

고유진동수 접근현상을 고려한 셸 구조물의 설계최적화기법

Shell Design Optimization Technique considering the Appearance of Close Frequencies in Optimization Process

이상진†·배정은*

Sang Jin Lee and Jung Eun Bae

Key Words : Shell Structures(셸 구조물), Natural Frequency(고유진동수), Degenerate Shell Element(퇴화셸요소), Design Sensitivity(설계민감도), Design Optimization(설계최적화)

ABSTRACT

This paper provides the basic theory and numerical results of shell design optimization considering the appearance of close natural frequencies in optimization process. In this study, the fundamental natural frequency to be maximized is considered as the objective function and the initial volume of structures is used as the constraint function. In addition, the constraints related to natural frequency is also adopted to avoid the natural frequency closeness phenomenon during the optimization iteration. The Coon's patch is used to represent the shape and thickness distribution of shells. A degenerated shell finite element is adopted to calculate the fundamental natural frequency of the shells. The SQP available in the optimizer DoT is used to search optimum solution. From numerical results, the introduction of the frequency constraint into shell design optimization can deeply affect on the final optimum shape of shells although it is likely to be used to avoid the frequency closeness phenomenon.

1. 서 론

셸은 건축, 토목, 기계 및 항공과 같은 다양한 공학 분야에서 중요한 구조의 형태로 이용되고 있다. 셸은 형태학적으로 중요한 요소로 인식될 뿐만이 아니라 미적으로나 구조적으로 높은 완성도를 요구하고 있다. 셸은 부드러운 곡면을 수반하고 구조적으로 너비에 비해 두께가 얇아 설계의 초기단계부터 그 형태를 결정하는데 많은 시간과 노력이 요구된다. 따라서 사용자가 원하는 형태와 기능을 가진 셸을 설계하기 위해서 많은 시행오차를 거치게 된다. 최근에는 고성능 컴퓨터의 발달로 인해 셸의 곡면을 정확히 표현할 수 있는 기하학적 모델이 제시되고 있을 뿐만이 아니라 셸의 거동을 정밀하게 계산할 수 있는 수치해석기법이 개발되면서 셸을 설계하는 과정에서 발생하던 오차가 줄어들고 설계과정은 더 과학적으로 바뀌고 있다. 또한 최적화알고리즘의 발달로 인해 기능적으로나 형태적으로 사용자가 원하는 셸의 곡면을 보다 쉽게 설계할 수 있는 Fig. 1에 도시된 바와 같은 통합설계최적화기법^(1,2)에

대한 연구도 시도되고 있다. 한편으로 통합설계최적화에 대한 연구와 더불어 각 요소기술에 대한 개별적 연구 또한 심층적으로 이루어지고 있다. 본 연구에서는 셸 구조물의 진동수를 조절하기 위한 설계최적화기법과 관련한 세부이론과 요소기술을 체계적으로 분석하고 이를 통합하여 셸의 진동수를 조절할 수 있는 형상 설계최적화기법을 제시하고자 한다.

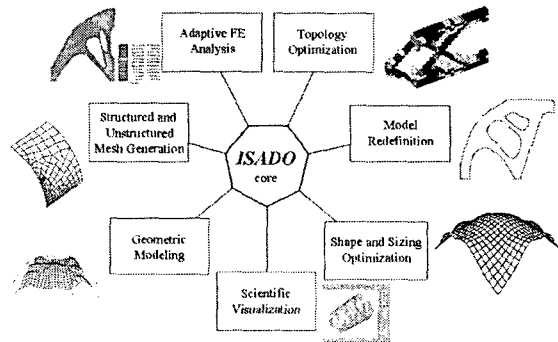


Fig. 1 통합설계최적화를 위한 요소기술

특히 최적화과정 중에 발생하는 진동수의 접근현상을 방지하기 위하여 진동수와 관련한 제약조건을 설계최적화에 도입하고 진동수 접근현상을 제거할 경우에 나타나

† 책임저자, 경상대학교, 건축공학과
E-mail : lee@gnu.ac.kr
Tel : (055) 751-6541, Fax : (055) 751-0165

* 경상대학교, 공학연구원, 특별연구원

는 쉘의 최적형상에 대하여 조사하였다.

