

복합 유성기어를 이용한 듀얼모드 하이브리드 자동차의 가속성능 최적화

양 시우¹⁾, 김 남욱¹⁾, 양 호림¹⁾, 박 영일²⁾, 차 석원¹⁾

Accelerating Ability Optimization for Dual Mode Hybrid Vehicle Using Complex Planetary Gears

Si-u Yang, Nam-wook Kim, Ho-rim Yang, Yoeng-il Park, Suk-won Cha

Key words : Dual mode hybrid(듀얼 모드 하이브리드), Accelerating ability optimization(가속성능 최적화), Objective function(목적함수), Constraint(구속조건)

Abstract : Accelerating ability is one of the most important performance of the vehicle. Unlike conventional internal combustion vehicles and power-assist hybrid vehicles, the maximized acceleration of dual mode hybrid vehicles is not simply achieved by maximizing engine or motor torque. Because of the dynamic stability of planetary gear, speeds and torques control of engine, motor1 and motor2 is essential and according to control value, acceleration performance is changed. There are two control values which are velocity and torque for each component totalling six. These six values can be variables for an objective function. However, because three velocity variables can be regarded as only one variable speed ratio and the remaining three torque variables can be solved analytically, without complicated numerical algorithm the solution for the objective function can be obtained. This optimized solution shows the best performance possible to the specified dual mode system.

Nomenclature

T_0 : output torque, Nm
 T_1 : engine torque, Nm
 T_a : motor1 torque, Nm
 T_b : motor2 torque, Nm
 S_0 : output speed, rad/s
 S_1 : engine speed, rad/s
 S_a : motor1 speed, rad/s
 S_b : motor2 speed, rad/s
 α : motor1 lever length, none
 β : motor2 lever length, none

subscript

EVT : electrically variable transmission

1. 서론

자동변속기, 수동변속기, 무단변속기 등을 이용한 기존 내연기관 자동차의 가속성능은 엔진의 출력에 의해 지배된다. 변속 효율을 고려할 필요는 있지만 그 비중이 미미하기 때문에 단순히 엔진의 최고 출력점에서 변속비를 조절하여 최대 토크를 구현할 수 있다. 모터가 엔진의 동력을 보조하는 Power assist 하이브리드 자동차 역시 엔진과 모터의 최고 출력을 합하여 최대 가속성능을 구현할 수 있다. 그러나 2개 이상의 유성기어를 이용하여 Electrically Variable Transmission¹⁾

1) 서울대학교 기계항공공학부
E-mail : calling329@yahoo.co.kr
Tel : (02)880-8050
2) 서울산업대학교
E-mail : yipark@snut.ac.kr
Tel : (02)970-6352

을 구현한 시스템, 즉 복합 유성기어를 이용한 듀얼모드 하이브리드 자동차의 경우 단순히 엔진과 두 개 모터의 최고 출력을 이용할 수가 없다. 각 모터의 motoring 혹은 generating, 그리고 각 출력값은 유성기어의 동적 평형식에 의해 지배되고 그에 따라 시스템의 최대 토크, 혹은 최대 가속 성능이 달라지기 때문이다. 따라서 항상 엔진의 최대 출력점이나 토크점이 최대 가속을 구현한다고 보장할 수 없고 두 모터의 기여도에 따라 다른 점이 최적점이 될 수 있다. 본 연구에서는 이러한 듀얼모드 하이브리드 자동차의 최대 가속 성능을 구현하기 위한 엔진 및 모터 제어 최적화, 그리고 시뮬레이션을 통한 가속 성능 테스트를 실험하였다.

2. 최적화 이론의 적용 및 해석

가속 성능의 최적화는 출력축의 각 속도마다 최대의 출력 토크를 발생시키면 된다. 이것은 Pontryagin principle을 통해 쉽게 증명된다. 따라서 본 연구에서는 모든 출력축 속도마다 최적화 알고리즘을 적용하여 최대 토크값을 찾아내 Table을 만드는 방법을 취하였다.

2.1 목적함수의 공식화

최적화 알고리즘을 적용하기 위해서 목적함수와 구속조건을 찾아야 한다. 이를 위해 유성기어 해석에서 널리 사용되는 레버 상사법²⁾을 이용한다.

다음 그림과 같이 4개의 포인트를 가지는 일반적인 듀얼모드 시스템을 정의한다.

