

단순화된 박막이론을 이용한 탄성혈관의 모델링

이현우*, 조명환**, 조상호***, 유정열****

Modeling of the elastic blood vessel using the simplified membrane equaiton

Hyun-Woo Lee*, Myung-Hwan Cho**, Sang-Ho Cho***, Jung-Yul You****

1. 서론

혈류역학은 심장동맥(coronary), 경동맥(carotid), 복부대동맥(abdominal)등과 같이 복잡한 유동이 발생하는 지역에서의 혈관질환 발생의 원인을 밝히는데 중요한 역할을 한다. 이러한 혈관에서 유동이 복잡하게 형성되는 가장 큰 원인은 혈관의 기하학적 형상 때문이며 분지관(bifurcation)과 경동(carotid sinus), 그리고 3차원적인 형상 등이 대표적인 예이다. 이로 인하여 유동이 교란되고, 벽면의 전단응력 분포가 낮아지거나 섭동하게 되는데, 이러한 현상은 혈관내 죽종(atheroma)을 생성시키며, 나아가 죽상동맥경화증(atherosclerosis)으로 이어지게 된다(1).

혈관의 기하학적 형상은 앞서 언급한 고정된 형상 이외에도 혈관벽의 움직임으로 인하여 매순간 혈액과의 상호작용을 통하여 주기적으로 변한다. 이러한 혈관벽의 움직임은 혈관의 기하학적 형상 변화뿐만 아니라 혈관의 탄성으로 인한 유동장의 가속 및 감속에 영향을 준다(2). 때문에 혈액의 맥동 상황에 따라 변하는 혈관벽의 움직임을 적절히 모사해 주어야 할 필요가 있다.

혈관벽의 거동이 중요함에도 불구하고, 혈관벽의 움직임이 혈관직경의 최대 $\pm 5\%$ 정도(3)로 적을뿐만 아니라 계산 시간 및 비용의 증가로 인하여 몇몇 연구(2,4-6)를 제외하고는 대다수의 연구에서 혈관벽의 움직임은 고려되지 않고 있다.

따라서 본 연구에서는 단순화된 박막이론을 도입하여 혈관벽을 모델링함으로써 추가적인 계산시간 및 비용을 크게 증가 시키지 않으면서 혈관벽의 움직임을

모사하고자 하였다.

2. 본론

2.1 수치해석 모델링

탄성혈관내 혈액은 비정상, 비압축성, 뉴턴유체로 가정하였으며, 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식에 대한 무차원화된 지배방정식은 다음과 같다.

$$u_{,i} = 0$$
$$u_{,i} + u_j u_{,j} = -p_{,i} + \frac{1}{\text{Re}}(u_{,ij} + u_{,ji}), \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

여기서 u_i , p 는 각각 속도의 i 성분과 압력을 나타내며, $\text{Re} = U_\infty D \rho / \mu$ 는 레이놀즈수이다.

혈관벽의 움직임은 단순화된 박막이론(7)으로부터 도입하여 모사하였으며, 다음과 같이 무차원화 된 식으로 표현된다.

$$p_e - p = -Th''(1+h^2)^{\frac{3}{2}} \quad (2)$$

여기서 P_e, T, h 는 각각 혈관 외부 압력, 혈관의 장력 및 혈관의 변위를 나타내며, ‘ $'$ ’는 공간에 대한 미분을 나타낸다. 변수들은 다음의 방식으로 무차원화 하였다. 그리고 혈관벽의 장력은 β 를 이용하여 변화하였다(7).

$$u_i^* = u_i / U_\infty, \quad i = 1, 2; \quad p^* = p / \rho U_\infty^2; \quad T^* = T / D \rho U_\infty^2;$$
$$x^* = x / D; \quad y^* = y / D; \quad h^* = h / D; \quad t^* = t U_\infty / D. \quad (3)$$

그리고 시간에 따른 입구 경계조건은 Fig. 1과 같이 부과하였다.

