

## 확산방정식을 이용한 금속광산의 침하 위험도 평가

류동우, 송원경, 선우준 (한국지질자원연구원)

### 1. 서 론

국내 휴·폐광산 지역에서의 주요 광해 중 하나인 지반침하는 사회적 경제적 손실뿐 아니라 인명 피해를 유발시킬 수 있으며, 폐광지역의 경제 활성화에 장애 요인이 될 수 있는 주요 재해이다. 국내 지반 침하에 관한 연구는 주로 석탄광산을 대상으로 하여 수행되었으며, 지반침하 가능성이 비교적 적은 것으로 판단되어 왔던 금속광산의 경우, 크고 작은 침하 사례들이 최근에 보고됨에 따라 이에 관한 관심이 높아지고 있는 실정이다(송원경, 2004).

국내에서 주로 사용된 지반침하 이론은 경험식, 침하단면함수, 영향함수, 수치모델, 모델시험 등으로 구분할 수 있다. 이 중에서 경험식, 침하단면함수 및 영향함수를 이용하는 방법은 비교적 탄층이 균질한 국외사례로부터 얻어진 결과이므로 채굴적 형상이 불규칙하고 매우 복잡한 국내 경우, 그 적용에는 어려움이 있을 것으로 판단된다. 반면, 수치해석 및 모델시험에 의한 침하해석은 복잡한 채굴적 형상을 모사하는데 매우 유리하며, 입력변수간의 영향정도를 파악하는데도 적합하여 현재는 국내에서 널리 사용되는 방법 중의 하나이다.

본 연구에서는 침하 위험에 노출된 금속 광산지역에 확산방정식을 이용하여 지하 채굴적의 기본적인 기하만을 고려한 위험도 평가를 수행하였다. 여타 방법과 비교할 때 확산방정식은 침하기구를 설명할 수 있는 모델로서, 단일 확산계수로 평가할 수 있는 장점을 지닌다.

### 2. 금속광산 침하 - 붕락형 침하

침하(subsidence)는 지반이 점진적으로 가라앉는 현상을 의미하는 공학적 용어이나 지표의 갑작스럽고 순간적인 붕괴를 의미하기도 한다. 일반적으로 지하 채굴적에 의한 침하는 굴착이나 배수 등과 같은 채굴관련 활동으로 인하여 주변 암반에 응력 재분배가 일어나 채굴공동 주위의 응력상태가 공동의 천정, 바닥, 광주나 주변 암반의 강도를 초과함으로써 시작된다. 이러한 파괴로 인하여 지하 채굴지역의 천반이 붕락되고 붕락지역이 점차 상부로 발전하면서 지표까지 연결되어 침하가 발생한다. 붕락형 침하는 자중, 배수, 수압 등에 의한 압밀 및 압착, 지하수 유동에 의한 충전물 이탈, 천반 암반의 순각적인 붕락 등 다양한 발생 기구들로부터 생성된다(Sowers, 1976). 붕락형 침하는 갱내 천반의 파괴 후 일어나는데, 천반 파괴의 범위가 확장되어 미고결 표토층과 교

우할 때까지 상부지층을 지나가는 경우에 해당된다. 붕락형 침하는 수반(水盤) 모양, 깔때기 모양 혹은 수직면을 가지는 요지(凹地)의 형태로 지표에서 발견되는데, 이는 생성원인, 표토층의 두께 및 성질, 채굴적 및 공동의 높이, 천반 내 존재하는 응력의 상태 등에 의해 결정된다. 지표상에 나타나는 붕락형 침하의 형태는 원형 혹은 타원형이 대부분이다.

## 2.1 영향 인자

붕락형 침하는 수많은 지질 및 광산 조건들에 의해 그 규모나 범위에 영향을 미칠 수 있다. 침하에 미치는 인자들 중 가장 중요한 인자들은 채굴 및 그 주변 지층의 상부 심도, 강도 및 성질, 지질학적 불연속면, 암석의 용해 등을 포함한다.

### · 천부 깊이

최천단 채굴장은 sinkhole 형성에 영향을 미치는 가장 중요한 인자이다. 붕락형 침하의 관점에서 천부 깊이는 지표 미고결 층을 제외한 원갱도 높이의 최대 10배로 정의할 수 있다(Piggot and Eynon, 1977). 이는 폐광산 작업장 상부 붕락 및 갱내 채굴장의 붕락영역의 높이에 근거한다. 붕락형 침하를 표토층의 두께( $h$ )와 갱도의 높이( $m$ )의 비와 관련시킬 수 있다(Matheson and Eckert-Clift, 1986). 따라서  $h/m$ 이 5이하인 경우, 붕락형 침하의 발생 가능성이 매우 높아지는 반면, 5와 11사이의 경우 급격하게 감소한다.