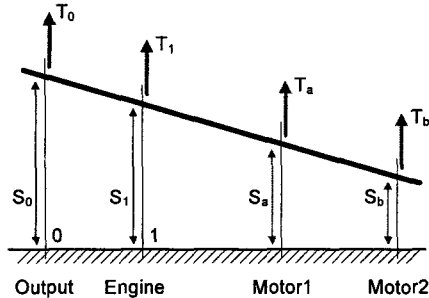


Fig. 1 Lever analogy of dual mode system

Output과 Motor1의 거리는 α , Output과 Motor2의 거리는 β 로 정의하고 임의의 값을 가지는 상수로 본다. 레버의 힘과 모멘트 평형식은 다음과 같이 주어진다.

$$T_0 + T_1 + T_a + T_b = 0 \quad [\text{Nm}] \quad (1)$$

$$T_1 + \alpha T_a + \beta T_b = 0 \quad [\text{Nm}] \quad (2)$$

정리하면 다음과 같다.

$$T_1 = -\alpha T_a - \beta T_b \quad [\text{Nm}] \quad (3)$$

$$T_0 = (\alpha - 1)T_a + (\beta - 1)T_b \quad [\text{Nm}] \quad (4)$$

Output이 최대의 음의 토크를 가질 때, 즉 T_0 가 최소가 될 때 최대 가속 성능이 구현되고 따라서 위 식이 목적함수가 된다.

각 토크의 구속조건은 다음과 같다.

$$T_{1.\min} \leq T_1 \leq T_{1.\max} \quad [\text{Nm}] \quad (5a)$$

$$T_{a.\min} \leq T_a \leq T_{a.\max} \quad [\text{Nm}] \quad (5b)$$

$$T_{b.\min} \leq T_b \leq T_{b.\max} \quad [\text{Nm}] \quad (5c)$$

$$T_{1.\min}, T_{1.\max} = f(S_1) \quad [\text{Nm}] \quad (6a)$$

$$T_{a.\min}, T_{a.\max} = f(S_a) \quad [\text{Nm}] \quad (6b)$$

$$T_{b.\min}, T_{b.\max} = f(S_b) \quad [\text{Nm}] \quad (6c)$$

결과적으로 Inequality constraints를 가지는 Constrained minimization problem으로 공식화하였다.

여기서 최적화를 위한 목적함수의 변수는 T_1, T_a, T_b 와 S_1, S_a, S_b 이다. 그런데 변수 S_1, S_a, S_b 는 목적함수에 포함된 것이 아니라 구속조건에 포함되어 있다. T_{\max}, T_{\min} 값이 속도에 따라 달라지기 때문이다. 따라서 이 목적함수는 nonlinear라고 볼 수 있고 수치해석적 방법으로 해를 구할 수 있다.

2.1.1 목적함수의 선형화

이러한 6차원 공간상의 최적화는 많은 시간과 노력을 필요로 한다. 그러나 목적함수를 살펴보면 속도의 변수를 제거하고 토크만 변수로 둔 3차원 최적화로 바꿀 때 해석적인 해를 구할 수 있는 linear한 목적함수로 바뀔 수 있다.

즉, 변수 S_1, S_a, S_b 를 상수라고 가정하면 T_{\max}, T_{\min} 값들이 상수가 되고 목적함수와 구속조건은 다음과 같다.

$$\min (\alpha - 1)T_a + (\beta - 1)T_b, \text{ subject to}$$

$$T_1 + \alpha T_a + \beta T_b = 0$$

$$T_{1.\min} \leq T_1 \leq T_{1.\max}$$

$$T_{a.\min} \leq T_a \leq T_{a.\max}$$

$$T_{b.\min} \leq T_b \leq T_{b.\max} \quad [\text{Nm}] \quad (7)$$

이 식을 통해 임의의 시스템 속도에서 최대 토크를 발생시키는 엔진과 모터의 토크값을 해석적으로 결정할 수 있다. 이것으로 토크 제어 최적화가 쉽게 가능해진다. 다음으로 component의 속도를 변화시켜가며 반복적으로 토크 최적화를 수행함으로써 수치적으로 최적의 속도값들을 얻어 낼 수 있다. 이것으로 속도 제어 최적화가 가능해진다.