2. 쉘 최적화 기본 요소기술

2.1 기하학적 모델

기하학적 모델은 쉘 구조물의 곡면을 컴퓨터상에서 효율적으로 표현하고 수정하기 위해서 개발되었다. 쿤의 조각면을 시작으로 베지에 곡면, B-스플라인 곡면 그리고 NURBS로 발전되어 왔으며 점차적으로 구조물의 설계최적화에 도입되고 있다.^(3,4) 본고에서는 쉘 구조물의 형상을 표현하기 위한 CAGD기법 중에서 표현이 간편하고 형상이 자연스러운 기하학적 모델로 인식되고 C^2 의 연속성을 자동으로 만족하고 있는 쿤의 조각면을 도입하였다.

쿤의 조각면은 다음과 같이 정의 된다.⁽⁵⁾

$$h(u, v) = u H Q H^T v^T \quad (1)$$

여기서, $u = \{u^3, u^2, u, 1\}$, $v = \{v^3, v^2, v, 1\}$

$$H = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} R & R \cdot v \\ R \cdot u & R \cdot uv \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} r(0,0) & r(0,1) \\ r(1,0) & r(1,1) \end{bmatrix}$$

여기서 $r(0,0)$, $r(0,1)$, $r(1,0)$, $r(1,1)$ 은 쿤의 조각면 네 가장자리의 좌표값을 나타내고 $r(0,0) \cdot u$ 는 $r(u, v)$ 를 매개변수 u 에 대하여 점(0,0)에서 편미분한 값을 말한다. 식(1)을 이용하여 여러 개의 쿤의 조각면을 조합한 기하학적 모델로 판의 두께를 표현할 수 있다.

2.2 유한요소망 자동생성기

구조물의 형상을 표현하기 위해서 도입된 기하학적인 모델이 수치해석에 사용되기 위해서는 Fig. 2에 도시된 바와 같이 기하학적인 모델을 유한요소로 이산화하는 과정을 거쳐야한다. 기하학적인 모델에 상응하는 유한요소를 생성하는 방법은 Fig. 2에서와 같이 2차원 기하학적 모델위에 유한요소망을 생성한 뒤 미리 생성된 기하학적 모델에 사상하는 것이다.

2.3 쉘의 형상조절법

설계최적화 반복계산과정에서 쉘의 형상변화를 적절히 표현하기 위해서는 도입된 CAGD를 바탕으로 형성된 기하학적 모델을 효과적으로 조절할 수 있어야 한다. 이 조절기법은 네 단계로 이루어지는데 설계변수의 선택,

설계변수의 연계, 설계변수의 이동방향, 설계변수의 미세 변화로 이루어진다.

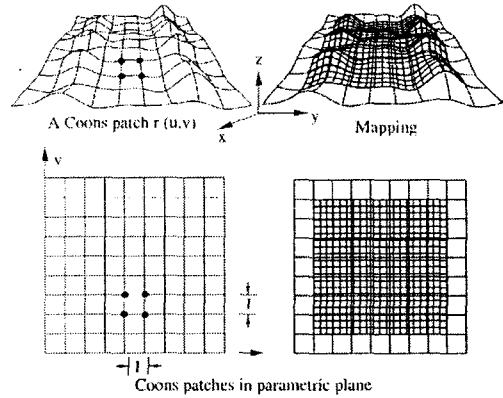


Fig. 2 기하학적인 모델에 사상된 유한요소망

2.4 구조물의 반응해석

형상의 변화에 따른 쉘의 동특성은 수치해석 기법을 이용하여 분석할 수 있다. 쉘 구조물의 해석에 퇴화셀요소를 사용하면 형상의 제약 없이 쉘의 자유진동특성을 정확히 분석할 수 있다. 본 연구에서는 가변형도를 바탕으로 개발된 Reissner-Mindlin (RM) 퇴화셀요소를 이용하여 쉘의 고유진동수를 계산하였다. 본 연구에 도입된 퇴화셀요소에 관련된 사항은 참고문헌⁽⁶⁾에 기술된 내용을 참고할 수 있다.

