서 좌굴 해석을 수행 하였다. 여기서도 앞서 등방성의 경우와 마찬가지로 2차원 좌굴 범위에서 좌굴 해석을 수행하였으며, 2차원 좌굴 범위 내에서는 탄성 계수의 비가 같으면 길이에 따른 좌굴 강도의 변화는 없음을 알 수 있었다. 그러므로 해석 모델의 길이는 1cycle로 정하고 이에 대해 좌굴 해석을 수행 하였고, 탄성 계수비의 변화가 좌굴 강도에 미치는 영향을 분석 하였다.

해석 결과는 길이 방향과 원주방향의 탄성계수가 같을 경우 즉 등방성에 비해 좌굴 강도가 탄성 계수 비의 일정한 경향으로 영향을 받음을 알 수 있었다. 탄성계수비가 0.4일 때 좌굴강도가 등방성에 비해 79%정도로 나타나고 0.6일 때 88%, 0.8일 때 95%, 1.0일 때 100%, 1.2일 때 104%로 나타났다. 탄성 계수비의 영향을 그래프로 나타내 보면 다음 그림과 같다. 탄성 계수 비에 따라 좌굴 강도가 지수선 형태로 변화함을 알 수 있고 탄성 계수 비의 4분의 1승에 비례함을 알 수 있다. 결론적으로 등방성일 때의 파형 압거의 좌굴 강도 식에 원주 방향의 탄성계수를 적용 시키고, 탄성계수비의 4분의 1승 배를 하면 직교 이방성의 영향을 반영 할 수 있다. 직교 이방성이 고려된 좌굴강도식을 다음 식 7과 같이 제안 할 수 있다.

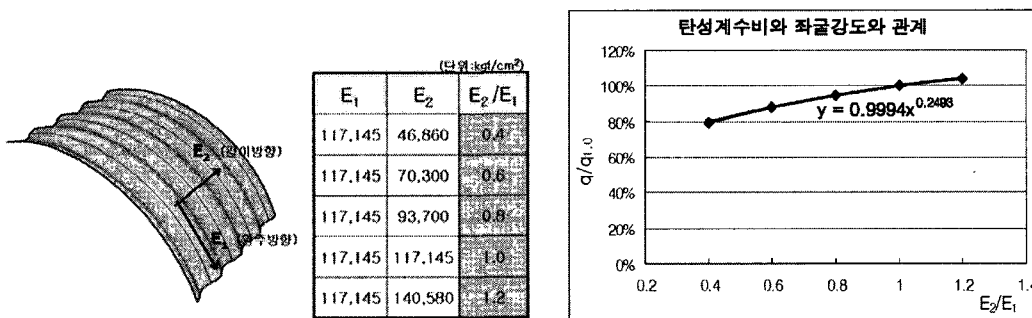


그림 10 방향별 탄성 계수의 정의와 탄성 계수 적용 범위      그림 11 탄성 계수 비와 좌굴 강도와의 관계

$$q_{cr} = \left(\frac{E_2}{E_1}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \frac{E_1}{4(1-\nu^2)} \cdot \alpha \cdot \left(\frac{h}{R}\right)^\beta \cdot \left(\frac{t}{R}\right)^{1.06} \quad (\text{식 } 7)$$

제안된 식의 정확도 검증을 위해 식 7에 의한 값과 유한요소해석에 의해 산출된 값을 비교하였다.

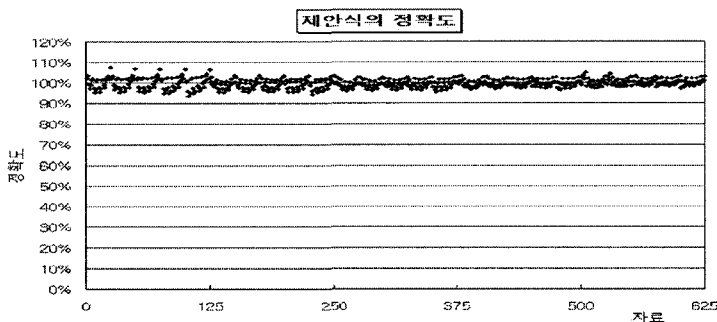


그림 12 제안식의 정확도

#### 4. 결론

본 연구에서는 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었고, 등방성 재료 파형 압거의 좌굴강도식과 직교 이방성 재료 파형 압거의 좌굴강도식을 제안하였다. 등방성 재료 파형 압거의 좌굴강도식은 식 8과 같이 나타낼 수 있다.

$$q_{cr} = \frac{E}{4(1-\nu^2)} \cdot \alpha \cdot \left(\frac{h}{R}\right)^\beta \cdot \left(\frac{t}{R}\right)^{1.06} \quad (\text{식 } 8)$$

$$\alpha = -0.7157\left(\frac{w}{h}\right)^{1.0517} + 5.9309\left(\frac{w}{h}\right)^{0.0517} + 8.2459\left(\frac{w}{h}\right)^{-0.9483} \quad (\text{식 } 9)$$

$$\beta = -0.0156 \left(\frac{w}{h}\right)^2 + 0.1376 \left(\frac{w}{h}\right) + 1.8152 \left(\frac{w}{h}\right)^{-0.1381} + 0.0625 \quad (\text{식 } 10)$$

$$0.012 \leq \frac{t}{R} \leq 0.02, \quad 0.02 \leq \frac{h}{R} \leq 0.06, \quad 2 \leq \frac{w}{h} \leq 6 \quad (\text{식 } 11)$$

직교 이방성 재료 파형 압거의 좌굴강도식은 식 12와 같이 나타낼 수 있다.

$$q_{cr} = \left(\frac{E_2}{E_1}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \frac{E_1}{4(1-\nu^2)} \cdot \alpha \cdot \left(\frac{h}{R}\right)^\beta \cdot \left(\frac{t}{R}\right)^{1.06} \quad (\text{식 } 12)$$

$$\alpha = -0.7157 \left(\frac{w}{h}\right)^{1.0517} + 5.9309 \left(\frac{w}{h}\right)^{0.0517} + 8.2459 \left(\frac{w}{h}\right)^{-0.9483} \quad (\text{식 } 13)$$

$$\beta = -0.0156 \left(\frac{w}{h}\right)^2 + 0.1376 \left(\frac{w}{h}\right) + 1.8152 \left(\frac{w}{h}\right)^{-0.1381} + 0.0625 \quad (\text{식 } 14)$$

$$0.012 \leq \frac{t}{R} \leq 0.02, \quad 0.02 \leq \frac{h}{R} \leq 0.06, \quad 2 \leq \frac{w}{h} \leq 6 \quad (\text{식 } 15)$$

### 감사의 글

본 연구는 『삼성물산(주) 건설부문』의 지원으로 이루어졌으며, 지원기관에 깊은 감사를 표합니다.

### 참고문헌

- S. P. Timoshenko and James M. Gere (1961) Theory of Elastic Stability, 2nd Ed., McGraw-Hill, Inc.
- J. N. Reddy (1997) Mechanics of Laminated Composite Plates, CRC Press
- M. W. Hyer (1998) Stress Analysis of Fiber-Reinforced Composite Materials, McGraw-Hill, Inc.
- R. F. Gibson (1994) Principles of Composite Material Mechanics, McGraw-Hill, Inc.
- D. H. Kim (1995) Composite Structures for Civil and Architectural Engineering
- S. P. Timoshenko and J. N. Goodier (1987) Theory of Elasticity, 3rd Ed., McGraw-Hill, Inc.
- ABAQUS Manual, Version 6.5-1