

래티스볼츠만 다상류 모델의 검토 및 응용

강호근⁺, 안수환⁺⁺

An Investigation of Lattice Boltzmann Multi-phase Model and its Application

Ho Keun Kang⁺ and Soo Whan Ahn⁺⁺

Abstract : A finite difference lattice Boltzmann model which allows us to simulate gas-liquid two-phase flows with large density difference, for instance, 800 times for air and water is considered. Two-particle model is used and the density difference is introduced by changing the acceleration according to the fluid density. Numerical measurement of surface tension agrees well with theoretical predictions. Simulations of two-phase phenomenon for phase-transition is carried out, showing applicability of the model for two-phase flows. The two-dimensional cavitating flow around a board set up in the fluid way is also simulated. As a result, it was confirmed that the FDLB method with two-particle model was effective in numerical simulation of cavitating flow and the bubble periodically grew up at the low pressure area behind the board, in which the fluid condition was influenced by the cavitation number.

Key words : Lattice Boltzmann method(래티스볼츠만법), Multi-phase model(다상류모델), Phase separation(상분리), Cavitating noise(캐비테이션 소음)

1. 서론

이상류(two-phase flow)을 시작으로 하는 복잡한 자연현상을 규명하기 위해서는 현상의 단순화 및 추상화에 의한 모델화하는 수법들이 예전부터 이용되어져왔다. 수치모델에 나타나는 편미방정식을 풀기 위해서 다양한 연구가 행하여졌지만, 편미방정식의 엄밀해는 단순한 영역형상이나 경계조건하에서만 구해진다. 최근 계산기 성능의 비약적인 향상에 의해 수치 모델에 대한 계산기를 이용한 접근은 현상에 대한 종래의 이론적 및 실험적 접근은 필수 불가결한 것이 되었다.

차분격자볼츠만법은 종래의 NS방정식을 직접적으로 이용하지 않는 수치계산방법이며, 과거의 연구로부터 매우 우수한 정도를 갖으며 유동소음 등을 계산할 수 있는 우수한 이점도 보고되고 있다. 본 연구에서는 LBM을 근사 Boltzmann방정식의 차분스킵의 한 종류로 취급하여 FDLBM을 2상류의 모델화로 이용하는 것에 의해, 수치적 안정성의 향상, 완화시간 ϕ 제한의 완화, 및 수치정도의 향상등을 추구한다. 또한 밀도차를 갖는 2상류에 대한 수치해석을 행하기 위해 FDLBM에 2입자 모델을 도입하며, 표면장력을 고려한 모델과 밀도차가 큰 2상류 및 캐비테이션에 기인한 유동소음을 계산함과 동시에 본 모델의 타당성을 검토하는 것을 목적으로 한다.

2. 2상류 FDLBM

혼상류 모델로는 Rothman 등의 2입자모델^[1], Swift 등의 자유 에너지(free energy) 이론을 이용한 모델^[2] 등이 있다. 여기에서는 2상류를 해석하기 위해 각각의 격자점에서 밀도가 다른 2개의 입자가 존재하며, 그 분포함수를 f_L 와 f_G 로 나타낸다. 여기서 L와 G은 각각 액체의 입자 및 기체의 입자를 나타내는 것으로 한다. 또한 평형분포함수는 $f_L^{(0)}$ 와 $f_G^{(0)}$ 로 표시되며, 다음과 같이 정의된다.

$$\rho_L = \sum_i f_{Li} = \sum_i f_{Li}^{(0)}, \rho_G = \sum_i f_{Gi} = \sum_i f_{Gi}^{(0)} \quad (1a,b)$$

$$(\rho_L + \rho_G)\mathbf{u} = \sum_i (f_{Li}\mathbf{c}_i + f_{Gi}\mathbf{c}_i), p = \frac{1}{3}(\rho_L + \rho_G) \quad (2),(3)$$

이때, 식(4)에 국소평형분포함수 $f_L^{(0)}$ 에 외력을 부가하면, 식(5)과 같이 도출된다.

