

# 사다리꼴 개수로 흐름에서 이차흐름의 3차원 수치모의

## 3D Numerical Simulations of Secondary Currents in a Trapezoidal Open-Channel Flows

강형식\*·최성욱\*\*

Kang, Hyeongsik · Choi, Sung-Uk

### 요 지

본 연구에서는 레이놀즈응력모형(RSM: Reynolds Stress Model)을 이용하여 사다리꼴 개수로 흐름을 수치모의 하였다. 측벽 경사에 따른 사다리꼴 개수로 흐름을 수치모의 하였으며 계산된 평균유속 분포는 기존의 실험 결과와 비교하였다. 그 결과 개발된 레이놀즈응력이 사다리꼴 개수로 흐름을 비교적 잘 예측하는 것으로 나타났다. 또한 사다리꼴 수로에서는 직사각형 개수로 흐름과 달리 velocity dip 현상이 발생하지 않는 것으로 나타났다. 특히 측벽 경사가 32°인 사다리꼴 수로에서의 평균유속 및 바닥 전단응력 분포는 측벽 경사가 큰 경우와 다른 형태의 평균유속 및 전단응력 분포가 형성되는 것으로 나타났다.

**핵심용어:** 사다리꼴 개수로 흐름, 레이놀즈응력모형, 평균유속, 전단응력

## 1. 서론

직사각형 개수로 흐름에 대한 기존의 실험 및 수치모의 연구를 살펴보면 바닥 및 자유수면 근처에서 bottom vortex와 free surface vortex와 같은 두 개의 큰 이차흐름이 발생하는 것으로 나타나 있다 (Nezu와 Nakagawa, 1993). 그러나 측벽이 경사진 사다리꼴의 개수로 흐름에서는 일반적인 직사각형 개수로 흐름에서 발생하는 이차흐름과 다른 구조의 이차흐름이 발생된다. 즉, 사다리꼴 개수로 흐름에서는 free surface vortex가 직사각형 개수로 보다 감소하며, free surface vortex와 bottom vortex 사이에 새로운 이차흐름이 형성된다. 또한 직사각형 개수로 흐름에서는 수심-폭의 비가 5-6 미만인 경우 free surface vortex의 영향으로 인해 주흐름방향으로의 최대 유속이 수면아래에서 발생하는 velocity dip 현상이 발생하게 되지만 사다리꼴 개수로에서는 이와 같은 현상이 뚜렷이 발생되지 않는다. 이상과 같이 사다리꼴 수로에서는 일반 직사각형 수로와 다른 이차흐름 분포에 의해 평균유속 및 난류구조, 바닥 전단응력 분포 등이 다르게 발생하게 된다.

본 연구의 목적은 사다리꼴 개수로 흐름에서의 평균유속 및 난류구조를 분석하는 것이다. 이를 위해 개수로 흐름을 등류상태로 가정하여 3차원의 수치모형을 구성하고 레이놀즈응력모형을 이용하여 수치모의를 수행하였다. 또한 개발된 레이놀즈응력모형을 이용하여 평균유속 및 난류구조를 수치모의하고 기존의 실험 데이터와 비교하였다.

## 2. 지배방정식

레이놀즈 수가 충분히 큰 경우 Navier-Stokes식을 시간평균하여 유도된 운동량방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{u_i' u_j'}) + g_i \quad (1)$$

여기서  $\overline{u}_i$ 는 시간 평균된  $i$ -방향의 유속이며,  $\rho$ 는 유체의 밀도,  $\nu$ 는 유체 점성,  $g_i$ 는 중력가속도, 그리고

\* 정희원 · 연세대학교 공과대학 사회환경시스템공학부 연구교수 (E-mail: kanghs@yonsei.ac.kr)

\*\* 정희원 · 연세대학교 공과대학 사회환경시스템공학부 교수 (E-mail: schoi@yonsei.ac.kr)

$-\overline{u_i' u_j'}$ 는 레이놀즈응력이다. 본 연구에서는 흐름을 등류상태로 가정하여 수치모의 하였다. 식 (1)에서 각각의 레이놀즈응력을 계산하기 위하여 다음과 같은 레이놀즈응력 수송방정식을 해석한다.

$$\frac{DR_{ij}}{Dt} = - \left( R_{ik} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} + R_{jk} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \right) + D_{ij} + \Pi_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

