

2차원 하천수질모형을 이용한 비보존성 오염물질의 혼합거동 해석

Analysis of Non-conservative Pollutant Transport Using 2-D Stream Water Quality Model

서일원*, 송창근**, 이명은***

Il Won Seo, Chang Geun Song, Myung Eun Lee

요 지

본 연구에서는 하천에 유입되는 오염물질 중 대부분을 차지하는 비보존성 오염물질의 확산거동을 예측하기 위해 2차원 수심평균된 이송분산방정식에 유한요소모형을 적용하였다. 수치모형 구성을 위해 Galerkin법을 이용한 가중잔차법을 사용하였으며, 복잡한 하천경계를 보다 정확히 재현할 수 있도록 삼각 및 사각요소망의 혼용이 가능하도록 하였다. 모의대상 수질인자는 BOD, DO, 질소화합물, 인화합물, 수온, pH 및 대장균군수이며, 이 가운데 BOD와 DO는 상호 쌍을 이루는 방정식을 풀어야 하는 특수한 형태이므로 별도로 취급하였다. 순간주입 및 연속주입에 의한 비보존성 오염물질의 확산거동을 모의하였으며, 시간에 따른 민감도를 분석하기 위해 보존성 오염물질의 확산거동과 비교하였다. 해석해를 이용해 순간주입된 오염물질의 오염운을 구하는 식을 유도하고 해석해와 본 연구에서 개발한 수치모형에 의한 수치해를 비교하였다.

핵심용어: 비보존성 오염물질, 2차원 유한요소 모형, Galerkin 법, BOD, DO

1. 서 론

국내하천은 하천의 길이가 짧아 오염물질의 자정능력이 떨어지고 평수 시 유량이 작아서 오염물질이 주입되었을 때 초기농도가 급격히 상승하는 특징을 가지고 있다. 국내 5대 강의 유량계수는 템즈강, 라인강 등 외국의 하천에 비해 10배 정도 높은 값을 가지므로 연 최저유량과 최고유량 차이가 매우 커서 이수, 치수 및 수질관리가 힘든 상황이다. 또한 복잡한 지형으로 이루어진 자연하천에서의 수질해석은 정량적 분석이 명쾌하게 이루어지기 힘들다. 따라서 국내 수자원의 60% 이상을 차지하고 있는 하천 지표수 자원의 지속적이며 안정적인 확보를 위하여, 하천에서 오염물질 거동을 해석할 수 있는 수치 모형의 개발이 필수적이라 할 수 있다. 하천에 유입되는 오염물질은 보존성과 비보존성으로 구분할 수 있으나 중금속류나 일부 침전물을 제외하고는 대부분 시간이 지남에 따라 화학적, 생화학적으로 반응하는 비보존성 오염물질이다. 대표적인 비보존성 오염물질로는 BOD, DO, 질소화합물, 대장균군수 등을 꼽을 수 있다. 하천에 오염물질이 유입되는 경우 주입조건에 따라 다음과 같이 크게 두 가지로 구분할 수 있다. 오염물질이 사고에 의해 아주 짧은 시간동안 하천에 유입되는 순간주입과 도시하수 및 공장폐수에 의해 오염원이 연속적으로 방류된 경우인 연속주입이다. 본 연구에서는 2차원 비보존성 이송분산방정식에 대한 유한요소모형을 개발하고, 순간주입 및 연속주입에 따른 수치해를 해석해와 비교하였다.

* 정회원·서울대학교 지구환경시스템공학부 교수E-mail: seoilwon@snu.ac.kr

** 서울대학교 지구환경시스템공학부 석사과정E-mail: bay680@snu.ac.kr

*** 서울대학교 지구환경시스템공학부 박사과정E-mail: lmeun88@snu.ac.kr

2. 이론적 연구

2.1 지배방정식

국내 하천의 경우 오염원과 취수장이 동일한 영역에 공존하기 때문에 오염물질의 수평거동을 예측하는 것이 매우 중요하다. 또한 대부분의 하천에서 연직혼합이 횡혼합에 비해 약 100배 정도 빠르게 완료되기 때문에 오염원 주입 후 짧은 시간 안에 2차원적 거동을 나타낸다. 따라서 본 연구에서는 2차원 모형을 적용하였으며, 복잡한 하천경계를 보다 정확히 재현할 수 있는 유한요소법을 이용하였다. 하천에 유입된 비보존성 오염물질은 산소와 반응하는 유기물로 시간이 지남에 따라 질량이 감소된다. Fick의 확산법칙에 의한 물질이동식과 질량보존방정식에 의해 얻어진 2차원 보존성 오염물질 이송분산방정식에 1차 반응항을 추가하여 식 (1)와 같은 비보존성 오염물질에 관한 2차원 이송분산방정식을 얻을 수 있다 (Domenico, 1990).