$$f_L^{(0)} = f_L^{(0)}(t, \rho_L \mathbf{u} + \phi \mathbf{F}^L) \quad (4)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{\rho_L}{\rho} \mathbf{F}^L \quad (5)$$

한편 표면장력은 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{s}^L = \kappa \rho^G \nabla \rho^L, \mathbf{s}^G = -\kappa \rho^L \nabla \rho^L \quad (6a,b)$$

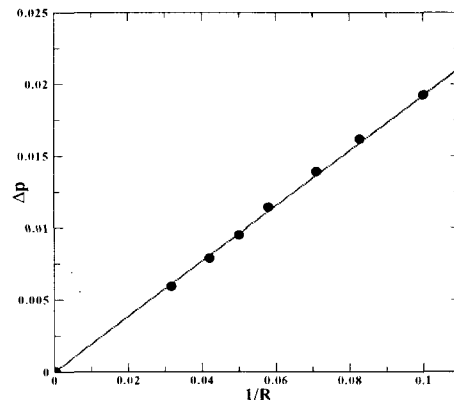
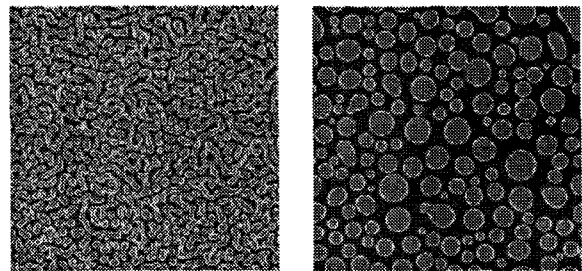


Fig. 1 Δp plotted vs $1/R$.



(a) 500 ts (b) 5000 ts

Fig. 2. Phase separation on 156×180 meshes. 비중으로서 ρ^L, ρ^G 를 각각 다른 표면장력에 사용하고 있지만, 이것은 국소적인 운동량을 보존한다. L입자를 입자간에 힘이 큰 유체입자로 취급되며, 입자간 힘이 움직인 방향을 L입자의 밀도구배 $d\rho^L/dx$ 로부터 주어진다. 여기서 κ 는 입자간 힘의 계수를 나타낸다.

기액의 밀도비가 큰 모델로서는 He 등의 밀도비를 40배 정도 까지 고려할 수 있는 모델^[3]이나, Inamura 등의 포아송방정식을 푸는 것으로 밀도비를 1000배까지 고려할 수 있는 모델^[4]이 있다. 본 연구에서는 입자의 밀도비에 따른 관성력을 고려하기 위해 L입자와 G입자에 가속도를 수정한 모델을 이용한다. 먼저, FDLBM을 이용하여 계산을 행하고, 각 입자의 밀도, 속도 및 압력을 구한다. 그러한 값을 이용하여 도출해야하는 NS방정식을 이산화하여 압력과 점성에 의한 외력을 계산한다. G입자

⁺ 강호근(경상대학교 해양산업연구소), E-mail: kang88@gaechuk.gsnu.ac.kr, Tel: 055)640-3064

⁺⁺ 안수환(경상대학교 기계시스템공학과), E-mail: swahn@gaechuk.gsnu.ac.kr, Tel: 055)640-3125

를 공기, L입자를 물이라고 생각할 때, 물은 공기에 대하여 밀도는 약 800배, 동점도는 1/15배라고 하면, 외력으로서 작용하는 압력항 및 점성항을 식(7)과 같이 수정한다. 또한 액체는 기체와 비교하여 밀도가 조금 변화하면 압력이 크게 변화하는 것을 식(8)에 의하여 고려된다. β 는 압력변화의 크기를 바꾸는 파라메타이며, $\rho_{ref}^L=1$ 은 기준 밀도를 나타낸다.

$$\mathbf{a} = \frac{\nabla p}{\rho} - \nu \nabla^2 \mathbf{u} - \frac{1}{800} \frac{\nabla p'}{\rho} + \frac{1}{15} \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (7)$$

$$\mathbf{p}' = p + \beta(\rho^L - \rho_{ref}^L) \quad (8)$$

또한, 각각의 표면장력 항에 외력을 가하면 다음과 같다.

$$\mathbf{F}^G = \mathbf{s}^G, \mathbf{F}^L = \mathbf{s}^L + \mathbf{a} - \mathbf{g} \quad (9a,b)$$

따라서 표면장력과 밀도차를 고려한 운동방정식은 다음과 같이 도출되어진다.

