

CA이론을 이용한 지하철 역사에서의 보행자 모형 개발

Development of pedestrian model using CA in subway station

구 석 모

(서울시립대학교 교통공학과 석사과정)

이 승 재

(서울시립대학교 교통공학과 교수)

장 현 호

(서울시경교통개선기획실)

Key Words : CA, 보행자

목 차

I. 서론	IV. 지하철 역사 내 모형 개발
II. CA모형의 이론적 고찰	1. 지하철 구간 특성 분석
1. CA기반 차량 모형	2. 모형 구축 및 전체
2. CA기반 보행자 모형	V. 모의실험 분석결과
III. 보행의 일반적 특성	VI. 결론 및 향후 연구과제
1. 보행자 특성	참고문헌
2. 보행에 영향을 미치는 주요 요소	

I. 서론

보행은 인간의 모든 통행에 수반되는 통행수단으로써 통행의 시작과 끝을 담당할 뿐만 아니라 타 교통수단의 환승을 위한 이동역할을 하는 가장 기초적이고 중요한 교통수단이다.

현재 보행에 관한 연구는 세계적으로 활발히 이루어지고 있다. 인간의 보행 행태는 개개인의 특성이나 보행 목적 등에 따라 다양하여, 보행의 행태를 시뮬레이션하기 위해 다양한 이론들이 적용되고 있는 실정이다.

보행의 행태를 묘사하기 위한 이론 중 Cellular Automata (이하 CA)모형은 미시적으로 보행의 행태를 잘 묘사하고 있다.

우리나라에서는 CA모형을 이용한 차량행태에 관한 연구는 활발히 이루어졌으나, 보행자의 행태에 관한 연구는 드문 편이다.

따라서, 본 연구는 CA모형을 이용하여 보행자 모형을 구축하고 구축된 모형을 지하철 역사라는 공간에서 모형이 현실을 잘 설명하고 있는지 검증하는 것을 목표로 한다.

지하철 역사를 대상으로 모형을 검증하는 이유는 지하철 역사는 계단이나 개찰구등 다양한 보행로로 이루어져 있어 보행의 특성을 다각도로 분석할 수 있기 때문이다.

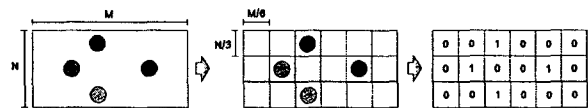
II. CA모형의 이론적 고찰

CA 이론은 컴퓨터 연산구조의 기초인 이진구조를 이용하여 동적 체계의 개별요소를 묘사하게 되며, 컴퓨터의 메모리를 효과적으로 처리하면서 매우 큰 집합의 객체를 빠른 시간에 연산할 수 있는 장점을 가지고 있다.

CA이론을 연속적인 시·공간 영역에 적용하기 위해서는

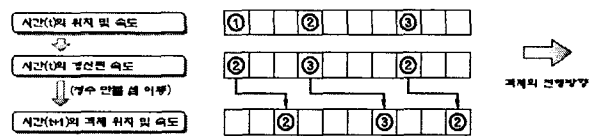
공간영역을 일정한 크기의 단위셀로 구분하여 이산적 시·공간(Discrete time space)으로 세분화한다. 즉, 공간적으로 연속적인 공간을 이산적 공간으로 나누고, 연속적인 시간을 이산적 시간(즉, time step, 예를 들어 1초)으로 구분한다.

다음 <그림 1>은 연속적 공간을 이산적 공간으로 표현하고, 연속적 공간에 존재하는 객체를 이진구조를 이용하여 표현한 예를 보여주고 있다. 여기서 '1'은 객체의 단위셀 점유를 의미하며 '0'은 비점유를 의미한다.



<그림 1> CA이론의 공간 표현방식

그리고 이산적 공간은 객체의 단위셀 점유 유무뿐만 아니라 <그림 2>과 같이 객체의 속성을 표현하기도 하는데 단위 시간동안 이동할 수 있는 단위셀의 개수를 의미하는 정수값을 사용하여 표현한다.



<그림 2> CA이론의 객체 이동방식

1. CA기반 차량 모형

Cellular Automata모형에 기반을 둔 차량행태모형은 1992년 Nagel K. and Schreckenberg M.에 의해 처음 시도되었으며 현재까지 활발한 연구가 진행되고 있는 실정이다.