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_{xx} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_{xy} \frac{\partial^2 C}{\partial x \partial y} + D_{yx} \frac{\partial^2 C}{\partial y \partial x} + D_{yy} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - U \frac{\partial C}{\partial x} - V \frac{\partial C}{\partial y} - kC \quad (1)$$

생화학적 산소요구량(BOD)과 용존산소량(DO)은 하천의 수질을 나타내는 가장 보편적인 지표로써 본 연구에서는 다음의 식을 적용하였다.

$$\text{BOD: } \frac{\partial L}{\partial t} = D_{xx} \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} + D_{xy} \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} + D_{yx} \frac{\partial^2 L}{\partial y \partial x} + D_{yy} \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} - U \frac{\partial L}{\partial x} - V \frac{\partial L}{\partial y} - k_1 L \quad (2-a)$$

$$\text{DO: } \frac{\partial O}{\partial t} = D_{xx} \frac{\partial^2 O}{\partial x^2} + D_{xy} \frac{\partial^2 O}{\partial x \partial y} + D_{yx} \frac{\partial^2 O}{\partial y \partial x} + D_{yy} \frac{\partial^2 O}{\partial y^2} - U \frac{\partial O}{\partial x} - V \frac{\partial O}{\partial y} - k_1 L + k_2 (O_s - O) \quad (2-b)$$

여기서 k_1 은 탈산소계수, k_2 는 재폭기계수로 보통 유속을 가지는 비처리수인 경우 두 값 모두 0.5 1/day 정도의 값을 가진다 (Chapra, 1997). 용존산소포화농도인 O_s 는 온도의 함수이므로 아래 식과 같이 근사하여 적용하였다.

$$O_s = 13.943 - 0.3296 T + 0.0037 T^2 \quad (3)$$

2.2 비보존성 오염물질의 특성

본 절에서는 보존성 오염물질과 비보존성 오염물질을 주입조건별로 비교하여 비보존성 오염물질의 확산거동 특성을 살펴보았다.

2.2.1 순간주입

사고에 의해 순간적으로 오염물질이 유입되는 경우 2차원 비보존성 오염물질의 해석해는 아래와 같다 (Ne-Zheng, 1996).

$$C(x, y, t) = \frac{M}{4\pi t \sqrt{D_L D_T}} \exp \left\{ - \left[\frac{(x - Ut)^2}{4D_L t} + \frac{y^2}{4D_T t} + kt \right] \right\} \quad (4)$$

식 (4)을 변형하여 임의의 시간 t 에서의 등농도선을 다음과 같이 타원형으로 얻을 수 있다.

$$\frac{(x - Ut)^2}{(\sqrt{AD_L})^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{AD_T})^2} = 1, \quad A = 4t \ln \left(\frac{M}{4\pi t \sqrt{D_L D_T} C \exp^{kt}} \right) \quad (5)$$

식 (5)에서 오염운의 횡방향 폭은 타원의 단축인 $2\sqrt{AD_T}$ 이다. 따라서 $M=5 \text{ ton/m}$, $D_L=0.1 \text{ m}^2/\text{s}$, $D_T=0.01 \text{ m}^2/\text{s}$, $t=6$ 일의 모의조건으로 보존성 오염물질 경우인 $k=0.0$ 과 비보존성인 경우 $k=0.5 \text{ /day}$, $k=1.0 \text{ /day}$ 를 비교하여 그림 1의 결과를 얻었다. 감쇠계수가 1인 경우 보존성 오염물질에 비해 오염운의 폭이 약 30 % 좁게 퍼져 나갔다.

2.2.2 연속주입

도시하수 및 공장폐수와 같이 오염물질이 연속적으로 유입되는 경우 2차원 비보존성 오염물질의 해석하는 다음 식 (6)과 같다 (Hemond, 1994).

$$C(x, y, t) = \frac{\dot{M}}{4(\pi U r \gamma D_T)^{1/2}} \exp \left[\frac{(x - \gamma r) U}{2D_L} \right] \operatorname{erfc} \left(\frac{r - \gamma U t}{2\sqrt{D_L t}} \right) \quad (6)$$

여기서 \dot{M} 은 질량 유입률, $\gamma = \sqrt{1 + 4kD_L/U^2}$, $r = \sqrt{x^2 + y^2 D_L/D_T}$ 이다.