여기서  $R_{ij}$ 는 레이놀즈응력( $=\overline{u_i' u_j'}$ ),  $D_{ij}$ 는  $R_{ij}$ 의 확산항,  $\Pi_{ij}$ 는 압력-변형률 상관항, 그리고  $\varepsilon_{ij}$ 는  $R_{ij}$ 의 소멸항이다. 식(2)의 우변에서 난류확산항( $D_{ij}$ )에 대해서는 MH모형(Mellor와 Herring, 1973), 압력-변형률 상관항( $\Pi_{ij}$ )은 SSG모형(Speziale 등, 1991), 그리고 레이놀즈응력의 소산률( $\varepsilon_{ij}$ )은 Hanjalic과 Launder(1972)가 제시한 모형을 사용하였다. 이상과 같은 각각의 레이놀즈응력 모형에 대한 자세한 내용은 Kang과 Choi (2005)에 소개하였다.

### 3. 수치모의

개발된 수치모형을 이용하여 그림 1과 같은 사다리꼴 개수로에서 측벽 경사  $\theta = 32^\circ, 44^\circ, 60^\circ$ 인 경우에 대해 수치모의 하고 기존의 실험 결과와 비교하였다. 본 연구에서는 Tominaga 등 (1989)의 실험 결과를 이용하였으며, 실험 조건은 표 1에 나타내었다.

#### 3.1 평균유속

그림 2는 개발된 RSM과 Tominaga 등 (1989)의 실내 실험에 의한 주흐름방향으로의 평균유속 분포도를 보여준다. 그림 2에서의 평균유속 분포는 주흐름방향 최대 유속으로 무차원화 된 것이다. 일반적으로 직사각형 개수로에서 수심에 대한 폭의 비인 AR(aspect ratio)이 5-6미만인 경우 free surface vortex에 의해 velocity dip 현상이 발생하게 된다 (Nezu와 Nakagawa, 1993). 그러나 사다리꼴 개수로 흐름인 그림 2(a)를 살펴보면 AR = 2.2임에도 불구하고 수로 중앙의 자유수면 근처에서 velocity dip 현상이 뚜렷이 보이지 않는다. 이는 측벽 경사로 인해 직사각형 개수로와 다른 형태의 이차흐름이 형성되기 때문인 것으로 판단된다. 또한 측벽 경사가  $32^\circ$ 인 그림 2(b)를 살펴보면 최대 유속이 수로의 중앙 부근에서 형성되지 않는 것으로 나타났다. RSM에 의한 계산결과와 실험 결과가 매우 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 이와 같이  $32^\circ$ 의 측벽 경사를 갖는 사다리꼴 개수로 흐름에서 최대유속의 발생 지점이 수로 중앙이 아닌 측벽 방향으로 이동되는 현상은 측벽 경사가  $60^\circ$ 인 사다리꼴 개수로 흐름과 구별되는 유속 분포도이다. 또한 수로의 중앙 부근을 살펴보면 등유속선이 자유수면을 향하여 편향되어 있는 것으로 나타났다. 이는 수로 중앙 부근에서 수직 방향으로의 이차흐름이 강하게 발생하기 때문인 것으로서 이 역시 직사각형 개수로 및 측벽 경사가  $60^\circ$ 인 사다리꼴 개수로 흐름과 구별되는 현상이다.