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{\rho^G}{\rho} (-\kappa \rho^L \nabla \rho^L) + \frac{\rho^L}{\rho} \times \left[(\kappa \rho^G \nabla \rho^L) - \mathbf{g} + \left(\frac{\nabla p}{\rho} - \nu \nabla^2 \mathbf{u} - \frac{1}{800} \frac{\nabla p'}{\rho} + \frac{1}{15} \nu \nabla^2 \mathbf{u} \right) \right] \quad (10)$$

3. 기액 2상류 시뮬레이션

3.1 Laplace법칙 및 상분리

2상계면에 있어서 표면장력의 검증으로 Laplace법칙에 관한 수치검증을 행하였다. 2상계면으로부터 떨어진 점에서 각 상은 이상유체에 대한 Navier-Stokes방정식을 따르지만, 계면부근에서는 계면자신의 거동이 중요하며, 표면장력이 정확하게 모델화되어야 한다. 표면장력 $\mathbf{s}^{G,L}$ 의 역학적 정의 즉 Laplace법칙은

$$\Delta p = \frac{s^{G,L}}{R} \quad (11)$$

와 같다. 여기서, R은 곡률반경 및 Δp 는 액적 내압과 외압의 차이이다. 증기로 충전된 영역의 중심에 반경 R의 액적을 배치한다. 여기서 계산격자는 $4R \times 4R$, 밀도비는 8/7을 주었다. 여러 반경의 액적에 대한 수치계산으로부터 얻은 곡률반경 1/R 과 압력차 Δp 와의 관계를 Fig.1에 보인다. 표면장력은 Laplace법칙을 잘 만족하고 있음을 알 수가 있다. Fig.2는 2차원 평면내에 유한한 영역을 설정하며, 계산격자는 156×180 을 설정한다. 초기에 밀도를 일정하게 분포시키며, 난수를 발생시켜 기액밀도를 분포시킨다. 고밀도영역은 파란색, 저밀도 영역은 붉은색을 보인다. 분리한 작은 액적이 합체하며, 미소 액적이 감소하고 시간 경과와 더불어 평균적인 액적의 반경이 증가하는 것을 알 수가 있다. 또한 표면장력의 효과에 의해 액적이 원형에 가까워지고 있다.

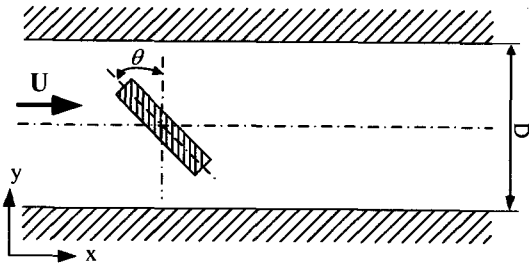


Fig. 3 Calculation model.