식 (6)에서 $C_0 = 1000 \text{ ppm}$, $U=0.3 \text{ m/s}$, $D=0.3 \text{ m}^2/\text{s}$, $t=100 \text{ hr}$ 의 모의조건으로 보존성 오염물질 경우인 $k=0.0$ 과 비보존성 경우인 $k=0.5 \text{ /day}$ 를 비교하여 그림 2의 결과를 얻었다. $x=80 \text{ km}$ 에서 보존성 오염물질이 비보존성인 경우보다 약 5 배 더 큰 값을 가짐을 알 수 있다.

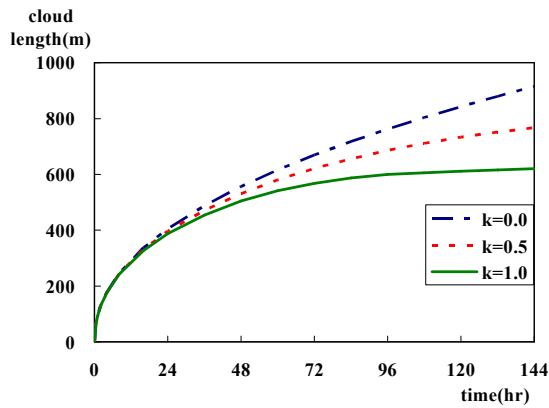


그림 1. 감쇠계수에 따른 순간주입 오염운의 폭 비교

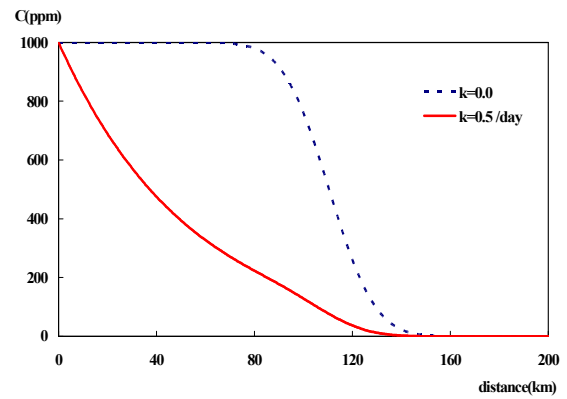


그림 2. 감쇠계수에 따른 연속주입 오염농도 비교

3. 수치 모형

본 연구에서는 여러 유한요소기법 중 가장 기본적이며 근간을 이루는 Galerkin법과 가중잔차법 (weighted residual)을 사용하였으며, 시간에 대해서는 유한차분을 이용하였다 (Pepper, 1992; Pinder, 1977). 식 (1)을 유한요소모형을 적용하여 행렬식으로 나타내면 다음과 같다 (이명은, 2003).

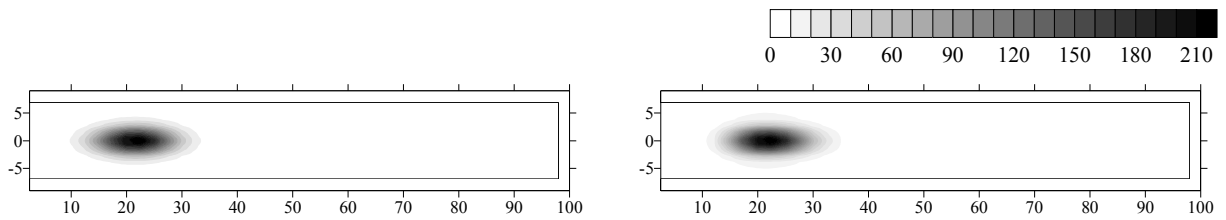
$$[M]^e \left\{ \frac{d\tilde{C}}{dt} \right\} + [A + D + K]^e \{ \tilde{C} \} = 0, \quad [K]_{ij}^e = \int_{\Omega^e} k \phi_i^e \phi_j^e d\Omega \quad (7)$$

여기서 ϕ 는 형상함수로 다양한 다항식에 의해 정의될 수 있다. 식 (2-b)에 의한 용존산소 농도식은 (2-a)의 BOD 농도 결과를 입력자료로 이용하여 다음과 같은 행렬식을 구성할 수 있다.