#### 3.2 전단응력 분포

그림 3은 측벽 경사에 따른 바닥 및 측벽에서의 전단응력 분포의 변화를 보여준다. 그림 3(a)를 살펴보면 바닥 전단응력 분포는 바닥과 측벽의 교차점에서부터 급격히 증가하였다가  $0.1 < y/B < 0.2$  영역에서 횡방향으로 거의 일정한 값을 갖은 후 수로 중앙으로 갈수록 다시 증가하는 것으로 나타났다. 특히  $\theta = 44^\circ$ 와  $\theta = 60^\circ$ 의 경우를 보면 수로 중앙 부근에서 최대값을 갖는 반면에  $\theta = 32^\circ$ 를 살펴보면  $y/B =$  약 0.35에서 최대값을 갖고 수로 중앙 부근으로 갈수록 전단응력이 감소하는 것으로 나타났다. 또한  $y/B <$  약 0.3인 영역에서는 측벽 경사가 작을수록 전단응력이 커지는 반면에  $y/B > 0.3$ 의 수로 중앙 영역에서는 반대로 측벽 경사가 클수록 전단응력이 커지는 것으로 나타났다. 이와 같은 전단응력의 크기는 이차흐름에 의한 것으로서 하향류의 이차흐름이 발생하는 곳에서는 주위의 큰 운동량을 바닥쪽으로 이동시키기 때문에 상대적으로 전단응력이 증가하게 된다. 이상과 같이  $\theta = 60^\circ, 44^\circ$ 의 경우의 전단응력 분포는 일반적인 직사각형 개수로에서 발생하는 전단응력 분포와 유사한 형태를 갖는다. 그러나  $\theta = 32^\circ$ 일 때는 직사각형 개수로와 다른 새로운 형태의 전단응력 분포가 발생된다.

그림 3(b)는 측벽에서의 전단응력 분포도이다. 측벽에서의 전단응력은 바닥에서부터 급격히 증가하였다가 점차 증가율이 감소하여  $0.4 < z/H < 0.9$ 에서는 수심방향으로 거의 일정한 전단응력의 값을 갖고 자유수면

근처에서 급격히 증가한 후 다시 감소하는 양상을 보인다. 또한  $z/H < 0.5$ 인 영역에서는 측벽 경사가 작을수록 전단응력이 커지는 반면에  $z/H > 0.5$ 에서는 반대로 측벽경사가 클수록 전단응력이 커지는 것으로 나타났다.

### 3.3 난류강도 분포

그림 4는 주흐름방향의 난류강도 분포도를 보여준다. 그림 4에서의 난류강도는 마찰속도로 무차원화되었다. 난류강도 분포는 측벽 경사와 상관없이 유사한 형태의 분포를 보인다. 난류강도는 바닥에서 최대를 이루고 자유수면으로 갈수록 감소하는 것으로 나타났다. 또한  $\theta = 60^\circ$ 일 때의 난류강도를 살펴보면 측벽과 바닥의 교차점을 향하여 난류강도 분포가 편향되는 것으로 나타났다. 이는 일반 직사각형 개수로 흐름에서와 동일한 현상이다. 그러나  $\theta = 32^\circ$ 인 경우에는 이와 같은 편향 현상이 약화되는 것을 확인할 수 있다. 또한 측벽 근처를 살펴보면  $\theta = 60^\circ$ 과  $32^\circ$  모두 자유수면을 향해 난류강도가 편향하는 것으로 나타났으며, 이는 직사각형 개수로 흐름에서의 난류강도와 구별되는 현상이다.

## 4. 결론

본 연구에서는 레이놀즈응력모형을 이용하여 사다리꼴 개수로 흐름을 수치모의 하였다. 흐름을 등류상태로 가정하여 삼차원의 수치모형을 구성하고 평균유속 및 난류구조를 수치모의 하였다. 주흐름방향으로의 평균유속 분포를 계산한 결과 측벽 경사가  $60^\circ$ 인 사다리꼴 개수로에서는 직사각형 개수로와 전반적으로 유사한 형태의 평균유속 분포를 갖는 것으로 나타났다. 그러나  $AR=2.2$ 임에도 불구하고 직사각형 개수로 흐름과 달리 velocity dip 현상이 뚜렷히 나타나지 않는 것을 확인하였다. 또한  $\theta = 32^\circ$ 인 사다리꼴 개수로에서는 최대유속이 수로 중앙이 아니라 측벽 방향으로 이동하여 발생하는 것으로 나타났다. 즉,  $\theta = 32^\circ$ 인 사다리꼴 수로에서의 유속 분포는  $\theta = 60^\circ$ 의 사다리꼴 수로 및 직사각형 개수로 흐름과 다른 형태의 유속 분포가 형성되는 것으로 나타났다. 마찬가지로 바닥 전단응력 분포 역시  $\theta = 60^\circ$ 과  $\theta = 44^\circ$ 는 직사각형 개수로와 유사한 형태를 갖지만,  $\theta = 32^\circ$ 인 경우에는 새로운 형태의 바닥 전단응력 분포가 형성되는 것을 확인하였다.