* 서울대학교 기계항공공학부
** 서울대학교 기계항공공학부
*** 서울대학교 기계항공공학부
**** 서울대학교 기계항공공학부

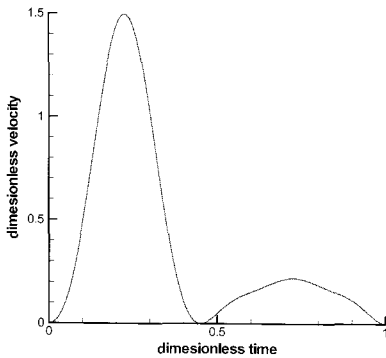


Fig. 1 Physiological dimensionless inlet velocity profile.

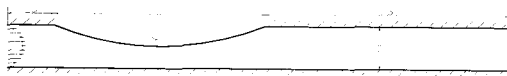


Fig 2. The geometry of elastic blood vessel model.

2.2 결과

계산영역은 Fig. 2와 같으며, 혈액은 밀도는 971kg/m^3 , 점성 계수가 $6.6028 \times 10^{-3}\text{kg/m}^3$ 인 뉴턴 유체로 가정하였다(8). 그리고 일반적인 동맥의 직경이 0.2cm 임을 고려하여 레이놀즈수는 100으로 설정하였다(9).

개발된 코드를 맥동상태에 적용하기 전에 정상상태 유동에 대한 해석을 통하여 코드의 검증을 수행하였으며, Fig. 3과 같이 기존의 연구(10)와 잘 일치하고 있음을 확인하였다.

다음으로 맥동상태에 적용하여 결과를 확인하여 보았다. 맥동유동특성이 지속되는 주기를 확보하기 위하여 중심에서의 속도 분포를 확인하였으며, Fig. 4와 같이 4주기 후 속도 분포가 일정하게 유지됨을 확인하였다.

그리고 탄성벽 이후의 속도가 입구 속도보다 작은 것을 확인할 수 있는데 이로부터 탄성벽과 맥동 유동 특성으로 인하여 속도 분포가 입구 속도 분포에 비하여 평평해 짐을 예측할 수 있다.

맥동유동에 따른 압력 변화와 혈관벽의 움직임은 Fig. 5와 같으며, 혈관 내외부의 압력차 즉, $P_e - P_i$ 가 최대일 때 혈관벽의 수축이 가장 큰 것을 확인할 수 있다.

그리고 벽면에서의 전단응력은 평평해지는 속도 분포로 인하여 중앙에서의 속도 분포가 증가할수록 감소하게 된다. 하지만 유량의 증가에 따라 벽면 전단응력이 증가하기 때문에 Fig. 6에서 알 수 있듯이 실제 최대 전단응력이 발생하는 순간은 최대 유량이 발생하는 순간과 0.1주기 정도의 차이가 발생하였다. 그러나 낮은 레이놀즈수 영역이기 때문에 속도, 압력 및 전단응력의 섭동현상은 확인 할 수 없었다.

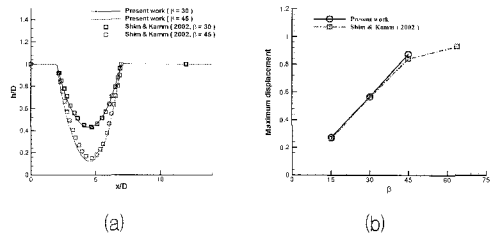


Fig. 3 Verification of the (a) dimensionless height of wall and maximum displacement vs. β .

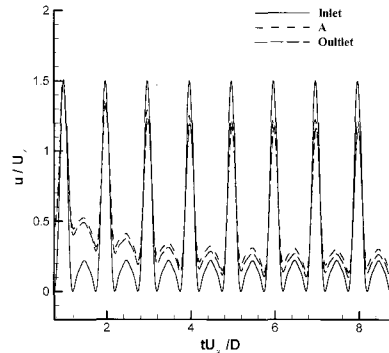


Fig. 4 Variation of the velocity waveform at the inlet, location A and outlet.