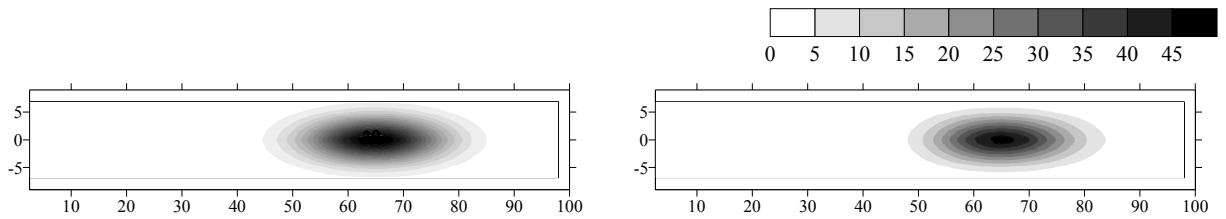
$$[M]^e \left\{ \frac{d\tilde{C}}{dt} \right\} + [A + D + K]^e \{ \tilde{C} \} + [B]^e = 0, \quad [B]_{ij}^e = (k_1 L - k_2 O_s) \int_{\Omega^e} \phi_i^e d\Omega \quad (8)$$

4. 수치모의 결과

앞서 언급한 식 (4) 및 (6)의 순간주입 및 연속주입 해석해와 식 (7)에 의한 수치해 결과를 $Pe=4.5$, $k=0.5$ /day의 조건에서 비교하여 다음 그림을 얻었다.

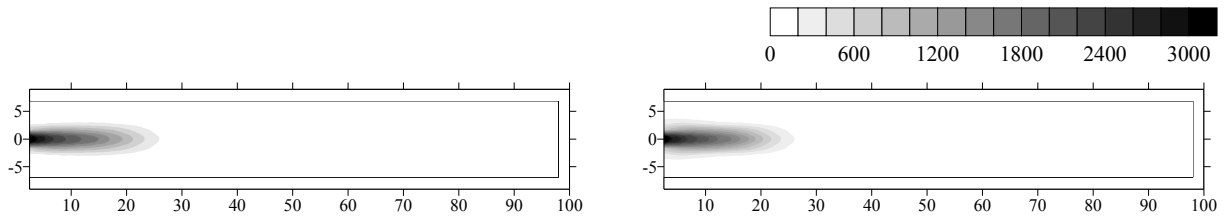


(a) $t=12$ hr

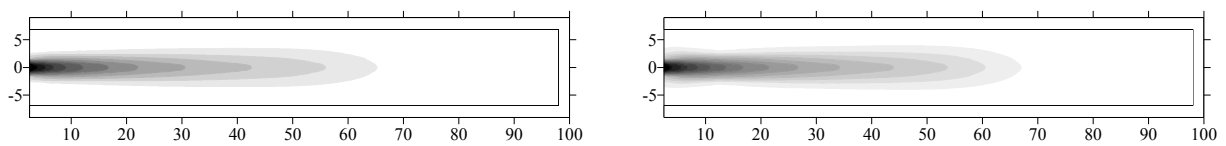


(b) $t=36$ hr

그림 3. 순간주입 시 농도장 비교: 해석해(좌) 및 수치해(우)



(a) $t=12$ hr



(b) $t=36$ hr

그림 4. 연속주입 시 농도장 비교: 해석해(좌) 및 수치해(우)

5. 결 론

주입조건별 2차원 비보존성 오염물질의 혼합거동을 보존성 오염물질과 비교하였다. 순간주입인 경우 감쇠계수가 1인 비보존성 오염물질이 보존성 오염물질에 비해 오염운 폭이 약 30 % 좁게 퍼져 나갔으며, 연속주입인 경우 오염원 주입 후 2일 정도부터 두 곡선이 큰 차이를 보여 5일 후에는 농도차가 최대 5배에 이르렀다. 해석해와 본 연구에서 구축한 2차원 유한요소모형에 의한 해를 비교해 본 결과 순간주입인 경우 약간의 위상차가 나타났지만, 연속주입을 모의한 경우에는 매우 정확한 결과를 얻었다. BOD 농도자료를 입력자료로 이용하는 DO 농도분포에 관한 수치모의는 약간의 보완을 통해 차후 완성할 계획이다.

감 사 의 글

본 연구는 21세기 프론티어연구개발사업과 서울대학교 공학연구소의 지원으로 수행되었습니다. 이에 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

1. 이명은(2003). Numerical Simulation of Depth-Averaged Advection-Dispersion Equation Using Finite Element Method, 석사학위논문, 서울대학교.
2. Chapra, S. C.(1997). Surface Water-quality Modeling, McGraw-Hill.
3. Domenico, P. A.(1990). Physical and Chemical Hydrogeology, John Wiley & Sons.
4. Hemond. H. F.(1994). Chemical Fate and Transport in the Environment, Academic Press.
5. Ne-Zheng Sun.(1996). Mathematical Modeling of Groundwater Pollution, Springer.
6. Pepper, D. W.(1992). The Finite Element Method, Hemisphere P. C.
7. Pinder, G. F.(1977). Finite Element Simulation in Surface and Subsurface Hydrology, Academic Press.