### · 연약한 표토층

지하공동 형성 시, 공동 상부 지층 내 응력이 소멸하게 되어 사하중만 존재하는 상태가 된다. 응력이 천반 암반의 강도를 초과하지 않는 한 공동은 안정된 상태로 유지 될 것이다. 천반의 안정성은 암반 내 응력 및 암반 강도의 변화에 의해 취약해질 수 있다. 이들 변화는 광범위하게 지하수 유입 및 시간 의존적 변형에 기인할 수도 있다.

### · 암반 불연속

암반 불연속들, 특히 밀집된 절리들이나 단층들은 sinkhole들의 형성에 중요한 역할을 한다. 절리들이나 균열들에 의해 만들어진 암반 블록들이 천반을 형성하고 있을 경우, 수직 응력이 절리의 전단 강도를 초과할 때 연약면을 따라 전단 파괴가 발생할 수 있다.

### · 강수

암반 내 절리들이 아주 잘 발달된 경우, 이들 암반 절리 내에 지하수의 존재는 지하 공동의 강도 및 안정성에 심각한 문제를 초래할 수 있다. 암반 불연속 틈새를 통한 광산 공동 내로 유입수는 연약한 천반의 붕락을 초래할 수 있다.

붕락형 침하는 트라프형 침하에 비해 급속하게 발전하기 때문에 높은 위험성에도 불구하고 여러 원인이 복합적으로 작용하여 불연속적으로 발생하므로 명확한 이론적 배경이 정립되지 못한 상황이다. 지표 침하는 채굴법, 채굴적 주변 암반의 역학적 성질, 함수율, 지질구조, 지하수 유동, 체적팽창률, 채광심도, 채굴적 높이, 채광률, 뒷채움과 지표의 지형적 요인 등 여러 가지 요인들이 복합적으로 작용하여 발생한다. 이들 요인들을 침하의 발생단계별로 구분하면 표 1과 같다.

표 1. 붕락형 침하 단계별 영향 인자

붕락의 개시단계	붕락의 발전단계	지표침하단계
<ul style="list-style-type: none"> <li>· 지반의 역학적 성질</li> <li>· 지하수 유동</li> <li>· 지질구조</li> <li>· 채굴법</li> <li>· 채광률</li> <li>· 뒷채움</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 지반의 역학적 성질</li> <li>· 지하수유동</li> <li>· 지질구조</li> <li>· 팽창률</li> <li>· 채광률</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 채굴심도</li> <li>· 채굴적 높이</li> <li>· 채굴 지역</li> <li>· 채굴 시기</li> </ul>

## 2.2 붕락형 침하의 형성 기구

함몰형 침하는 간헐적 혹은 연속적 붕락 및 지엽적으로 발생하는 지하 광산 천반의 파괴에 의해 발생하며, 붕락 영역은 파쇄 영역이 미고결 상부 표토층과 만날 때까지 상부 지층을 통과하여 확장한다. 약한 표토층이 위치할 때, 천반은 인장 파괴나 전단 파괴로 붕락될 수 있다. 천반이 초기 인장이나 전단 파괴된 후, 천반 붕괴후 발생한 암편들의 체적 팽창과 함께 견고한 천반층에 의해 안정화되기까지 붕락 현상은 상부로 확대되어 간다. 지표에서 관찰할 수 있는 침하의 파단면의 형상은 미고결 표토층의 물리적 성질에 영향을 받는다. 표토층이 두껍고, 점토 및 함수율이 높은 경우 연속적이고 대칭적 파단면을 보인다. 반면, 표토층은 높은 침하각(angle of draw)을 가지고 공동으로 흘러들어 갈 것이다. 미고결 표토층이 얇고 점토 및 함수율이 낮은 경우, 불연속적인 파단면을 가지는 붕락형 침하 형태를 보인다.

채굴법은 지표에서 침하 형성 범위에 영향을 미친다. 붕락형 침하는 주방식 채굴법에서 종종 관찰할 수 있다. 광주가 지반 거동을 억제하기 때문에 광주 간의 무지보 갱도에서 국부적인 파괴가 발생하며 이는 붕락형 침하의 원인이 된다. 지하수가 존재하는 경우, 석회암의 풍화는 지반 침하의 공통된 원인이 될 수 있다.

