

교량구조물의 내진성능평가를 위한 역량스펙트럼 방법의 연성도 감소계수 산정식에 관한 연구

A Study of Ductility Reduction Factors Formula of Capacity Spectrum Method for Evaluating Seismic Performance of Bridge Structures

송종걸*

김학수**

Song, Jong Keol

Kim, Hark Soo

Abstract

The main objective of this study was to derive a formula of ductility reduction factor, expressed as $R\mu$. To attain this objective, a study comprised reduction factors computed for stiffness degrading systems undergoing different levels of ductility and to investigate an accuracy of the formula.

Based on this study, the main conclusions can be summarized : (1) The ductility reduction factor is primarily affected by the period of the system and the displacement ductility ratio. (2) The proposed formula is simpler and the inelastic deformations of bridge structures are better than those by the others formulas we used before.

key words : Ductility Reduction Factor, Capacity Spectrum Method, Performance Point

1. 서 론

근래에 세계적으로 지진 활동이 다시 활발해지고 있으며 이에 따른 피해도 크게 발생하고 있다. 이러한 원인은 현행 하중기반 설계방법은 교량구조물이 지진시 지진하중에 의한 실제적인 거동을 잘 예측할 수 없기 때문이다. 특히 콘크리트는 물, 시멘트, 골재 그리고 필요에 따른 일정량의 혼화재를 사용하여 만들어진 복합재료로서 비균질하고 비탄성적인 성질을 가지고 있으며 지진시 교각과 지반의 상호 동적작용 등 복잡한 거동이 발생하기 때문에 콘크리트 교량의 실제적인 거동과 내진성능을 수치적으로 정확하게 계산하여 예측하는 것은 상당히 어렵다. 때문에 지진공학 분야에서는 현행 내진설계 방법에 대한 개정이 필요하다는 인식이 크게 확산되고 있다.

현재 실무에서 교량설계 시 통상적으로는 구조물에 대해 탄성해석을 실시하여 부재의 설계내력 및 변위 등을 구한다. 그러나 큰 지진이 발생할 경우에 교량구조물은 기하적인 형상과 지진의 특성 등의

* 정회원 · 강원대학교 토목공학과, 조교수

** 학생회원 · 강원대학교 토목공학과, 박사과정

원인으로 인하여 비탄성 거동하기 때문에 교량의 실제내력과 변위는 탄성해석을 통하여 계산된 설계치와 큰 차이가 발생할 수 있기 때문에 구조물의 설계지진력을 탄성해석으로부터 구한 설계력을 적절한 응답수정계수로 나눈 값을 사용하여야 합리적이고 경제적인 설계가 될 수 있다. 하지만 현행 설계시방서, 설계 제도들의 조항들을 살펴보면 경험적인 방법에 의해 제안된 계산식들이 상당히 많다. 현행 도로교표준시방서에서 규정하고 있는 응답수정계수도 역시 과거의 여러 가지 지진피해와 연구자들의 경험을 바탕으로 AASHTO에서 제시된 비탄성 응답수정계수를 참고하여 규정된 것이다.

위와 같은 배경으로 본 연구에서는 교량구조물의 변위연성도 및 항복 후 강성비가 비탄성 응답스펙트럼에 미치는 영향을 파악하고 이러한 영향을 고려한 연성도 감소계수의 계산식을 제안하였으며 이를 연성도 감소계수-연성도-주기($R\mu-\mu-T$)의 관계식을 사용한 역량스펙트럼방법에 적용하여 구한 해석결과를 시간이력해석의 결과와 비교를 통해 제안된 연성도 감소계수에 대한 적용성과 신뢰성을 검토하였다.

2. 이론적 배경 고찰

구조물의 내진설계방법은 크게 하중기반 설계방법과 변위기반 설계방법으로 나눌 수 있다. 변위기반 내진설계방법은 구조물이 그 지역에서 발생 가능한 지진에 대해 설계최대변위까지 변형할 수 있도록 설계하는 것이다. 이렇게 변위를 중심으로 설계하는 이유는 구조물의 손상은 변형과 직접적인 연관성이 있기 때문이다.

