

3차원 유한요소법과 ES 알고리즘을 이용한 초음파 모터의 teeth 최적 설계

김홍석, 노종석, 정현교
서울대학교 전기컴퓨터공학부

Optimal Design of Rotary Ultrasonic Motor Teeth
Using Three-dimensional Finite Element Analysis and Evolution Strategy

Hong-suk Kim, Jong-Seok Rho and Hyun-kyo Jung
Seoul National University

Abstract - 전기기기가 다양해짐에 따른 여러 종류의 모터가 요구되고 있다. 모터 중에서 높은 정지 토크 및 높은 효율 등의 장점을 가진 로터리 초음파 모터는 여러 목적에 쓰이고 있다. 하지만 초음파 모터의 중요한 부분인 teeth는 경험적인 방법으로 설계되어 문제점이 자주 발생하였다. 따라서 로터리 초음파 모터의 teeth에 대한 설계 최적화가 필요하다.

본 논문에서는 우선 3차원 유한요소법 해석법을 통해 로터리 초음파 모터를 해석하였고, 이 해석결과와 ES 알고리즘을 이용하여 로터리 초음파 모터의 teeth를 최적 설계하였다.

1. 서 론

압전체를 이용한 초음파 모터는 현재 산업용, 고급 전자제품의 부품용 등으로 널리 활용되고 있다. 동시에 높은 토크 밀도, 높은 효율에서 저속도, 가벼운 무게에 대한 수요에 따라 많은 주목을 받아왔다. 그리고 초음파 모터는 높은 기계적 마찰력을 가진 채로 동작하기 때문에 추가적인 정지 시스템이 필요 없으므로, 정밀 제어 특징 또한 갖는다. 따라서 이러한 여러 장점을 가진 초음파 모터에게 미래의 새로운 사업 분야에서의 응용이 기대되어진다.

본 논문에서는 이러한 초음파 모터의 한 종류인 로터리 초음파 모터 teeth를 최적 설계하기 위해 수치해석법인 유한요소법과 ES 알고리즘이 사용되었다. 우선 유한요소법 해석을 통해 임피던스 그래프와 변위를 구하였다. 또한 ES 알고리즘을 이용하여 초음파 모터의 원주방향 무부하 최대 속도를 가지는 teeth를 설계하였다.

본 논문의 결과는 로터리 초음파 모터 설계에 있어 teeth 영향을 보였고, 로터리 초음파 모터의 체계적인 설계에 활용될 수 있을 것이다.

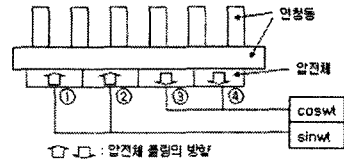
2. 본 론

2.1 초음파 모터의 개요

로터리 초음파 모터는 그 종류에 따라 다양한 동작 원리가 존재한다. 본 논문에서는 여러개의 굴곡파(flexural wave)들이 결합해서 3개의 진행파(progressive wave)가 만들어지는 원리를 가진 초음파 모터 teeth를 최적 설계하였다.

2.1.1 초음파 모터의 동작 원리

그림 1은 로터리 초음파 모터의 개념도이다. 그림 1과 같이 굴곡파들로 1개의 진행파를 발생시키기 위해 분극 방향이 반대인 2쌍의 압전체와 서로 90도 위상차가 나는 2개의 전압원이 사용된다.



<그림 1. 소형 초음파 모터의 개념도>

압전체 분극 ①-④에 의해 생성되는 파는 각각 식 (1)-(4)와 같다[1].

$$A\sin(\omega t - kx) + A\sin(\omega t + kx) \tag{1}$$

$$B\sin\{\omega t - k(x + 90^\circ) + 90^\circ\} + B\sin\{\omega t + k(x + 90^\circ) + 90^\circ\} \tag{2}$$

$$C\sin\{\omega t - k(x + 180^\circ) + 180^\circ\} + C\sin\{\omega t + k(x + 180^\circ) + 180^\circ\} \tag{3}$$

$$D\sin\{\omega t - k(x + 270^\circ) + 270^\circ\} + D\sin\{\omega t + k(x + 270^\circ) + 270^\circ\} \tag{4}$$

4개로 분극된 압전체로 인한 진행파를 알기 전에, 우선 압전체 분극 ②에 대해 살펴보자. 압전체 분극 ②에 대한 식인 식 (2)에서 일부분을 식 (5)와같이 놓으면,

$$-90^\circ k + 90^\circ = m\pi, \quad 90^\circ k + 90^\circ = n\pi \tag{5}$$

$$180^\circ k = (n - m)\pi$$

식 (5)를 정리하면,

$$90^\circ = \lambda(n - m)/4 \quad (m \neq n), \quad 90^\circ = \pi(m + n)/2 \tag{6}$$