1) 기본개념 및 용어정의

Cellular Automata에 기반을 둔 차량행태모형은 기본적으로 Cellular Automata모형에서 기본개념을 가져 왔지만 교통 분야에 적용을 시키기 위하여 많은 부분이 수정되어 개발되었다.

차량행태모형에 사용된 cell의 공간적 구조는 차량한대가 점유할 수 있는 공간, 즉 차량길이와 최소 차두거리에 의해 결정되며, cell의 상태값은 차량점유상황에 따라 (0,1)의 값을 갖는다. 그리고 cell을 점유한 각 차량들은 하나의 속성값을 갖게 되는데, 이는 속도를 의미한다. 이 때의 속도는 일반적으로 사용되는 m/s나 km/h의 값이 아니라 cell/s로 표현되며, 0 ~ 5cell/s의 범위값을 갖게 된다. 5cell/s의 값은 차량이 가질 수 있는 최대속도를 뜻하며 일반적인 cell길이 7m를 적용할 경우 130km/h해당되는 속도이다.

2) 차량추종모형

a. 기본전제

차량은 기본적으로 자신이 가질 수 있는 최대속도까지 가속하기를 원하며, 앞차량과의 차두거리에 따라 자신의 속도로 결정된다.

b. 차량추종모형

- Step 1 : 가속(Acceleration)
 - $v \rightarrow \min[v + 1, v_{\max}]$
 - 차량은 자신이 가질 수 있는 최대속도보다 현재 속도가 작다면 가속을 한다.
- Step 2 : 감속(Slowing Down)
 - $v \rightarrow \min[v, gap_{\text{same}}]$
 - 전방차량과의 거리가 상호 영향을 미칠수 있는 범위 안에 존재하면, 전방차량과의 gap만큼 자신의 속도를 감속한다.
- Step 3 : 불규칙적인 감속(Randomization) with 확률 ρ
 - $v \rightarrow [v - 1, 0]$ with ρ
 - 차량은 확률 ρ 를 가지고 자신의 속도를 1만큼 감속한다.
- Step 4 : 이동(Car Motion)
 - $\text{New cell} = \text{Current cell} + v$
 - 차량은 v 의 속도를 가지고 전방으로 움직인다.

여기서,

v = 차량의 속도(cell/s)

v_{\max} = 차량이 가지는 최대속도(cell/s)

gap_{same} = 주행차로 전방 차두거리(cell)

ρ = 차량이 불규칙적으로 감속하는 비율

New cell = 차량이 (t+1)시간 후에 존재하게 될 cell위치

Current cell = 차량이 t시간에 존재하고 있는 cell위치

3) 차로변경모형

a. 기본전제

차량들은 현재 주행하고 있는 차로에서 자신이 희망하는 속도를 얻을 수 없을 경우 차로변경을 기본적으로 시도하며, 차로변경 대상차로에 충분한 안전거리가 확보되어 있어야만 차로변경을 수행할 수 있다.

b. 차로변경모형

• 선호조건(Incentive)

- $v_{\text{hope}} > gap_{\text{same}}$ and $gap_{\text{forward}} > gap_{\text{same}}$,
 $v_{\text{hope}} = \min(v + 1, v_{\max})$
- 현재 주행차로에서 차량이 희망하는 속도를 내지 못 할 경우 차량은 기본적으로 차로변경을 희망한다.

• 안전조건(Safety)

- : 선호조건이 만족되었다 하더라도 차로변경 대상차로에 대한 안전성이 확보된 경우에만 차량만이 차로변경을 수행할 수 있다.
- $v < gap_{\text{forward}}$ and $gap_{\text{back}} \geq v_{\max}$
- $gap_{\text{back}} \geq v_{\max}$ 의 조건은 차로변경을 원하는 차량이 뒷차량의 속도를 알지 못한다는 가정을 전제로 한 것이고, $v \leq gap_{\text{forward}}$ 의 조건은 차량이 차로변경을 완료한 후 차량 전이시 갑작스런 감속을 방지하기 위한 조건이다.