현재 가장 대표적이고 실무에서도 많이 사용하고 있는 변위기반 내진설계방법으로는 FEMA-273에서 제시한 변위계수법과 ATC-40에서 제시한 역량스펙트럼방법이 있다. 본 연구에서는 Song 등이 제안한 등가단자유도방법도 사용하였기 때문에 Song 등의 등가단자유도방법의 이론에 대해서도 설명하였다.

2.1 변위계수법

변위계수법(Displacement Coefficient Method, DCM)은 FEMA-273 (1997)에서 제시한 구조물의 비탄성 내진성능을 평가할 수 있는 지진해석방법이다.

변위계수법에서는 구조물의 성능점(즉, 비탄성 최대변위)을 계산하기 위하여 구조물의 비탄성 거동의 효과를 고려할 수 있는 4개의 수정계수를 사용하였다. 변위계수법을 이용한 구조물의 성능점은 아래의 식 (1)을 이용하여 계산할 수 있다.

$$\delta t = C_0 C_1 C_2 C_3 S_a \frac{T_e^2}{4\pi} \quad (1)$$

여기서,

T_e : 유효주기;

S_a : 유효주기에 해당하는 가속도 설계응답스펙트럼;

C_0 : 변위응답에 관계된 계수;

C_1 : 변위응답에 관계된 계수;

C_2 : 이력거동의 영향을 고려하기 위한 계수;

C_3 : 구조물의 P-Δ 효과를 고려하기 위한 계수;

2.2 역량스펙트럼방법

역량스펙트럼방법(Capacity Spectrum Method, CSM)은 ATC-40 (1996)에서 제시한 구조물의 내진성능 평가방법이다. 이 방법은 정적해석과 응답스펙트럼해석의 조합에 의해 구조물이 보유하고 있는

지진에 대한 저항능력과 구조물의 요구수준을 스펙트럼 형식으로 하나의 그래프에 나타내어 서로 비교함으로써 구조물의 비탄성 최대변위와 내진성능을 평가할 수 있는 매우 간편하고 실용적인 방법이다.

역량스펙트럼방법에서 지진요구는 비탄성 요구스펙트럼(demand spectrum)으로 표현하고, 구조물의 보유능력은 비선형 정적해석을 통하여 산정된 역량곡선(capacity curve)으로 표현하며 지진요구와 보유능력을 한 그래프에 표현하기 위하여 ADRS(Acceleration Displacement Response Spectrum) 형식을 사용한다. 또한 요구스펙트럼과 역량스펙트럼이 교차하는 점은 구조물의 성능점(performance point)이라고 한다. 여기서 구한 성능점은 구조물의 최대변위를 나타낸다.

ATC-40에 있어 비탄성 응답스펙트럼은 5% 감쇠비의 선형탄성 설계스펙트럼(Linear Elastic Design Response Spectrum, LEDRS)을 기준으로 하여 감쇠비의 증가를 고려하여 사용하고 있다. 이 방법의 개략적인 해석과정은 아래 그림 1에서 나타낸 것과 같다.