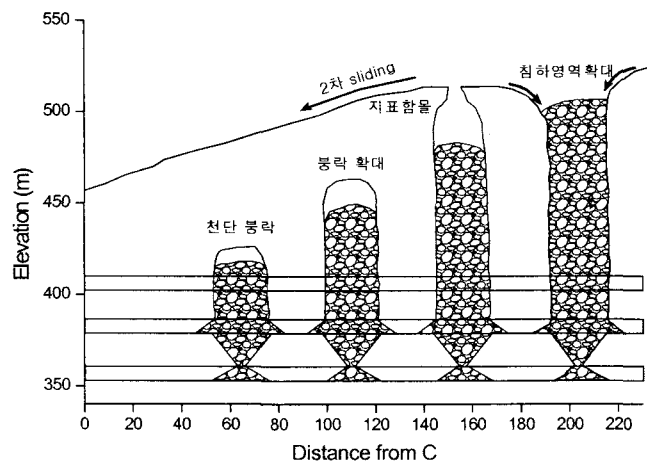


그림 1. 일반적 함몰형 침하의 진행 과정

### 3. 입자 모델과 확산방정식

광산 침하에 대한 추계학적 이론이 등장하였을 때, 그림 2와 같이 채굴 혹은 굴착되지 않은 암반을 너스한 암석 블록의 집합체로 고려하였다(Litwiniszyn, 1956). 너스한 암석 블록의 집합체는 각각의 자유도를 가지고 있으며, 암석 블록의 변위를 계산할 경우 통계적 접근법의 적용이 논리적일 수 있다.

이와 같은 관점에서 암반 매질 자체를 추계학적 매질로 가정하고 광산 침하의 적용을 위한 일반화된 비선형 모델의 이론적 검토를 하였다.

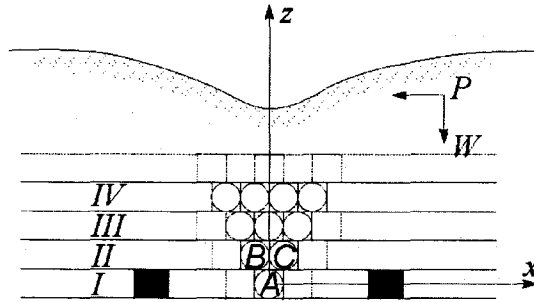


그림 2. 추계학적 모델을 위한 개념도

침하는 지반이 점진적으로 가라앉는 현상을 의미하는 공학적 용어이나 지표의 갑작스럽고 순간적인 붕괴를 의미하기도 한다. 따라서 지하 채광 혹은 채굴에 의해 발생하는 암반 내 혹은 지표상의 변위들을 계산하기 위해 다음의 가정을 활용하였다:

- 암반 변위를 하나의 확률과정으로 본다.
- 암반을 구성하는 지반 재료를 탄성 입자들로 구성된 추계학적 매질로 간주한다.

개념적 고찰을 위해 직교좌표계  $(x, z)$ 에서 입자들을 채운 간단한 평면 사각형 상자를 고려하자(그림 3). A영역내의 입자가 제거될 경우, 빈공간은 단지 인접한 B, C 혹은 D 영역들로부터 나온 입자들에 의해 채워질 것이다.

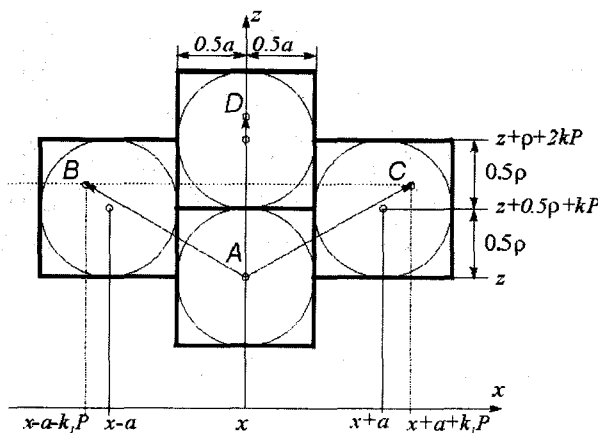


그림 3. 추계학적 모델의 확률 변위 계산을 위한 모식도

$P(x, z)$ 을 중심좌표  $(x, z)$ 의 위치좌표를 가지는 상자가 비게 될 확률이라 하자. 추계학적 매질에 대한 암반을 구성하는 입자들의 수직변위를 가지는 확률은 다음 식과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$w(x, z) = w_1 + P(x, z)w_2 \quad (1)$$

여기서,  $w_1$ 는 고전적인 추계학적 변위이며, 이를 결정함으로써 앞서 언급한 Litwiniszyn (1974)의 가정을 따르는 암반을 구성하는 암석 입자들을 가정할 수 있다.  $w_2$ 는 서로 다른 높이에 위치하는 입자들간 위치변화, 즉 외력 변화에 의해 유발되는 탄성 수직 변위의 증분이다. 이 값은 보다 낮은 위치에 있는 입자가 제거될 가능성에 비례하는 값이다.

$p, q$  그리고  $c$ 을 A에서 B, C 혹은 D로 빈공간이 이동할 가능성이라 하자. 그러면 다음의 등식이 성립한다:

$$p + q + c = 1 \quad (2)$$

즉, A영역에서의 입자가 제거되면, 빈공간은 B, C, 혹은 D 영역으로부터 이동한 입자에 의해 채워질 수 있다.