여기서,

v_{hope} = 차량 희망속도(cell/s)

gap_{same} = 주행차로 전방 차두거리(cell)

gap_{forward} = 차로변경 대상차로 전방 차두거리(cell)

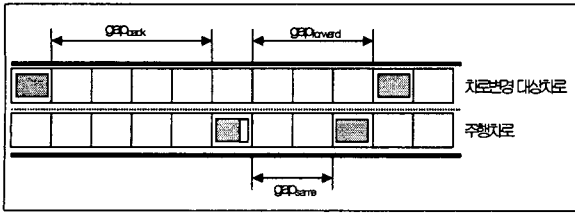
gap_{back} = 차로변경 대상차로 후방 차두거리(cell)

v = 차량의 속도(cell/s)

v_{\max} = 차량이 가지는 최대속도(cell/s)

차로변경은 위의 모든 조건을 만족하여야만 할 수 있으며, 어느 한조건이라도 만족하지 않을 경우에는 차로변경을 하지 못한다.

아래 <그림 3> gap_{same} , gap_{forward} , gap_{back} 의 예를 보여주는 예이다.



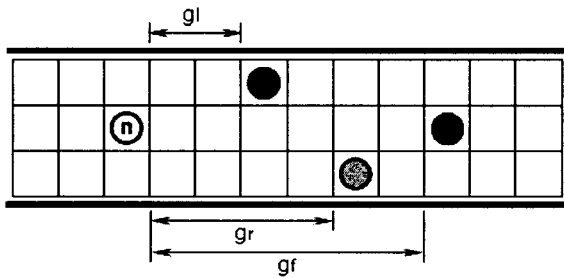
<그림3> gap same, gap forward, gap back의 예

2. CA기반 보행자 모형

Victor J. Blue와 Jeffrey L. Adler는 CA모형을 기반으로 한 보행자 모형에서는 보행자의 전방이동 및 진로변경의 수행과정을 총 6단계의 기본 규칙을 적용하여 정립하였다. CA보행자 모형에 들어가는 변수와 내용은 아래 <표 1>와 같다.

<표 1> CA모형을 기반으로 한 보행자 모형의 변수 및 변수 내용

변수	변수 내용
gap_f	전방 보행자와의 셀 개수(cell)
gap_l	좌측 전방 보행자와의 셀 개수(cell)
gap_r	우측 전방 보행자와의 셀 개수(cell)
$v(t)$	시각(t)에서 보행자 속도(cell/단위시간)
v_{max}	보행자 최대속도(cell/단위시간)
$x(t)$	시각(t)에서의 보행자 셀 위치
$gap_f(t)$	보정된 전방보행자와의 셀 개수



<그림 4> CA 보행자 모형 개요도

좌·우측 인접셀이 비점유이고 전방 gap 의 크기보다 인접셀의 비점유된 gap 이 클 경우 진로변경을 수행하고, 진로변경이 불가능할 경우 전방으로 이동한다고 가정하였다.

1 단계 : 인접셀 점유 유무 확인

- 좌·우측 인접셀의 점유 유무를 확인한다.

2 단계 : 진로변경 가능 여부 결정

- if 좌·우측 인접셀이 모두 점유이면, 진로변경불가
- if 좌·우측 인접셀 중 1개 이상이 비점유이면, 진로변경 가능

3 단계 : 전방 gap 의 크기 보정

- $gap_f > 1$ and $gap = \min(gap_l, gap_r)$ 에서,
- if $gap < gap_l$ 이면, $gap_f(t) = \frac{gap + gap_l}{2}$
- if $gap \geq gap_l$ 이면, $gap_f(t) = gap_f$

4 단계 : 진로변경 방향 결정

- if (gap_f or gap_r) $\geq gap_f$ 이면,
- if 좌·우측 인접셀 중 1개의 인접셀이 비점유이면, 비점유 셀로 진로 변경
- if 좌·우측 인접셀이 모두 비점유이면, 전방 gap 의 크기가 큰 방향으로 진로변경 수행
- if 좌·우측 인접셀이 모두 비점유이고, 전방 gap 의 크기가 같다면,
- 진로변경 대상 보행자 중 50%는 좌측 진로변경 수행, 진로변경 대상 보행자 중 50%는 우측 진로변경 수행
- if (gap_f or gap_r) $< gap_f$ 이면, 전방이동 수행

5단계: 속도 갱신

- if $v(t) < gap_f(t)$ 이면,
- $$v(t+1) = \min[v(t) + 1, v_{max}]$$
- 전방 gap 이 시각(t)의 속도보다 크다면, 시각(t+1)의 속도를 1cell/초만큼 증가시키고, 속도는 최대속도를 초과할 수 없다.
- if $v(t) \geq gap_f(t)$ 이면, $v(t+1) = gap_f(t)$

6단계: 전방 이동

- 갱신된 속도로 전방으로 이동한다.