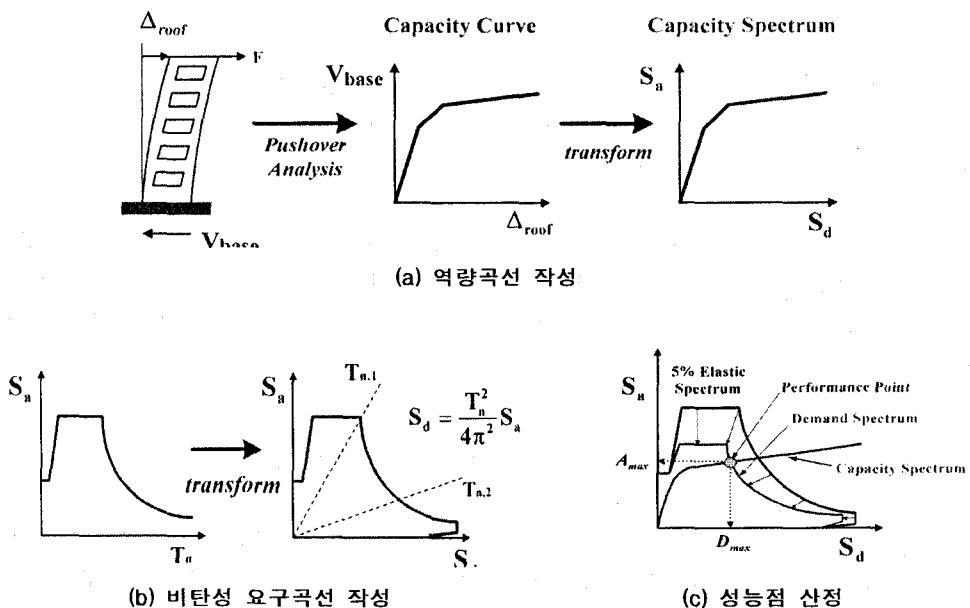


그림 1 역량스펙트럼방법에 의한 구조물의 내진성능 평가 과정

2.3 등가단자유도방법

지진하중을 받는 다자유도 구조물의 운동방정식을 다음과 같은 방법으로 등가 단자유도계의 운동방정식으로 나타낼 수 있다.

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + R(X) = -M_1\ddot{X}_y \quad (2)$$

여기서 X 는 지반에 대한 상대변위벡터, M 은 질량행렬, C 는 감쇠행렬, $R(X)$ 는 저항력벡터, 그리고 1 은 구조물의 자유도에 대하여 입력 지반가속도에 연관된 단위벡터이다.

구조물의 거동은 다음과 같은 형식으로 근사적으로 가정한다.

$$X = \psi u \quad (3)$$

여기서 ψ 는 교량구조물의 교축직각 방향의 횡방향 변형형상을 나타내는 형상벡터이고 이것은 상수벡터이다. u 는 구조시스템을 대표하는 등가단자유도 변위이다. 위와 같이 구조물의 속도와 가속도를

구하여 식 (2)에 대입하고 운동방정식의 양변에 ψ^T 를 곱해주면 등가단자유도 방정식이 다음과 같이 유도된다.

$$m\ddot{u} + cu + r(u) = -1 \ddot{X}_y \quad (4)$$

여기서, $m = \psi^T M \psi$, $c = \psi^T c \psi$, $r = \psi^T M \psi$ 이다. 그리고 $\psi^T M \psi = \psi^T M I$ 를 만족하도록 형상벡터 ψ 를 정규화 한다. 위의 정규화 과정에 의하여 식 (4)의 지진하중계수 1은 m 과 같게 된다. 그리고 식 (3)에 $\psi^T M$ 를 곱하면, 구조시스템을 대표하는 등가단자유도 변위 u 를 다음과 같이 평가할 수 있다.

$$u(t) = \frac{\psi^T M X(t)}{\psi^T M I} \quad (5)$$

3. 연성도 감소계수 계산식 제안

3.1 변위연성도 및 항복 후 강성비에 의한 응답스펙트럼 평가

구조물의 비탄성 요구스펙트럼을 산정할 때 변위연성도 및 항복 후 강성비가 구조물의 비탄성 응답스펙트럼에 대한 영향을 고찰하기 위해 해석프로그램은 University of California at Berkeley에서 개발한 BISPEC프로그램을 사용하였다.

해석 변수로는 변위연성도 ($\mu=1, 1.5, 2, 3, 4, 5, 6$), 항복 후 강성비($\alpha=0.02, 0.05, 0.10, 0.15$)을 사용하여 0.03초에서 4초까지의 100개의 고유주기에 대해 신간이력해석을 수행한 후 변위연성도가 작을 경우에 가속도 응답에 가장 큰 영향을 주고 연성도가 증가함에 따라서 그 영향도 증가되는 것을 알 수 있었고 항복 후 강성비도 가속도 응답에 영향을 주지만 그의 영향은 아주 미미하다는 것을 확인할 수 있었다. 이상의 분석을 바탕으로 본 연구에서는 연성도 감소계수에 대해서는 가속도응답에 가장 많은 영향을 주는 주기와 변위연성도를 고려하여 평가하는 것이 적당하다고 판단한다.