식 (6)으로부터 $n = 1, m = 0$ 임을 알 수 있다. 압전체 분극 ①과 압전체 분극 ②의 굴곡파가 결합해서 발생하는 부분 진행파를 나타내기 위해 식 (1)과 식(2)를 더하면,

$$A\sin(\omega t - kx) + A\sin(\omega t + kx) + B\sin(\omega t - kx) + B\sin(\omega t + kx + 180^\circ) = (A + B)\sin(\omega t - kx) + (A - B)\sin(\omega t + kx) \tag{7}$$

$A = B$ 라고 가정하고 식 (7)을 정리하면,

$$2A\sin(\omega t - kx) \tag{8}$$

즉, 식 (8)은 압전체 분극 ①과 압전체 분극 ②의 굴곡파가 결합해서 발생하는 부분 진행파를 보여준다. 마찬가지로 압전체 분극 ③과 압전체 분극 ④의 굴곡파가 결합해서 발생하는 부분 진행파는 식 (9)와 같이 표현된다.

$$2A \sin(\omega t - kx) \quad (9)$$

그러므로 4개로 분극된 압전체 전체에 의해 생성되는 총 진행파는 식 (8)과 식 (9)를 더한 $4A \sin(\omega t - kx)$ 로 나타낼 수 있다.

즉, 그림 2와 같이 4개의 압전체가 1개의 진행파를 만든다. 본 논문에서 사용된 초음파 모터의 압전체가 12개로 구성되어 있으므로 총 3개의 진행파가 만들어진다.

2.2 압전 방정식

압전 현상은 전기계와 기계계가 결합되어 발생하는 현상이다. 식 (10)은 압전 현상을 설명해 준다.

$$\begin{aligned} T &= c^E S - e^t E \\ D &= \epsilon S + e^S E \end{aligned} \quad (10)$$

- 여기서, T : 기계적인 응력(stress)의 벡터
 S : 기계적인 변형(strain)의 벡터
 E : 전기장의 벡터
 D : 유전 변위의 벡터
 C^E : 일정한 전기장 E 에 대한 기계적 강성 행렬
 e^S : 일정한 기계적인 변형 S 에 대한 유전율 행렬
 e : 압전 행렬
 t : 전치(transposed)를 뜻함

행렬 방정식 식 (11)은 Hamilton's variation으로부터 구해진다[2][3].

$$-\omega^2 M + j\omega D_{uu} + K_{uu}u + K_{u\phi}\phi = F_B + F_S + F_P \quad (11)$$

$$K_{u\phi}^t u + K_{\phi\phi}\phi = Q_S + Q_P$$

- 여기서, K_{uu} : 기계적인 응력 행렬
 D_{uu} : 기계적인 댐핑 행렬
 $K_{u\phi}$: 압전 결합 행렬
 $K_{\phi\phi}$: 유전 강성 행렬
 M : 질량 행렬
 F_B, F_S, F_P : 기계적인 몸체(Body), 표면(Surface), 점 전하(Point charges)
 Q_S, Q_P : 전기적인 표면(Surface), 점 전하(Point charges)

2.3 유한요소법 해석 결과

임피던스 및 변위를 해석하기 위해 그림 2의 로터리 초음파 모터에 대해 40[V_{p-p}] 전압이 인가된 상태에서 유한요소법 해석하였다.

2.3.1 임피던스 해석

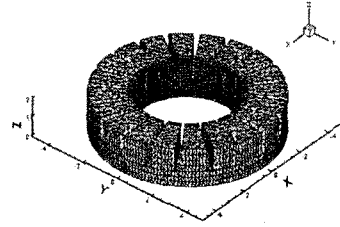
전기적인 임피던스는 식 (12)에 의해 계산된다.

$$Z(w) = \frac{\Phi(w)}{j\omega Q_0} \quad (12)$$

- 여기서, w : 각주파수
 $\Phi(w)$: 전극의 전위
 Q_0 : 전하

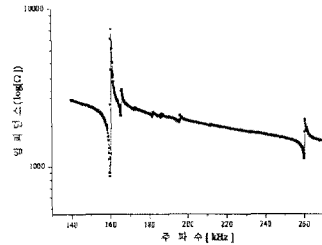
그림 2는 해석에 사용된 소형 로터리 초음파 모터 모델을 나타낸 것이다. 그림의 단위는 [mm]이다. 본 논문에서는 그림 2와 외경이 9[mm], 내경이 5[mm], teeth 부분을 포함한 인칭동 부분의 높이가 1.5[mm], 압전체의 두께는 0.5[mm]로 하였다. 압전체는 12개로 구성되어 있고, teeth 부분은 20개로 구성되어 있다. 위의 사양들은

현재의 제작상의 한계를 염두에 두고 설계되었다.