2.5 민감도 해석

쉘의 동특성을 개선하기 위해서 최적화 반복계산중에 그 형상을 조절하게 된다. 이때 쉘의 형상을 표현하기 위해 사용한 기하학적 모델의 조절점 위치벡터가 설계변수의 역할을 하게 된다. 그리고 최적화 알고리즘은 이들 설계변수에 대한 민감도값을 필요로 한다. 설계변수에 대한 민감도는 해석적 기법, 준해석적 기법, 유한차분법이 세 가지의 방법⁽⁷⁾으로 계산할 수 있는데 본 연구에서는 유한차분법을 도입하였다. 따라서 설계변수에 대한 진동수의 민감도 값은 다음과 같이 구하였다.

$$\frac{\partial \omega}{\partial s_i} \approx \frac{\Delta \omega}{\Delta s_i} = \frac{\Delta \omega(s_i + \Delta s_i) - \Delta \omega(s_i)}{\Delta s_i} \quad (2)$$

여기서 ω 는 민감도를 필요로 하는 고유진동수, Δs_i 는 민감도해석을 위해 도입한 i 번째 설계변수의 미소 변화 값을 나타낸다.

2.6 최적화문제 정의

최적화문제는 다음의 표준식으로 정의 될 수 있다.

$$\text{Maximize} \quad \Psi(s)$$

$$\begin{aligned} \text{Subjected to } & g_j(s) \leq 0, j = 1, m \\ & h_k(s) \leq 0, k = 1, \ell \\ & s_i^l \leq s_i \leq s_i^u, i = 1, ndv \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, s 는 설계변수벡터이고, $\psi(s)$ 는 목적함수, $g(s)$ 는 부등제약함수이고, $h(s)$ 는 등제약함수이다. s_i^l 와 s_i^u 는 i 번째 설계변수가 가질 수 있는 하한값과 상한값이며 ndv 는 최적화에 사용된 전체 설계변수의 수를 나타낸다. 본 연구에서는 셸의 기본고유진동수 w_1 를 목적함수로 선택하였고 구조물의 초기 부피 값 V_0 와 인접진동수의 간격을 제약조건으로 사용하였다. 최적화를 수행하기 위하여 프로그램인 DoT⁽⁸⁾에서 제공하는 Sequential Quadratic Programming (SQP)⁽⁹⁾ 수학적 프로그래밍 알고리즘을 이용하였다

3 최적화 알고리즘

셸의 형상최적화를 수행하기 위한 기본 알고리즘은 앞에서 기술한 요소기술들을 순차적으로 이용하게 된다. 위에서 제시한 CAGD를 이용한 셸의 설계최적화 기본 알고리즘은 다음과 같은 다섯 가지의 기본 과정을 거친다.

1) 최적화 문제 정의: 셸의 초기형상과 두께의 분포를 쿤의 조각면을 사용하여 정의한다. 설계변수의 이동방향과 이동범위 또한 이 단계에서 정의한다. 유한요소해석에서 필요한 하중 및 경계조건 등을 준비한다.

2) 유한요소망의 자동생성: 제 2절에서 언급한 유한요소 자동생성기를 사용하여 이전 단계에서 정의된 기하학적 모델위에 유한요소망을 생성한다. 파라메트릭평면 위에 유한요소를 생성할 때 규격요소망과 비규격요소망을 모두 사용할 수 있다.

3) 유한요소해석: 제 2절에서 언급한 셸요소를 사용하여 유한요소 해석을 수행한다. 이 단계에서 목적함수에 해당하는 셸의 기본진동수와 제약함수인 셸의 부피 그리고 인접진동수의 간격을 계산한다.

4) 민감도해석: 민감도 해석은 설계변수의 변화가 셸의 진동특성에 끼치는 영향의 정도를 파악하는 단계이다. 본고에서는 유한차분법을 사용하여 설계민감도를 계산하였다.

5) 최적값 검색: 민감도 해석에서 계산된 각 변수에 대한 설계민감도 값을 이용하여 최적값을 검색한다. 최적값이 구해 질 때까지 2)-5)과정을 반복한다.