3.2 연성도 감소계수 산정식 제안

본 절에서 연성도 감소계수의 계산식을 80개 근거리 지진기록을 사용한 경우(case I), 40개 원거리 지진기록을 사용한 경우(case II) 및 원거리, 근거리 구분 없이 180개 지진기록을 사용한 경우(case III) 3가지의 경우로 구분하여 제안하였다. 그림 2에서는 caseI에 대한 해석 결과를 나타내었고 연성도 감소계수의 계산식은 식 (7)와 같이 표시하였다.

$$\begin{aligned} R_\mu &= 1 & T \leq 0.03 \text{ sec} \\ R_\mu &= 0.31(\mu - 1)\ln(T) + \mu & T > 0.03 \text{ sec} \end{aligned} \quad (6)$$

case2와 case3의 해석과정은 case1의 해석과정과는 같다. 하지만 근거리 지진기록을 사용하여 결정된 산정식의 형식(즉, 산정식은 로그함수로 표현)으로 결정하면 산정식의 결과는 정확도(결정계수 R^2)가 너무 낮기 때문에 주기를 크게 3구간으로 구별하여 연성도 감소계수를 결정하였다. 이렇게 결정한 결과 그림 2에서 나타내었고 그림에서 볼 수 있듯이 그 정확도는 아주 높은 것을 확인할 수 있다. 이러한 해석을 통해 결정된 연성도 감소계수의 산정식은 아래의 식(7) 및 식(8)과 같다.

$$\begin{aligned} R_\mu &= 1 & T \leq 0.03 \text{ sec} \\ R_\mu &= 1 + k_1(T - T_1) & 0.03 \text{ sec} \leq T < 0.30 \text{ sec} \\ R_\mu &= 1 + k_1 T_2 + k_2(T - T_2) & 0.3 \text{ sec} \leq T < 1.50 \text{ sec} \\ R_\mu &= 1 + 0.35k_1 + 1.15k_2 & 1.5 \text{ sec} \leq T \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,

$$k_1 = -0.3\mu^2 + 4.4\mu - 4.1$$

$$k_2 = 0.08\mu^2 + 0.02\mu - 0.1$$

$R_\mu = 1$	$T \leq 0.03 \text{ sec}$
$R_\mu = 1 + k_1(T - T_1)$	$0.03 \text{ sec} \leq T < 0.3 \text{ sec}$
$R_\mu = 1 + k_1 T_2 + k_2(T - T_2)$	$0.3 \text{ sec} \leq T < 1.75 \text{ sec}$
$R_\mu = 1 + 0.35k_1 + 1.4k_2$	$1.75 \text{ sec} \leq T$

(8)

여기서

$$k_1 = -0.25\mu^2 + 3.75\mu - 3.5$$

$$k_2 = 0.07\mu^2 + 0.01\mu - 0.08$$

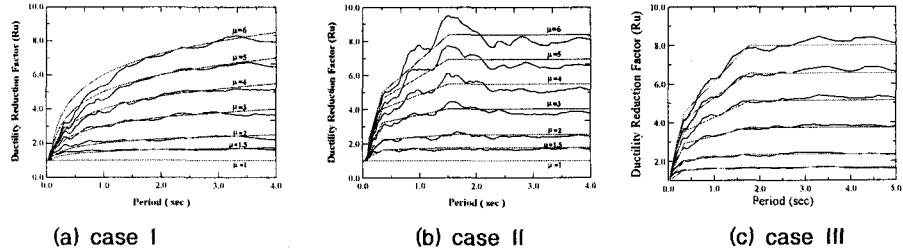


그림2 제안된 연성도 감소계수와 실제지진가속도 기록에 의한 연성도 감소계수의 비교 평가

그림 2에서는 결정된 연성도 감소계수 계산식의 적합성을 평가하기 위하여 실제 비선형 시간이력해석으로 구한 연성도 감소계수와 제안식으로 계산된 연성도 감소계수 결과를 비교하는 그림이다. 그림에서 굵은 실선은 제안식으로 계산된 연성도 감소계수이고 가는 실선은 비선형 시간이력해석을 통해 구한 연성도 감소계수이다. 그림에서 제안식으로부터 계산된 연성도 감소계수는 실제 해석으로 통해 구한 연성도 감소계수와 비교적 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

위의 3 가지 case의 제안식을 살펴보면 식(8)과 식(7)이 상대적으로 시간이력해석결과와 잘 일치하므로 정확하다고 판단한다. 하지만 식(6)은 식(7), 식(8)보다 사용하기가 간편하기 때문에 본 논문에서는 식(6)을 선택하여 제안하였다.