2.2 토크 제어 최적화

위에서 정리한 선형화된 목적함수를 Kuhn-Tucker condition³⁾으로 풀기 위해서 Inequality constraints를 다음과 같이 바꿀 수 있다.

$$\begin{aligned} -T_1 + T_{1,\min} &\leq 0, & T_1 - T_{1,\max} &\leq 0 \\ -T_a + T_{a,\min} &\leq 0, & T_a - T_{a,\max} &\leq 0 \\ -T_b + T_{b,\min} &\leq 0, & T_b - T_{b,\max} &\leq 0 \end{aligned}$$

[Nm] (8)

First-Order Necessary Condition을 적용하고 수학적 귀류법을 이용하여 풀면 반드시 두 개 이상의 경계조건이 active되는 점이 해가 됨을 알 수 있다. 그리하여 각각의 교점들을 대입하여 가정을 만족시키는 해를 찾을 수 있다.

위 문제를 그래프를 통해 풀어보면,

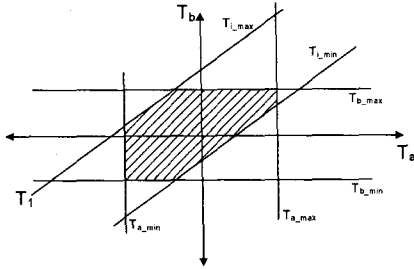


Fig. 2 Constraints of each component

빛금 친 영역이 feasible 영역이고 $(\alpha-1)T_a + (\beta-1)T_b = T_0$ 를 최대화 하는 직선과의 교점이 해가 된다. 예를 들어, $\alpha=1, \beta=2$ 일 경우 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 직선이 되며 따라서 왼쪽 상단 부분이 해가 된다. 이 점은 엔진과 모터2가 발생시킬 수 있는 최대 토크를 발생시키고 모터1은 특정 양의 음의 토크를 내는 점이다. 그러나 시스템의 속도가 달라지면 구속 조건이 바뀌므로 해가 되는 교점이 바뀔 수도 있기 때문에 항상 엔진과 모터1의 최대 토크점이 해라고 단정할 수 없다. 따라서 각각의 시스템 속도마다 이러한 과정을 반복해야 한다.

2.3 속도 제어 최적화

출력축 속도가 고정된 상태에서 3개의 변수 S_1, S_a, S_b 를 변화시켜가며 최적의 속도점들을 찾아낼 수 있다. 그러나 유성기어의 dynamics에 의해서 한 개의 component의 속도가 결정되면 나머지 두 개의 component 속도 역시 종속적으로 결정된다. 레버를 살펴보면 특정 output 속도에 대해서 변속비라는 한 개의 변수만이 존재함을 알 수 있다. 따라서 3차원 최적화가 아닌 1차원 최적화 문제가 되며 수치해석적 알고리즘을 적용할 필요가 없이 모든 점을 대입하여 table로 만들어 최적점을 찾을 수 있다. 변속비는 각 component

의 속도 제한 때문에 정해진 영역이 있으므로 그 구간 안에서 step을 나누어 계산할 수 있다.

3. 시뮬레이션 결과

임의의 듀얼 모드를 구성하기 위해 각 모드의 α, β 를 다음과 같이 설정하였다.

Table 1 Set parameters of dual mode system

	α	β	Mode Type
Mode 1	-1.5	0	Iuput
Mode 2	-1.5	2	Compound

차량의 파라미터는 NF소나타 하이브리드 급의 제원을 이용하였다.

3.1 속도 최적화 결과

Table을 만들어 찾아낸 1차원 속도 최적화의 결과는 다음과 같다.

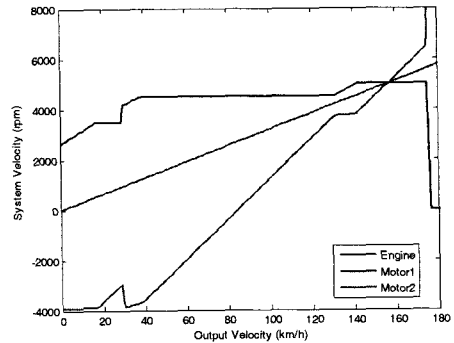


Fig. 3 Optimized velocity for mode 1

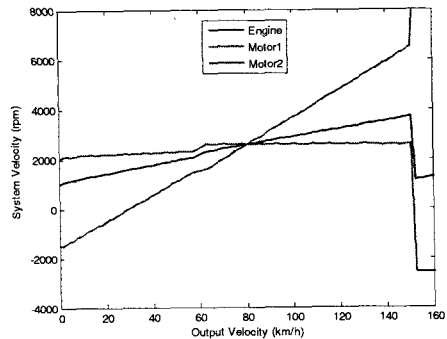


Fig. 4 Optimized velocity for mode 2

여기서 세 component의 속도가 비례 관계를 만족하는 것을 쉽게 알 수 있다. 또한 160km/h 근

방에서 발산하는 것은 component의 속도 한계점을 넘어서 무의미한 해가 나온 것을 의미한다.