III. 보행의 일반적 특성

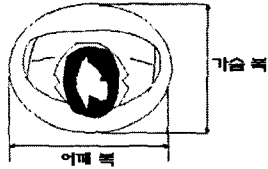
1. 보행자 특성

1) 보행 공간 영역

보행 공간 영역에는 신체적, 심리적, 보행동작을 위한 공간 영역이 있다.

신체적 공간영역에는 보행동작을 위해서는 '가슴폭×어깨폭'의 면적 개념인 인체치수와 짐을 들고 있는 공간 또는 다른 사람들과의 충돌을 피하거나 몸을 흔들 수 있는 여유를 감안한 완충공간이 필요하다.

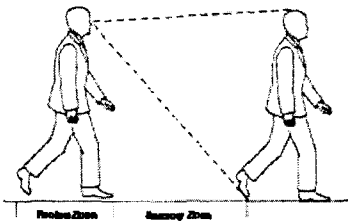
한국표준과학연구원(1999)에서 실시한 한국인 사람들의 표준체위 조사에 의하면 성인 남자의 경우 0.15m²가 되고 여자의 경우 0.14m²가 된다. 따라서 이 두 가지 값 중 최대값인 0.15m²를 한국인의 인체치수라고 판단할 수 있으며 이 값에 여유폭을 감안했을 때의 한국인 인체타원은 약 0.20m²라고 할 수 있다.



<그림 5> 인체타원

심리적 공간영역은 개개인의 특성에 따라 서로 다르게 나타난다. 보행에 있어서 심리적 공간영역은 타인과 일정 거리를 유지하고자 하는 행동으로 나타난다. 일반적으로 보행자는 강자, 공격적인 인상을 가진 사람, 남녀동반자, 고령자, 사회적 지위가 있어 보이는 사람, 보행군, 신체장애자 순으로 우선권을 양보하는 경향이 있다. 이와 같은 공간영역은 대부분의 보행자에게 의식, 무의식적으로 작용한다.

보행동작을 위한 공간영역은 보행시 정적 보행공간 뿐만 아니라 이동을 위한 공간이 필요하며 이것은 주위의 상황을 지각, 판단하여 이에 대한 적절한 반응을 취할 수 있는 공간영역을 의미한다. 따라서 보행동작을 위한 공간영역은 발을 내딛는데 필요한 보폭대와 인지를 위한 지각대로 나눈다.



<그림 7> 보폭대와 지각대

2. 보행에 영향을 미치는 주요 요소

보행에 영향을 주는 요소는 크게 보행자 구성원에 따른 보행속도와 보행목적에 따른 보행특성으로 구분될 수 있다.

보행자 구성원에 따른 보행속도는 보행자의 성별, 연령, 신체적 장애 등의 구성원에 따라 결정되어지며 나이가 많은 노약자나 어린이 등의 비율이 높아지면 전체적인 보행 평균속도는 낮아진다.

보행목적에 따라 구분하면 크게 출근 보행, 통학 보행, 쇼핑 보행, 업무 보행 등으로 나눌 수 있으며 그 특성은 상당히 다르게 나타난다.

출근 및 통학을 목적으로 하는 보행자들은 매일 반복적으로 같은 보행시설을 이용하게 되므로 다른 목적의 보행보다 보행용량과 보행속도가 높게 나타난다. 또한 보행자의 구성원이 다양하고 들고 다니는 짐들이 많은 쇼핑 보행은 보행속도가 낮게 나타나는 경향이 있다.