4. 연성도 감소계수 계산식 검증

4.1 예제교량 및 지진하중

본 논문에 사용된 6가지 교량의 형상 및 단면 제원은 그림 10 과 그림 11에서 나타내었다. 예제해석에서 상부거더는 탄성 거동하고 비탄성 거동은 교각에서만 발생하는 것으로 가정하여 모델링 하였다. 교각과 상부거더의 연결은 편으로 가정하였으며, 상부거더의 자중은 1600 kN/m로 가정하였다. 이러한 자중의 가정은 생성된 10의 인공지진에 대하여 비탄성 거동을 유도하기 위하여 이와 같이 가정하였다. 예제 교량의 비탄성 정적해석과 비탄성 시간이력해석은 IDARC-BRIDGE프로그램을 사용하여 수행하였다[9]. 교각단면에서 주철근의 배치는 그림 11에 나타낸 것처럼 2단으로 배근하였다.

해석에 사용되는 지진하중은 현행 도로교표준시방서의 규정에 따라 내진1등급, 지반 II종류로 설정하였고 역량스펙트럼방법에 의한 비탄성 응답의 산정결과를 비탄성 시간이력해석 결과와 비교하기 위하여 그림 13과 같은 설계스펙트럼에 대응되는 인공지진을 작성하였다. 설계스펙트럼과 인공지진 가속도기록의 응답을 비교하여 나타내었는데 이로부터 인공지진의 가속도 응답과 변위응답이 설계스펙트럼과 잘 일치하므로 역량스펙트럼방법과 비교의 목적으로 시간이력해석에 사용하기에 적합하다고 할

수 있다.

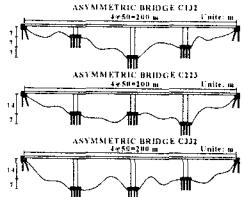


그림 3 예제 교량의 기하학적 형상.

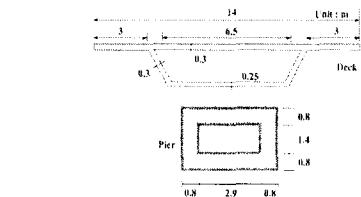
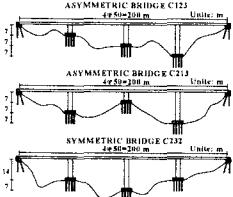


그림 4 상부거더 및 교각 단면제원

4.2 역량스펙트럼 방법에 의한 최대변위 산정

각 가지 교량에 대한 역량스펙트럼 방법의 방법 A과 방법 B로 구분하여 추정된 최대변위를 아래의 그림 14에서 나타내었다. 모든 교량에 대해서 방법 A과 방법 B의 해석결과는 동일하게 평가되었다. 여기서 교량 C132에 대해서 나타내고 기타 교량에 대한 그림은 생략하겠다.

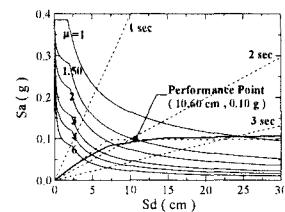
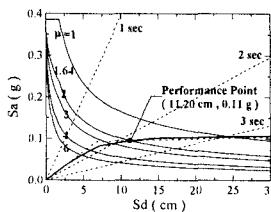
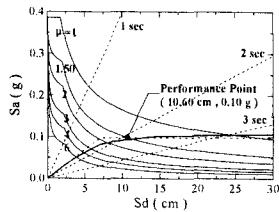