## 감사의 글

본 연구는 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁 시행한 2003년도 건설핵심기술연구개발사업(03산학연C01)에 의한 것임.

## 참고문헌

- Kang, H. and Choi, S.-U. (2005). "Reynolds stress modeling of rectangular open-channel flow." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, in press.
- Hanjalic, K. and Launder, B.E. (1972). "A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows." *Journal of Fluid Mechanics*, 52, 609-638.
- Mellor, G.L. and Herring, H.J. (1973). "A survey of mean turbulent field closure." *AIAA Journal*, 11, 590-599.
- Nezu, I. and Nakagawa, H. (1993). *Turbulence in open channel flows*. Monograph, Balkema, Rotterdam. The Netherlands.
- Speziale, C.G., Sarkar, S., and Gatski, T. (1991). "Modeling the pressure strain correlation of turbulence: an invariant dynamical systems approach." *Journal of Fluid Mechanics*, 227, 245-272.
- Tominaga, A., Nezu, I., Ezaki, K., and Nakagawa, H. (1989). "Three dimensional turbulent structure in straight open channel flows." *Journal of Hydraulic Research, IAHR*, 27(1), 149-173.

표 1. 실험조건 (Tominaga et al., 1989)

측벽 경사 (°)	수심 $H$ (cm)	폭 $B$ (cm)	수면폭 $T$ (cm)	AR ( $B/H$ )	에너지경사 $I_e$ ( $\times 10^{-3}$ )	푸르드 수 Fr	레이놀즈 수 Re
60	11.0	24.8	39.8	2.2	0.389	0.32	$6.48 \times 10^4$
44	9.05	20.0	38.9	2.2	0.594	0.40	$8.76 \times 10^4$
32	7.12	15.2	39.8	2.1	0.594	0.47	$5.34 \times 10^4$