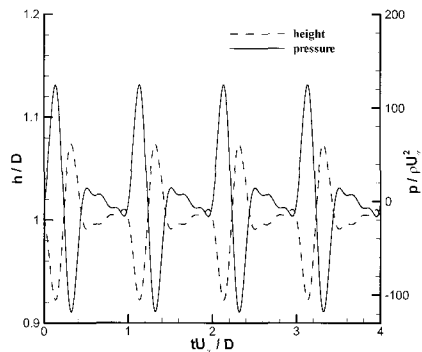


Fig. 5 Wall pressure distribution and height variation at the location A.

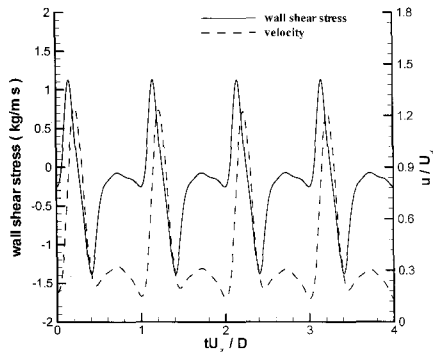


Fig. 6 Time variation of the wall shear stress for the pulsatile flow at location A.

3. 결론

ALE 유한요소법과 단순화된 박막이론으로부터 탄성혈관의 거동을 모델링하고, 맥동 유동에 적용하였다. 본 연구에 적용한 박막방정식이 시간 및 유동상황에 따른 혈관벽의 물성 변화를 고려하고 있지는 않기 때문에 정량적인 정확성을 제공하지는 못하였으나 최대한 단순화된 형태로 혈액과의 상호작용하고 있는 탄성벽의 움직임을 효과적으로 모사할 수 있음을 확인하였다.

나아가 본 연구에서 도입한 이론을 3차원적인 혈관 형상으로 확장하고, 높은 레이놀즈 수에서의 유동 상황에 적용하여 맥동하는 혈액과 탄성혈관 간의 상호작용으로 발생하는 물리적 현상의 이해를 위한 추가적인 연구가 필요하리라 생각한다. 그리고 맥동상황에서 감속시 전단률이 뉴턴유체 가정이 성립되는 100 s^{-1} 이하로 떨어지기 때문에 혈액의 비뉴턴 특성으로 고려한 연구 또한 필요할 것이다.

참고 문헌

- (1) Araim, O., et. al., 2001, "Hemodynamic forces: effects on arteriosclerosis," *New Surgery* 1, pp. 92~100.
- (2) 노형운 외, 2001, "뉴턴유체와 혈액의 맥동 유동시 탄성혈관의 운동이 벽면전단응력분포에 미치는 영향," *대한기계학회 추계학술대회논문집*, pp. 318~323.
- (3) McDonald, D. A., 1974, "Blood flow in arteries," 2nded., Edward Arnold Publishier, London
- (4) Karl, P., and Gerhard, R., 1995,

"Computational simulation of local blood flow and vessel mechanics in a compliant carotid artery bifurcation model," *J. Biomech.*, Vol. 28(7), pp.845~856

(5) Yannis, P., et. al., 2006, "A decoupled fluid structure approach for estimating wall stress in abdominal aortic aneurysms," *J. Biomech.*

(6) Christine, M. S., et. al., 2005, "Fluid-structure interaction in abdominal aortic aneurysms: effects of asymmetry and wall thickness," *Biomed. Engrg. Online*, Vol. 4(64).

(7) Luo, X. Y. and Pedley, T. J., 1995, "A numerical simulation of steady flow in a 2-D collapsible channel," *J. Fluids and Structures*, Vol. 9, pp. 149~174.

(8) Lee, C. S. and Tarbell, J. M., 1992, "Wall shear rate distribution in an abdominal aortic bifurcation model: pressure and flow waveforms," *ASME J. Biomech. Engrg.*, Vol. 119, pp. 333~342.

(9) 조영일 외, 2006, "생체유체역학," 야스미디어.

(10) Shim, E. B and Kamm, R. D., 2002, "Numerical simulation of steady flow in a compliant tube or channel with tapered wall thickness," *J. Fluids and Structures*, Vol. 16, pp. 1009~1027.