<그림 2. 해석에 사용된 소형 초음파 모터 모델>

그림 3은 그림 2의 해석 모델의 임피던스 해석 결과를 보여준다. 그림 3에서 보듯이 존재하는 여러 개의 공진 주파수 중, 파장이 120°인 모드(B₁₃ 모드)를 사용하기 위해 260200[Hz] 주파수를 동작 공진 주파수로서 선택하였다.



<그림 3. 임피던스 해석 결과>

2.4 타원 운동 해석

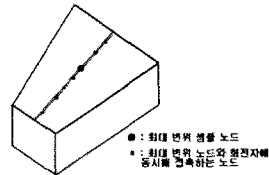
타원 운동은 식 (13)-(14)과 같이 변위와 위상각 값으로 그려진다[1].

$$x = |x| \times \sin \left[\frac{2\pi}{n} \times i + \text{rad}(x) \right] \quad (13)$$

$$y = |y| \times \sin \left[\frac{2\pi}{n} \times i + \text{rad}(y) \right] \quad (14)$$

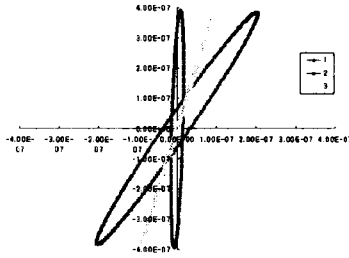
- 여기서, n : 타원 운동을 그리는 데 사용된 점의 수
 i : 0부터 n
 $\text{rad}(k)$: 복소수 k 의 라디안

타원 운동 유무를 관찰하기 위해 우선 3개의 최대 변위점이 샘플 노드로서 선택되었다. 3개의 샘플 노드 중 한 개의 샘플 노드는 그림 4의 붉은 점과 같이 선택되며, 나머지 두 개의 샘플노드는 기선택된 샘플 노드 점으로부터 각각 약 120°의 간격을 두고 존재하는 나머지 최대 변위점으로 선택된다.



<그림 4. teeth에서 선택된 샘플 노드>

그림 5는 식 (13)-(14)을 이용함으로써 3개의 최대 변위 샘플 노드에 대하여 그려진 타원 운동이다. 그림 5로부터 초음파 모터 teeth 최대 변위점의 움직임이 타원 운동을 구성함을 검증하였다. 또한 그림 5는 40[V_{p-p}]이고 260200[Hz]인 전기적 입력원에 대해 3개의 샘플 노드 모두 반시계 방향의 타원 운동으로 확인되었다. 그림 5에서 z 축 방향으로의 최대 변위는 3.91×10^{-7} [m] 임이 확인된다.



<그림 5. 타원 운동 그래프>

반지름 방향에 수직인 원주 방향으로의 속도는 그림 6으로부터 식 (15)와 같이 구해진다[1].

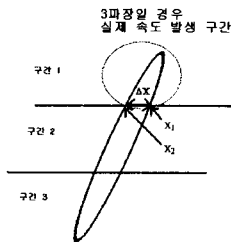
$$v = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{x_1 - x_2}{(1/f)/n \times a} \quad (15)$$

여기서, Δt : 구간 1에서의 소요 시간
 ΔX : 구간 1에서의 수평 이동 거리
 $1/f$: 전체 구간에서의 소요 시간
 n : 타원 운동을 그리는 데 사용된 점의 수
 a : n 개의 점 중 구간 1에 존재하는 점의 수
 x_1, x_2 : 그림 6의 타원과 구간 1을 나타내는 구분선과의 교점의 x좌표

그림 2와 같은 모델에 대해 그림 6과 같은 방법으로 해석을 해보면, $40[V_{pp}]$ 이고 $260200[Hz]$ 인 전기적 입력원에 대해 3개의 샘플 노드 각각의 속도는 $1.75 \times 10^{-2}[m/s]$, $4.20 \times 10^{-2}[m/s]$, $4.81 \times 10^{-3}[m/s]$ 이다.

본 논문에서는 고정자인 로터리 초음파 모터와 회전자 사이에서 접촉하는 부분이 3개의 최대 변위와 같은 반지름 방향의 선이라고 가정한다. 그림 2와 같은 모델에서는 그림 4와 같이 각각에 8개의 노드씩, 총 24개의 노드가 회전자와 닿는 선에 존재하는 노드라고 가정한다.