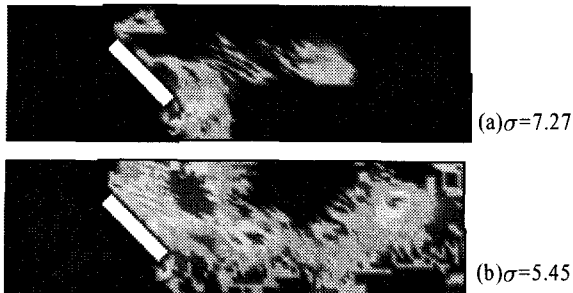


Fig. 4 Fraction of density

3.2 캐비테이션 수

캐비테이션 흐름은 수중에서의 기포의 발생에 의한 2상류에 의해 구성되어 있기 때문에, 수치해석에 있어 이러한 2상류 거동을 보다 충실히 재현하는 것이 중요하다. 또 캐비테이션과 물과의 사이에는 800배 정도의 밀도차가 있기 때문에, 2유체의 밀도차를 고려한 모델을 적용할 필요가 있다. 캐비테이션에 관한 실험이나 수치해석을 행한 경우, 그 캐비테이션의 상태가 어느 정도인지를 나타내기 위한 파라메타가 캐비테이션 수이다. 특히 버터플라이 밸브에 관한 캐비테이션 수는 밸브의 전부·수축부·후부 중 어느 쪽의 압력을 기준으로 하는가에 의해 다른 표시가 필요해진다. 본 연구에서는 이러한 대표적인 캐비테이션 유동으로서 유로내에 설치된 평판을 버터플라이 밸브라 생각하여, Fig.3과 같은 유로 폭 D의 평판간 거리 2/3D의 평판이 각도 theta만큼 기울어져 설치된 모델을 고려한다. 평판내의 흐름은, 좌측으로부터 x방향으로 일정유속이 유입하고 유출한다. 계산격자는 101×31 , 레이놀즈수는 150를 설정하였다. 밸브의 상류와 하류와의 압력차이에 기인한 캐비테이션 수 σ 는 다음과 같이 나타낼 수가 있다.

$$\sigma = \frac{p_1 - p_v}{1/2 \rho U^2} \quad (12)$$

Fig.4는 $\sigma=9.05$ 및 5.45에 있어서 밀도비를 나타낸다. 이전의 실험결과에 의하면 σ 의 감소에 수반하여, 소음이 증가한 것이 확인되고 있다. 이것은 캐비테이션이 증가하여, 그 기포가 붕괴할 때에 소음이 발생하고 있는 것이라 판단된다. 계산결과에서 $\sigma=9.09$ 에 있어 약간의 캐비테이션이 확인할 수 있으며, 초기의 단계라 판단되며, σ 를 감소시키면 기포의 발생이 심해짐을 알 수가 있다. Fig.5에 각각의 σ 에 있어서 밀도비의 시간변화를 나타낸다. 각각의 σ 의 감소에 수반하여 기포의 성장이 촉진되고 있음을 알 수가 있다.

4. 결론

2입자를 갖는 FDLBM을 2상류 모델의 수치계산의 적용성을 검토하였다. 본 모델로부터 계산된 표면장력은 Laplace법칙을 따른다는 것을 나타내었으며, 상분리에 관해 안정적으로 타당한 결과를 얻는다는 것을 확인하였다.

또한, 유로내에 설치된 평판주위에 발생하는 캐비테이션 유동장의 수치계산을 행하여, 평판후방의 저압부에서 주기적으로 기포가 발생하며, 이는 캐비테이션 수의 영향으로 유동장이 변화하는 것을 확인하였다.

후기

이 논문은 첨단기계인력양성사업단(NURI)의 지원에 의해 연구되었음.

참고문헌

- [1] A.K. Gunstensen, D.H. Rothman, S. Zaleski and G. Zanetti, Phys. Rev., A, 43, pp. 4320-4327, 1991.
- [2] M.R. Swift, E. Orlandini, W.R. Osborn and J.M. Yeoman, Phys. Rev., E, 54, pp. 5041-5052, 1996.
- [3] X. He, S. Chen and R. Zhang, J. Comp. Phys., 152, pp. 642-663, 1999.
- [4] T. Inamuro, T. Ogata, S. Tajima and N. Konishi, J. Comp. Phys., 198, pp. 628-644, 2004.

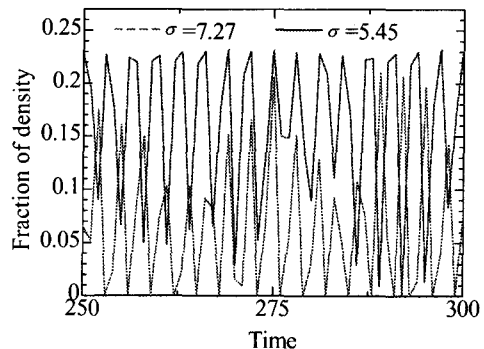


Fig. 5 Time variation of density fraction