그림 5 교량 C132의 역량스펙트럼 해석

4.4 시간이력해석의 결과와 역량스펙트럼 방법의 해석결과 비교

역량스펙트럼 방법을 이용한 해석결과와 비탄성 시간이력해석의 결과를 비교하기 위하여 인공지진에 대하여 비탄성 시간이력해석을 사용한 최대변위를 계산하였다. 모든 예제교량에 대하여 역량스펙트럼 방법과 비탄성 시간이력해석에 의한 최대변위의 값을 표 1에 나타내어 비교하였다. 여기서 역량스펙트럼 방법은 비탄성 시간이력해석에 비하여 최대변위를 과대평가함을 알 수 있다. 이는 표 2에 나타낸 바와 같이 구조물 다자유도계의 응답을 등가단자유도계의 응답으로 전환하는 과정에서 구조물의 고유진동주기가 다자유도의 경우에 비하여 증가한 것이 변위응답을 증가시켰다고 사료된다. 왜냐하면 그림 13에 나타낸 변위 응답스펙트럼에서 알 수 있듯이 일반적으로 구조물의 주기가 증가하면 변위 응답스펙트럼은 증가하기 때문이다. 또한 대칭인 교량에 비하여 비대칭의 교량이 과대평가하는 정도가 상대적으로 증가함을 알 수 있다. 이 원인을 분석하여 보면 다음과 같다. 첫째, 변형형상과 1차 진동모드형상의 비교 결과를 통해서 원인을 찾을 수 있다. 즉, 변형형상과 1차 진동모드형상의 차이가 클수록 역량스펙트럼 방법의 정확성이 떨어짐을 알 수 있다. 역량스펙트럼 방법은 역량곡선의 산정에서 교량 시스템을 대표하는 하나의 역량곡선을 필요로 하기 때문에 등가 단자유도계의 응답으로 치환하는 과정이 필요하다. 이 과정에서 2절에서 설명한 바와 같이 고정적인 하나의 변형형상벡터를 사용하는데 대칭인 교량에서는 다자유도 구조물의 첫 번째 진동모드와 거의 일치하는 형상을 가진다. 특히, 비대칭 교량 C213의 경우에 역량스펙트럼 방법의 과대평가 정도가 평균적으로 104.20 %로서 가장 큰데 이는 1차 진동모드와 변형형상이 상대적으로 가장 차이가 많은 것과 일치하는 경향을 나타낸다. 둘째로, 비대칭 교량일수록 고차진동모드의 영향이 구조물의 응답에 미치는 영향이 커지기 때문에 역량스펙트럼 방법과 비탄성 시간이력해석과의 차이가 증가하는 것으로 판단된다.

등가단자유도계의 응답으로 전환한 경우의 고유진동수의 정확도를 분석하기 위하여 등가 자유도계의 질량과 강성을 구하여 고유진동주기를 계산하였다. 여기서, 등가 단자유도계의 질량은 정규화된 변형 형상벡터를 이용하여 구할 수 있으며, 등가 단자유도계의 강성은 역량곡선에서 탄성구간의 기울기

로써 구할 수 있다. 표 1에서 나타난 것과 같이 단자유도 교량의 고유진동주기에 비하여 등가 단자유도계의 고유진동주기가 과대평가됨을 알 수 있으며, 비대칭 교량인 경우가 대칭인 교량인 C232 경우에 비하여 보다 더 과대평가됨을 알 수 있다.

표 1 역량스펙트럼 방법(CSM)으로 계산된 최대비탄성변위와 시간이력해석(THA)으로 계산된 최대비탄성 변위비교
(단위: cm)

교량형식 인공지진	C132	C223	C332	C123	C213	C232
California	9.60	10.73	14.82	10.90	5.58	12.92
Corralitos	7.89	10.05	14.35	9.29	5.49	11.65
EL Centro	8.60	9.31	12.59	9.34	4.63	9.78
Kobe	8.07	9.54	14.61	9.19	4.91	12.31
Los Gatos	9.40	10.12	18.44	10.21	5.26	14.36
Northridge	8.04	9.52	13.13	8.85	4.87	11.46
Pacoima	8.97	10.43	14.03	10.74	5.96	13.10
San Fransisco	9.36	10.50	12.84	10.23	4.20	12.47
Taft	9.67	10.35	13.97	11.09	5.69	13.14
Takatori	8.28	10.11	17.38	9.48	5.28	14.70

표 2 CSM와 THA의 최대변위 불일치율 비교

교량형식 비교 항목	C132	C223	C332	C123	C213	C232
①	8.88	10.04	14.62	9.93	5.19	12.59
②	12.19	12.21	18.63	13.82	10.60	14.96
③	37.26	21.66	27.42	39.13	104.20	18.82
④	66.96	60.22	35.95	63.21	163.38	25.11

①=10개 인공지진을 사용한 시간이력해석의 교량의 비탄성 최대변위의 평균값

②=제안식을 사용한 역량스펙트럼 해석의 비탄성 최대변위

③=제안식을 사용한 역량스펙트럼 해석의 비탄성 최대변위의 불일치율

④=Miranda식을 사용한 역량스펙트럼 해석의 비탄성 최대변위의 불일치율

변위의 불일치율은 아래와 같은 식으로 정의한다.