그러므로 각각의 24개 샘플 노드들에 대해 그림 6과 식 (15)와 같은 방법으로 속도를 구한 후 8개의 노드들에 대해서는 평균을, 그리고 구해진 3개의 평균값을 더함으로써 초음파 모터의 속도가 구해진다. 그림 2의 모델에 대하여 구해진 속도는 $2.40 \times 10^{-1}[m/s]$ 이다.



<그림 6. 초음파 모터 속도 해석을 위한 개념도>

하지만 회전자의 움직임을 방해하는 샘플 노드 또한 발생한다. 즉, 그림 2와 같은 모델에서 진행파가 시계 방향으로 발생된다면 샘플 노드들의 타원 운동의 주요 경향은 반시계 방향이 되어야 한다. 이 때 샘플 노드들 중의 일부의 타원 운동은 시계 방향으로 발생됨으로써 회전자의 움직임을 방해한다. 그래서 이런 샘플 노드들에 의한 감속을 속도 계산에 고려해 주었다.

2.5 최적화

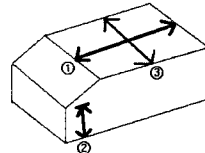
압전 초음파 모터 teeth는 ES 알고리즘을 이용해 최적화된다. 목적함수는 식 (15)로 구해진 속도로 정해진다.

2.5.1 ES 알고리즘

최적화에는 ES 알고리즘이 사용되었다. 목표함수는 타원에 의해 결정되는 원주 방향의 속도로 정하였다. ES 알고리즘은 함수 최적화에 있어서는 다른 최적화 알고리즘에 비해 더 빠른 수렴 특성을 가진다.

2.5.2 Teeth 최적화

그림 7은 teeth 최적 설계에 사용된 설계 변수를 보여준다. 설계 변수는 그림 7과 같이 두 개의 설계 변수에 의해 teeth가 chamfering 된다. 목적 함수로는 teeth의 타원 운동에 따른 무부하 속도가 선택되었다.



<그림 7. 최적화에 사용된 설계 변수들>

표 1은 그림 7의 3개의 설계 변수에 대해 최적화된 teeth 형상 결과를 보여준다. 또한 목적 함수인 속도가 향상되었음을 보여준다.

설계변수 1($0 \sim 2.0[mm]$)	1.92[mm]
설계변수 2($0 \sim 1.2[mm]$)	0.76[mm]
설계변수 3($1^\circ \sim 17^\circ$)	14°
최대 속도	$3.56 \times 10^{-1}[m/s]$

<표 1. teeth 최적화 결과>

3. 결 론

본 논문에서는 3차원 유한요소법 해석법과 ES 알고리즘을 통해 로터리 초음파 모터의 teeth를 최적 설계하였다. 우선 로터리 초음파 모터의 임피던스 해석과 변위 해석을 하였고, 변위로부터 타원 운동이 발생함을 확인하였다. 나아가 로터리 초음파 모터의 원주 방향 무부하 속도를 목적함수로 두고 ES 알고리즘에 의한 최적화를 수행함으로써 teeth를 최적 설계하였다.

본 논문의 결과는 로터리 초음파 모터 설계에 있어 teeth에 따른 영향을 보였고, 또한 teeth 설계가 로터리 초음파 모터에 있어서 중요함을 보였다. 이 결과는 로터리 초음파 모터 teeth의 체계적인 설계에 활용될 수 있을 것이다. 추후의 논문에서 본 논문의 설계 변수 외에 teeth의 개수, teeth 사이의 거리 등을 포함해서 보다 다양한 설계 변수에 대해 최적화를 수행하고자 한다.

[참 고 문 헌]

- [1] Jong-Seok Rho, Byung-Jai Kim, Chang-Hwan Lee, Hyun-Woo Joo and Hyun-Kyo Jung, "Design and Characteristic Analysis of LIB4 Ultrasonic Motor Considering Contact Mechanism," IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, Vol.52, pp.2054-2064, 11 Nov. 2005.
- [2] Jong-Seok Rho, Kwang-II Oh, Hong-Suk Kim, and Hyun-Kyo Jung, "Characteristic Analysis and Design of a B14 Rotary Ultrasonic Motor for a Robot Arm Taking the Contact Mechanism into the Consideration", IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, to be published.
- [3] Y.Kagawa, T.Tsuchiya, T.Kataoka, T.Yamabuchi, and T.Furukawa, "Finite Element Simulation of Dynamic Response of Piezoelectric Actuator", Journal of Sound and Vibration(1996), 519-538쪽, 1996년