4. 수치예제

본 연구에서는 돔형 셸을 형상 최적화하였다. 돔의 1/4을 표현하기 위해 5×5의 쿤의 조각으로 구성된 기하학적인 모델을 사용하였다. 최적화를 위하여 채택한

형상설계변수는 주어진 높이 z 에서 모두 연계하였으며 그 위치는 Fig. 3에 도시된 바와 같다. 셸 구조물의 하단부는 수직방향으로 지지된 것으로 가정하였고 최적화에 사용된 재료특성치는 탄성계수와 프와송비가 각각 $E = 3.2 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ 과 $\nu = 0.3$ 이다. 셸의 두께는 셸 전체에 걸쳐 균일한 두께 $h = 0.25 \text{ m}$ 를 가지는 것으로 가정하였다. 그리고 셸의 정점부분과 바닥부분의 반지름은 $R_t = 2.5 \text{ m}$, $R_b = 10 \text{ m}$ 이다.

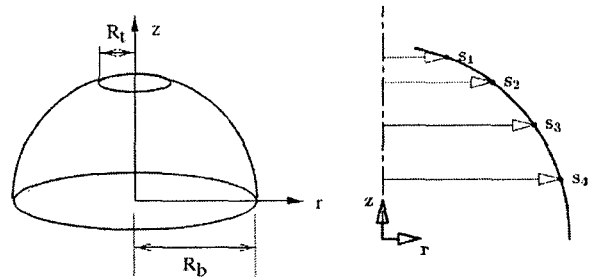


Fig. 3 돔형 셸의 형상과 설계변수

이 돔형 셸은 특히 각기 다른 세 가지의 유한요소⁽⁶⁾를 이용하여 최적화를 수행한 바 있다. 최적화 결과를 통하여 종류가 다른 유한요소를 사용하였을 경우 도출되는 최적형상이 Fig. 4(좌상),(우상),(좌하)에 도시된 바와 같이 다르게 나타났다.

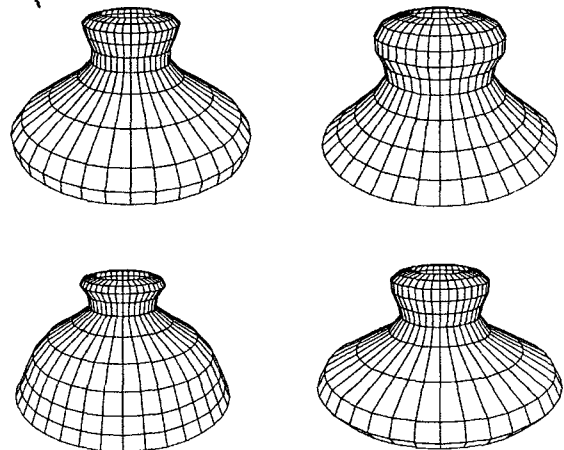


Fig. 4 셸의 최적형상: (좌상) 등제약함수와 LAG9요소 이용, (우상) 등제약함수와 ASL9요소 이용, (좌하) 등제약함수와 ANS9요소 이용 (우하) 부등제약함수와 ASL9이용.

최적화에 이용된 설계변수의 초기 값과 구속범위 그리고 유한요소의 종류와 제약조건에 따른 최적결과를 표. 1에 정리하였다.

표. 1 초기 설계변수값과 및 정규화된 목적함수값.

	is_i^o	s_i^l	s_i^u	LAG9	ASL9	ANS9	ASL9'
1	4.500	2.500	6.50	4.201	4.695	3.786	3.954
2	7.150	3.000	11.0	3.740	5.290	3.002	3.262
3	8.800	4.500	14.0	4.500	4.500	6.834	4.500
4	9.800	6.500	14.0	10.15	7.294	9.020	9.261
5	0.025	0.004	0.05	0.050	0.029	0.029	0.028
$\Psi(s)$	-	-	-	4.003	3.807	6.768	6.632

최적화를 수행한 결과 표 1에서와 같이 최고 6.77배의 기본 고유진동수 증가를 성취하였다.⁽¹⁰⁾ 그러나 최적화된 셸의 고차 진동수 값이 초기 값에 비해 감소하고 특히 인접 진동수의 근접현상이 최적화구조물에서 발견되는 것으로 나타났다. Fig.5에는 돔형 셸의 초기진동수 분포와 최적화된 셸의 진동수 분포를 도시하고 있다.