3.2 토크 최적화 결과

최적화된 시스템 속도에서 토크 최적화를 수행한 결과는 다음과 같다.

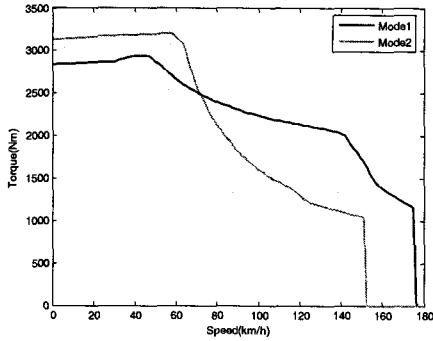


Fig. 5 Optimized torque for mode 1 & 2

저속 영역에서는 Mode2가, 고속 영역에서는 Mode1이 유리함을 보여준다. 토크가 0으로 떨어지는 부분은 앞 절에서 언급한 한계점 때문에 시뮬레이션이 중단되었음을 나타낸다.

3.3 가속성능 테스트 결과

듀얼모드 하이브리드 자동차는 모드에 따라 성능이 달라질 수 있으므로 3가지 경우로 나누어 시뮬레이션을 수행하였다.

case1 : 모드1에서 운전 후 클러치 속도 0 인 점에서 모드2로 변환

case2 : 모드2에서 운전 후 클러치 속도 0 인 점에서 모드1로 변환

case3 : 최대 토크 라인을 따라 운전

다음 그림은 이 세 가지 운전 상황을 표시하고 있다. 적색 라인이 실제 운전 모드로 선택한 경로이다.

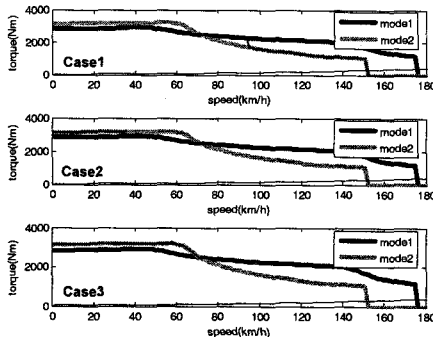


Fig. 6 Driving strategies for acceleration

3가지 경우의 가속성능 테스트 결과는 다음과 같다.

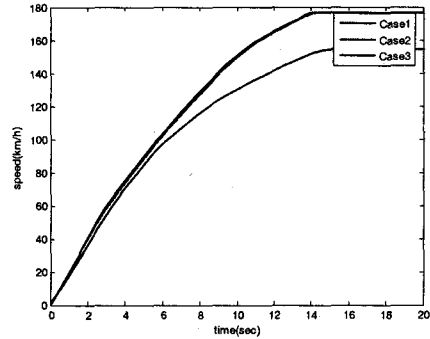


Fig. 7 Real vehicle simulation

case2의 경우 case3과 거의 같은 성능을 보여준다. 이와 같이 운전 모드 전략을 case2와 같이 잘 세우면 최고의 가속성능을 보여줄 뿐만 아니라 모드전환 충격도 제거하는 이점도 얻을 수 있다.

4. 결론

가속성능 최적화를 위해서 수학적 최적화 이론을 적용한 결과 Kuhn-Tucker condition과 단순한 알고리즘으로 쉽게 해가 도출되었다. 이러한 이론적 해석을 통해 가속성능을 극대화 하는 전략을 세울 수 있고 혹은 특정한 제어 전략 조건에서 가속성능의 손실 비중도 계산할 수 있다. 또한 속도와 토크 외의 다른 변수들이 추가되었을 때 목적함수와 구속조건을 변형하여 최적화 과정을 진행하는 것도 가능하다.

후기

본 연구는 현대자동차와 진행한 듀얼 유성기어 하이브리드 시스템 해석 과제의 일환으로 수행되었습니다.

References

- [1] Brendan Conlon, "comparative Analysis of Single and Combined Hybrid Electrically Variable Transmission Operating Modes", SAE Paper, 2005
- [2] Howard L.Benford, Maurice B. Leising, "The Lever Analogy A New Tool in Transmission Analysis", SAE Paper, 1981.
- [3] David G.Luenberger, *Linear and Nonlinear Programming*, Addison Wesley, 1989