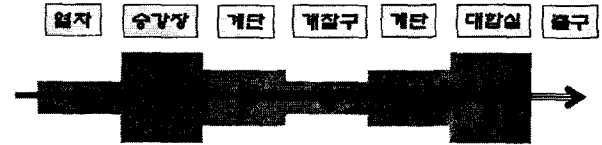
IV. 지하철 역사 내 모형 개발

1. 지하철 구간의 특성 분석

1) 지하철 역사 내 보행자 시설의 유형

지하철 역사는 일반 평지와는 달리 지상공간과 지하공간이라는 3차원으로 구성되어 있다.

지하철 역사를 좀더 상세히 구분하면 환승구간, 일반구간, 정거장, 개찰구, 계단, 에스컬레이터 등의 다양한 구성요소로 이루어져 있다.



<그림 8> 지하철 역사 내 보행시설

a. 승강장

지하철에서 하차한 사람들이 지하철 역사에서 빠져나오기 전에 최초의 보행 통로이다. 하차승객들은 대체적으로 빠르게 계단을 찾아 지하구간을 빠져나오려는 특성이 있다.

b. 계단

계단은 입체횡단시설로서 승강장에서 개찰구로 가기까지 보통 계단을 이용하게 된다. 최근에는 역사내 Escalator와 계단의 복합설치로 인하여 보행이 특성이 양분된다.

Escalator 내에서도 우측은 정지해 있는 사람 좌측은 걸어가는 사람으로 또다시 나누어 진다.

본 연구에서는 이러한 Escalator는 없다고 가정하고 계단만을 통하여 개찰구로 빠져나오는 것으로 하였다.

c. 개찰구

지하철이 도착하였을때 개찰구는 많은 사람들로 붐비게 된다. 개찰구는 한번에 1명밖에 통과할 수 없으며, 통과하는데 시간이 걸리게 된다.

따라서 한꺼번에 많은 양의 보행이 몰리게 되면 대기행렬이 발생하게 되어 병목현상이 발생할 가능성이 높아지게 된다.

d. 대합실

대합실은 개찰구를 빠져나와 최종 출구로 나가기 위한 통로이다. 최근에는 이 대합실에서 많은 상업활동이 이루어지고 보행자 또한 다양하게 존재한다.

대합실 내에서는 기둥이나 다른 장애물이 있어 보행에 불편을 초래하는 경우가 많다.

2) 지하철 역사 내 보행자 특성

지하철을 이용하기 위해서는 반드시 개찰구를 거쳐야 하며 지하로 이동하거나 지상으로 이동하려면 계단이나 에스컬레이터를 이용하여야 하고, 보행이 잇달려 이루어지는 환승구간이나 정거장은 일반 보행 특성과는 다르게 나타난다.

지하철 역사내에서의 일반적인 보행자 특성은 크게 3가지 정도로 구분할 수 있다.

첫째, 보행자들은 밀도가 낮은 곳으로 통행하려는 특징이

있다. 정거장에서 나온 사람들은 혼잡이 발생되기 전에 빠르게 계단을 이용하려 나오려고 하며, 보행 밀도가 높아지면 밀도가 적은 곳을 이용하려는 특성을 가진다.

둘째, 역사내의 보행자들은 특정한 목적지를 향하여 이동한다. 지하철에서 하차한 사람들은 일부를 제외하고 대부분이 어떠한 출입구로 빠져나가길 원한다. 자신이 빠져나가야 할 출구가 미리정해져 있는 것이다.

셋째, 역사내의 보행통행은 집중률을 갖는다. 지하철이 도착하거나 출발하는 시기에 보행통행은 갑자기 증가하게 된다. 위와 같이 지하철 역사 내에서는 보행특성이 보행구간별로 다양하게 나타난다.

3) 보행 서비스 수준 판정

보행 서비스 수준의 개념은 도로의 용량개념으로부터 유도된 것이지만, 보행로의 용량은 단순히 차가 몇 대 지나갈 수 있느냐 하는 것이 아니라, 어떠한 밀도 하에서 어떤 행동이 가능하며 또한 불가능 한가 하는 것이 용량이 될 수 있다.