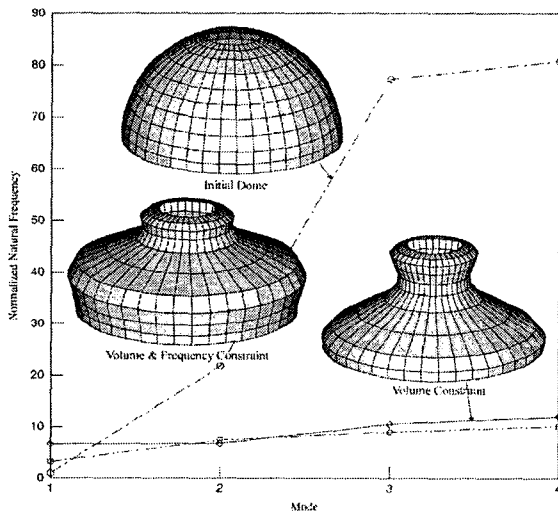


Fig. 5 초기 돔과 최적화된 돔의 진동수 분포비교

Fig. 5에 도시된 바와 같이 부피제약조건만을 사용하여 최적화된 셸의 기본고유진동수는 초기 셸에 비하여 크게 증가하였으나 돔형 셸의 2차고유진동수가 기본진동수에 근접하는 현상을 보이고 있고 최적화를 통하여 셸의 고차진동수가 초기 셸에 비해 전체적으로 감소하였다. 따라서 본 연구에서는 이러한 현상을 개선하기 위하여 최적화문제에 세 개의 진동수 제약조건을 새롭게 도입하였다. 도입한 진동수 제약조건으로 각 진동수간의 간격($\delta w_i = w_{i+1} - w_i, i = 1, 3$)을 이용하였다. 본 예제에서는 δw_1 를 초기 셸의 진동수 간격의 20%이상, δw_2 를 초기 셸의 진동수 간격의 3%이상, δw_3 를 초기 셸의 진동수 간격의 2.5%이상 유지하는 것으로 하였다. 설계최적화에 셸의 진동수간격을 제약조건을 도입한 결과 셸의 각 진동수의 과도한 근접현상은 방지할 수 있었으나 최적화의 설계공간의 축소로 인해 기본고유진동수의 최대화는 부피제약조건만

을 도입하였을 때 보다는 적은 3.23배로 최대화되었다.

5. 결론

본 연구에서는 셸 구조물의 고유진동수 접근현상을 고려할 수 있는 최적기법을 제시하고 이를 이용하여 돔형 셸을 최적화하였다. 설계최적화과정에서 발생하는 고유진동수의 접근현상을 진동수와 관련한 제약조건을 도입함으로써 성공적으로 해결하였으나 설계공간의 변화로 인해 기본진동수의 최대화는 다소 둔화되었다. 본 연구에서 제시한 설계최적화기법은 셸 구조물의 진동수 분포를 적절히 조절하고 공간에 대한 영향을 줄일 수 있는 유용한 설계최적화기법으로 판단된다.

후기

본 연구는 학술진흥재단 선도연구자 지원 사업비(D00748)로 수행되었음

참고 문헌

- (1) Lee, S.J., "A schematic concepts of fully integrated design optimization of shells." APCS-2000, Seoul, 2000
- (2) Hinton, E., Sienz, J. and Hassani, B., "Fully integrated design optimization for engineering structures," in Proc. of 3rd International Conference on Computational Structures Technology - Advances in Structural Engineering Optimization, Budapest, 1996
- (3) Farin, G., "Curves and surfaces for computer aided geometric design, Academic Press, San Diego, 1990
- (4) Anand, V.B., Computer Graphics and Geometric Modelling for Engineers, John Wiley and Sons, New York, 1993
- (5) Coons, S.A., Surfaces for Computer-Aided Design of Space Figures, Mech. Eng. Dept., MIT, 1964
- (6) Lee, S.J and Han, S.E., "Free vibration analysis of plates and shells with a nine-node assumed natural degerated shell element," Journal of Sound and Vibration, Vol. 241, 2001, pp.605-633
- (7) Haftka R.T. and Adelman, H.M., "Recent developments in sensitivity analysis," Structural Optimization. Vol. 1, 1989, pp137-151
- (8) DoT manual VMA Engineering, 1996.
- (9) Vanderplaats, G. N., Numerical Optimization Techniques for Engineering Design, McGraw-Hill, 1984
- (10) 이상진, 김하룡 "셸의 진동수를 조절하기 위한 형상 및 두께 최적화 기법에 대한 연구," 대한건축학회 논문집 제22권 제4호, 2006, pp.73-82