$$\text{Discrepancy}(\%) = \left(\frac{D_{CSM} - D_{THA}}{D_{THA}} \times 100 \right) \quad (9)$$

여기서

D_{CSM} = CSM의 비탄성 변위

D_{THA} = THA의 비탄성 변위

5. 결 론

본 연구에서는 변위연성도와 항복 후 강성비가 구조물의 비탄성 응답에 미치는 영향을 분석한 후 이러한 영향을 고려하기 위하여 구조물의 비탄성 응답스펙트럼을 계산하는 수정된 연성도 감소계수 계산식을 제안하였다. 그리고 본 계산식의 적용성과 신뢰성을 평가하기 위하여 추정된 최대변위와 비탄성 시간이력해석의 결과를 상호 비교·분석하여 아래와 같은 결론을 얻었다.

(1). 변위연성도와 항복 후 강성비는 구조물의 비탄성 응답에 영향을 미치는 것으로 평가되었으나 항복 후 강성비의 영향이 미미하다. 따라서 본 연구에서는 변위연성도를 변수로 하여 연성도 감소계수의 계산식을 제안하였다. 본 연구에 선택된 예제 교량에 대해 제안된 계산식을 사용할 경우, 다자유도 교량구조물의 비탄성 최대변위는 기존의 연성도 감소계수의 계산식을 사용한 결과값 보다 정확함을 알 수 있다.

(2). 본 연구에서 제안한 연성도 감소계수 계산식을 사용하여 교량구조물의 비탄성 최대변위를 추정한 결과를 살펴보면 본 연구에서 제안한 연성도 감소계수의 정확도는 현재 많은 연구자들 사용하고 있는 Miranda의 제안식의 정확도보다 좋은 것을 알 수 있지만 비대칭 교량인 C213에서는 다른 형식의 교량보다 정확도 가장 낮게 평가되었다. 이러한 원인은 C213교량이 고차 진동모드의 영향을 크게 받는 구조물이며 시간이력해석에서는 고차 진동모드의 영향을 고려할 수 있는 반면에 본 연구에서 사용한 역량스펙트럼방법은 고차 진동모드의 영향을 고려하지 못한 결과라고 판단된다.

(3). 역량스펙트럼 방법과 비탄성 시간이력해석의 결과를 비교한 결과 역량스펙트럼 방법의 결과는 비탄성 시간이력해석의 결과에 비교하여 최대변위를 전반적으로 과대평가하는 경향이 있음을 알 수 있다. 왜냐하면 역량스펙트럼방법에서 원래 다자유도 구조물의 응답을 대표하는 역량곡선의 산정과정에서 다자유도 구조물의 고유진동주기에 비교하여 등가 단자유도계의 고유진동주기는 증가하게 된다. 이에 의해 역량스펙트럼 방법을 사용한 비탄성 변위응답은 원래의 다자유도계의 비탄성 변위응답보다 증가하였음을 알 수 있다.

(4). 본 논문에서 제안한 계산식을 다른 다양한 교량형식에 적용하여 검증하는 연구와 고차 모드의 영향을 많이 받는 교량구조물의 비탄성 최대변위를 보다 정확하게 추정할 수 있는 방법에 대한 연구가 추후에 계속적으로 진행 되어야 할 것으로 판단된다.

참고문헌

1. 건설교통부(2005), 도로교 설계시방서.
2. 국립방재연구소, 내진설계기준 및 제도에 관한 연구.
3. 이동근, 송종걸, 윤정방, "지진에 대한 고충구조물의 시스템 연성요구도 평가방법", 대한 토목학회 논문집, 제17권, 제1-2호, pp.245 -257, 1997.
4. 최원호, "동가응답을 이용한 건축구조물의 비탄성 지진거동 분석 및 내진성능 평가", 박사학위논문, 성균관대학교 . 2003.
5. (2004), American Association of State Highway and Transportation (AASHTO), LRFD Bridge Design Specifications, 3rd Edition.
6. Applied Technology Council (1997) NEHRP guidelines for the seismic rehabilitation of buildings (FEMA 273), and NEHRP commentary on the guidelines for the seismic rehabilitation of buildings (FEMA 274), ATC 33, Redwood City, CA.
7. Applied Technology Council "Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings", ATC-40, Redwood City. 1988.