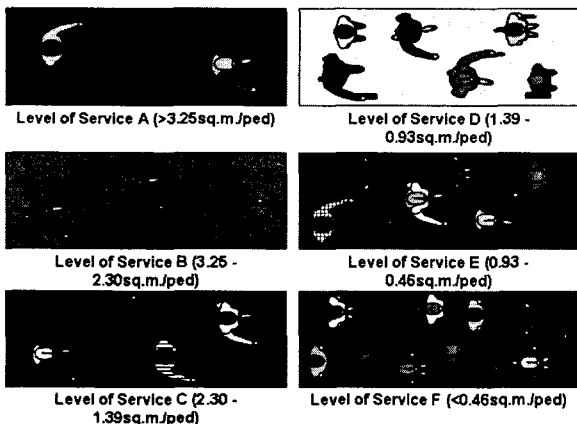
따라서, 서비스 수준의 기준은 주관적 관점에서 결정되는 것이 보통이다. 그중 Fruin의 연구에서 교차보행류에서 마찰의 정도를 파악하고 있다.

낮은 마찰확률을 가진 보행자가 높은 서비스 수준을 확보하게 된다.

우리나라에서는 한국도로용량편람에서 서비스 수준을 A~F까지 구분하고 있는데 그 내용은 다음 표와 같다.

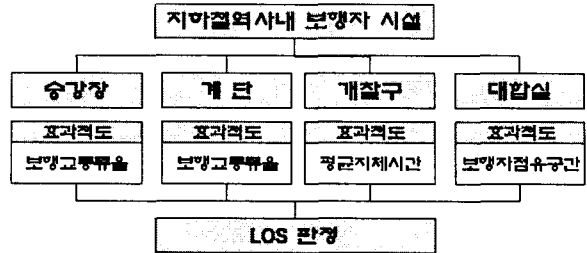
<표 2> 보행자 서비스 수준

서비스수준	보행교통류율 (인/시/m)	점유공간 (m ² /인)	밀도 (인/m ²)	속도 (m/분)
A	≤ 1,200	≥ 3.3	≤ 0.3	≥ 75
B	≤ 1,920	≥ 2.0	≤ 0.5	≥ 72
C	≤ 2,760	≥ 1.4	≤ 0.7	≥ 69
D	≤ 4,200	≥ 0.9	≤ 1.1	≥ 62
E	≤ 6,360	≥ 0.38	≤ 2.6	≥ 40
F	-	< 0.38	> 2.6	< 40



<그림 9> 단계별 보행 서비스 수준

보행자 시설별로 서비스 수준을 판정하기 위한 효과적도는 다를 수 있는데 본 과업에서 분류한 승강장, 계단, 개찰구, 대합실의 구간별 효과적도로는 승강장과 계단의 경우 보행교통류율, 개찰구는 보행 평균지체시간, 대합실은 보행자 점유공간, 즉 밀도로 설정하였다.



<그림 10> 각 구간별 효과적도 설정

2. 모형 구축 및 전제

본 연구의 실증 검증을 위해서는 특정 지하철 역사를 대상으로 역사 내의 폭이나 보행량 조사 등을 통하여 모의실험을 하는 것이 타당하지만, 자료의 미흡으로 필요한 자료는 가정하는 것으로 하였다.

또한, 지하철 승강장에서 대합실까지의 일방향만을 고려하는 것으로 하였다.

<표 3> 각 구간별 네트워크 설정

구분	길이	
승강장	네트워크 길이	30m
	네트워크 폭	20m
계단	네트워크 길이	10m
	네트워크 폭	5m
개찰구	네트워크 길이	20m
	네트워크 폭	10m
대합실	네트워크 길이	100m
	네트워크 폭	20m

그밖에 보행속도는 1.2m/초와 시뮬레이션 시간은 15분으로 입력하였으며, 모의실험을 위한 통행량의 입력은 서비스 수준의 기준에 맞추어 1,200 ~ 6,360인/시/m로 5가지의 시나리오로 구분하여 입력하였다.

<표 4> 각 구간별 시나리오 설정

서비스수준	보행통행량 (인/시/m)
Scen 1	1,200
Scen 2	1,920
Scen 3	2,760
Scen 4	4,200
Scen 5	6,360

IV. 모의실험 분석결과

시나리오별 모의실험의 분석결과 지하철 역사내의 각 구간 별로 한국도로용량 편람에서 제시한 밀도나 속도등에서 차이를 보였다.