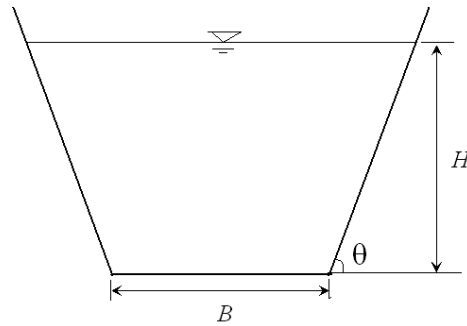


그림 1. 사다리꼴 개수로

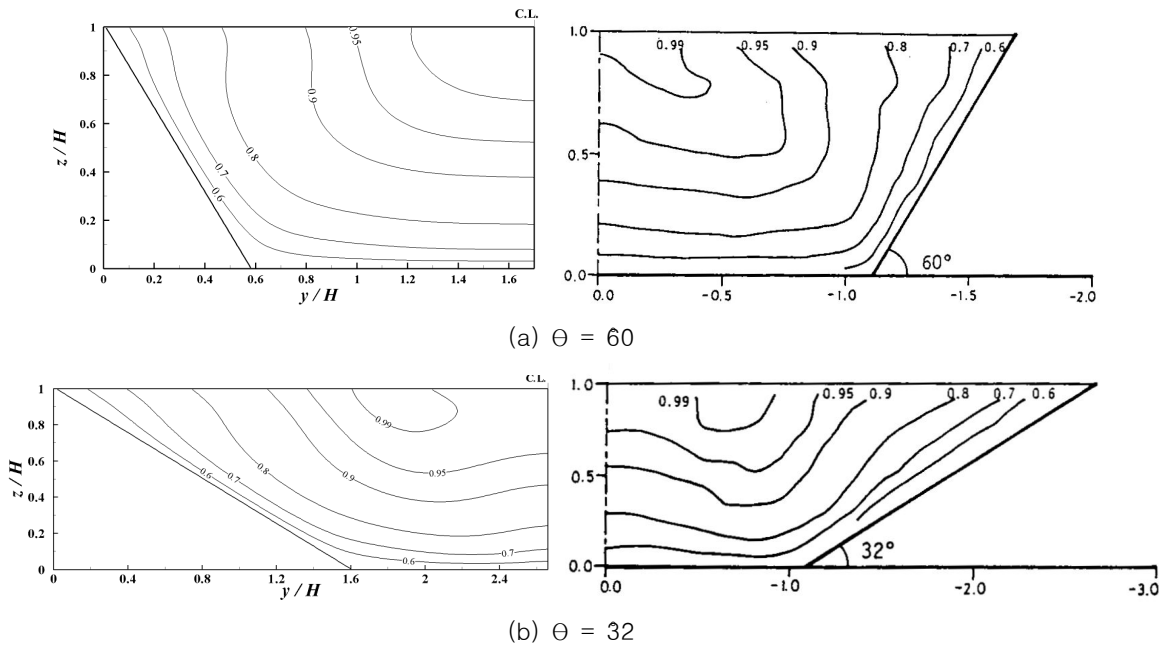
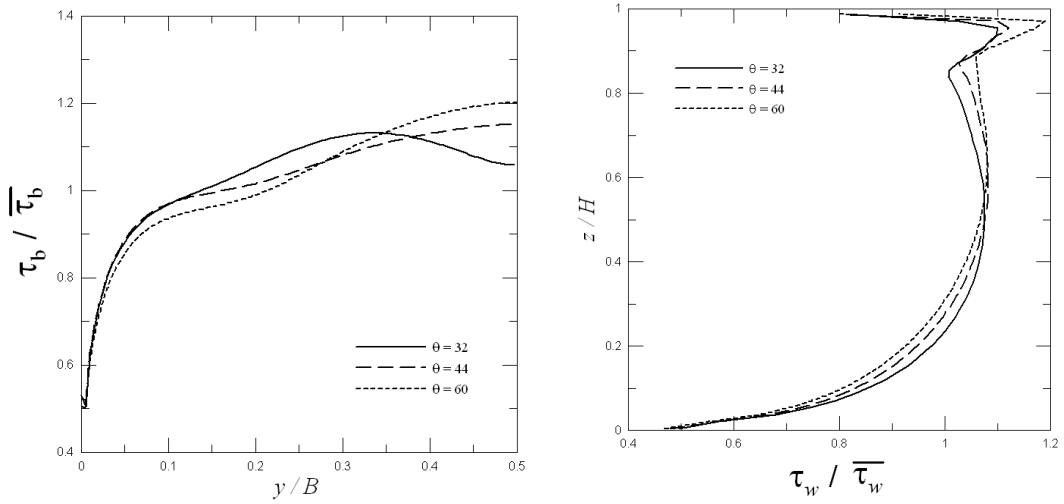
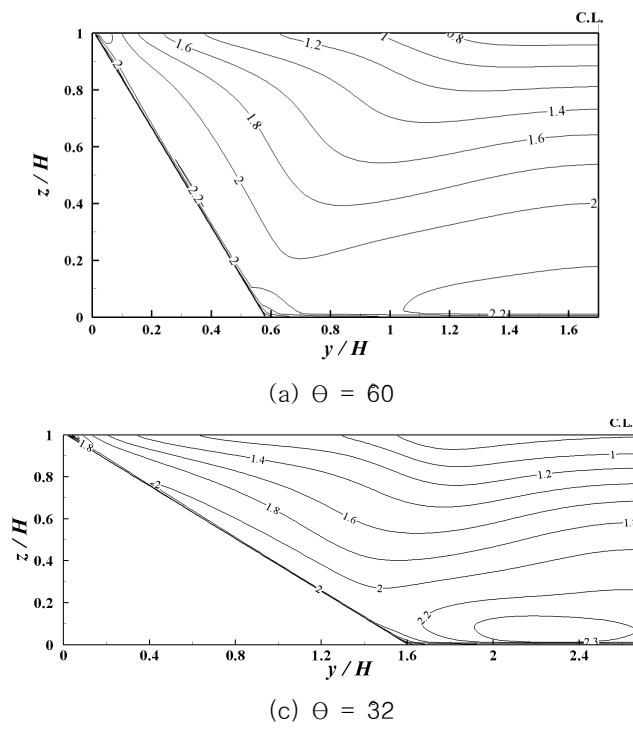


그림 2. 주흐름방향 평균유속 분포도 [좌: RSM, 우: Tominaga 등 (1989)]



(a) 바닥 전단응력 (b) 측벽 전단응력

그림 3. 바닥 및 측벽 전단응력 분포



(a)  $\theta = 60$

(c)  $\theta = 32$

그림 4. 난류강도 분포도