승강장의 경우 밀도나 속도가 용량 편람에서 제시한 수치보다 전반적으로 혼잡이 없는 것으로 나타났으며, 계단과 같은 경우는 각각의 시나리오별로 밀도가 높게 나타났다.

<표 5> 승강장 모의실험 결과

서비스수준	보행통행량 (인/시/m)	밀도 (인/m ²)	속도 (m/분)
Scen 1	1,200	0.25	72.6
Scen 2	1,920	0.51	71.2
Scen 3	2,760	0.67	70.5
Scen 4	4,200	1.12	68.5
Scen 5	6,360	2.78	41.9

<표 6> 계단 모의실험 결과

서비스수준	보행통행량 (인/시/m)	밀도 (인/m ²)	속도 (m/분)
Scen 1	1,200	0.33	70.5
Scen 2	1,920	0.59	69.1
Scen 3	2,760	0.75	68.4
Scen 4	4,200	1.2	66.4
Scen 5	6,360	2.86	39.8

개찰구의 경우는 보행교통량이 많아 질수록 밀도가 높게 나타났으며, 속도 또한 급격히 감소하는 것으로 나타났다. 개찰구를 통과할 때 혼잡이 발생하기 때문에 점차적으로 대기행렬이 생기기 때문인 것으로 판단된다.

대합실의 경우 장애물의 종류와 그 수에 따라 다른 결과를 보이겠지만 본 연구에서의 밀도와 속도는 승강장과 비슷한 수준인 것으로 나타났다.

<표 7> 개찰구 모의실험 결과

서비스수준	보행통행량 (인/시/m)	밀도 (인/m ²)	속도 (m/분)
Scen 1	1,200	0.33	70.5
Scen 2	1,920	0.59	69.1
Scen 3	2,760	1.77	66.3
Scen 4	4,200	2.62	57.9
Scen 5	6,360	4.48	27.4

<표 8> 대합실 모의실험 결과

서비스수준	보행통행량 (인/시/m)	밀도 (인/m ²)	속도 (m/분)
Scen 1	1,200	0.26	72.49
Scen 2	1,920	0.52	70.93
Scen 3	2,760	0.69	69.97
Scen 4	4,200	1.15	67.66
Scen 5	6,360	2.82	40.69

VI. 결론 및 향후 연구과제

본 연구는 CA 보행자 모형을 기반으로 지하철역사내의 각 구간들을 시뮬레이션하여 보행의 특성을 분석하여 보았다. 보행 시뮬레이션은 아직 초기 단계로서 해결해야 되는 문제점이 많으며, 본 연구에서는 보행자가 지하철에서 하차하여 출구까지 가는 단일 방향의 보행만을 고려하였는데 역사 입구에서 지하철에 승차하는 대향방향 보행까지 고려하여야 할 것이다. 또한 본 분석에서 가정된 지하철 구간의 폭과 같은 경우 보행의 서비스 수준이 다르게 나타날 수 있는 요인으로 실제 특정 지하철 역사를 대상으로 모의 실험이 필요하다 고 생각된다.

참고문헌

1. 윤종현, "CA이론 기반 양방향 보행자 이동행태모형에 관한 연구", 2003, 서울시립대학교대학원
2. 이은영, "지하철역사내에서의 보행통행의 특성에 관한 연구", 1991, 서울대 환경대학원
3. 이승재·장현호(2003), "CA모형을 이용한 단기 구간통행시간 예측에 관한 연구", 대한교통학회지, 제21권 제1호
4. 조중래·김진구·고승영·김채만(2001), "CA모형을 이용한 미시적 교통류 시뮬레이션 시스템 개발에 관한 연구", 대한교통학회지, 제19권 제3호
5. J. Dijkstra, A.J. Jessurun, 2001, A Multi-Agent Cellular Automata System for Visualising Simulated Pedestrian Activity, Eindhoven University
6. Nagel K, Schreckenberg M, 1992, A Cellular Automata Model for Freeway Traffic, Journal de Physique
7. Victor J. Blue, Jeffrey L. Alder, 1978, Cellular Automata Microsimulation of Bidirectional Pedestrian Flows, In Transportation Research pp.135~141
8. A. Schadschneider and M. Schreckenberg, "Cellular automata for traffic flow analytical results", Institut for Theoretische Physik Universitat zu Koln, 1995.