확률과정에 따라 다음과 같은 식이 성립한다:

$$P(x, z) = pP(x - a - k_1P, z + 0.5\rho + kP) + qP(x + a + k_1P, z + 0.5\rho + kP) + cP(x, z + \rho + 2kP) \quad (3)$$

여기서,  $k_1 = \Delta u(x, z)$ 는 입자 중심의 수평 탄성 상대 변위의 증분이며(그림 3),  $k = \Delta u(x, z)$ 는 입자 중심의 수직 탄성 상대 변위의 증분이다.

식 (3)은 광산 침하를 결정하는 일반화된 비선형 방정식을 얻기 위한 출발점이 될 수 있다. 식 (3)의 우측 항을  $x, z$  입자 영역에 대해 Taylor 급수로 전개한 후,  $a \rightarrow 0, \rho \rightarrow 0$ 을 적용하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다:

$$[A_{11}(P)P_x]_x + 2[A_{12}(P)P_x]_z + [A_{22}(P)P_z]_z + B_1(P)P_x + B_2(P)P_z = 0 \quad (4)$$

여기서,  $P_x = \partial P / \partial x, P_z = \partial P / \partial z$ ;  $A_{11}(P), A_{12}(P), A_{22}(P), B_1(P)$  그리고  $B_2(P)$ 는 암반 특성들이다.

식 (4)로부터 높은 차원의 극한 표현으로 변환시 높은 차원의 항들을 제거하여 단순화 시킬 수 있다. 식 (4)는 Litwiniszyn(1974)와 Vulkov(1997)의 선형 모델의 일반화된 표현식이다.

식(4)에서  $A_{12}(P) = A_{22}(P) = B_1(P) = 0$ 을 이용하면 다음과 같은 비선형 포물선형 편미분방정식(parabolic partial differential equation)이다:

$$[A_{11}(P)P_x]_x + B_2(P)P_z = 0 \quad (5)$$

식 (5)는 다음과 같은 확산 방정식(diffusion equation)의 형태와 동일하다.

$$\frac{\partial P}{\partial z} = C \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \quad (6)$$

원래 확산 방정식에서 좌측 항은 시간에 대한 농도 변화량을 표현하지만, 이를 광산 침하에 응용하기 위해 심도 혹은 공동으로부터의 수직 거리에 대한 확률 변화량으로 이해할 수 있다.

식 (6)의 C는 확산계수로서, 일반적으로 확산 방정식에서 이 계수는 실험을 통해 구한다. 하지만, 광산 침하로 확대 적용시 확산계수는 중요하고 복합적인 공학적 의미를 담고 있는 계수로 이해할 수 있다. 즉, 광산 침하를 유발하는 여러 인자들에 의해 결정되어지는 계수이다. 이 계수를 얻기 위해서는 기존 검토 대상 지역에서의 현상을 수치해석으로 모델링하거나 실험실 모형 실험 결과를 토대로 결정되어야 한다. 표 2는 확산 이론과 입자 모델인 침하 위험도 모델의 상사관계를 보여준다.

표 2. 확산이론과 입자모델의 상사관계

확산이론	입자모델
$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$	$\frac{\partial P}{\partial z} = C \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}$
농도	변위확률
확산계수	결정계수(영향범위)
시간	심도

암반을 확률론적 변위를 가지는 입자로 구성된 추계학적 매질이라 가정할 경우 광산 침하 현상을 모델링할 수 있는 기본적인 편미분방정식의 형태는 포물선형 편미분방정식으로 확산방정식의 형태로 표현할 수 있음을 살펴보았다.

확산 방정식의 1차원적 문제를 고려하기 위해 단위 길이당 입자들의 개수로 주어지는 물질의 농도(광산 침하의 경우 변위 확률에 해당)를  $P(X,Z)$ 의 확산 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial P}{\partial Z} = C \frac{\partial^2 P}{\partial X^2} \quad (6)$$

해석 영역을  $0 \leq X \leq L$ 로 가정하고, 새로운 변량  $x = X/L$ 과  $z = Z/\tau$ 을 가정하자. 다음과 같이 변수 변환 과정을 적용하자.

$$\frac{\partial}{\partial X} = \frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial Z} = \frac{1}{\tau} \frac{\partial}{\partial z}$$

그러면, 식 (6)은 다음과 같이 변환된 형태의 편미분 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\tau C}{L^2} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \quad (7)$$

$\tau = L^2 / C$  을 선택하면 영역  $0 \leq x \leq 1$ 에서 변위 확률에 대한 편미분 방정식은 다음과 같이 단순화를 시킬 수 있다.

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \quad (8)$$

잘 정립된(well-posed) 편미분 방정식으로 만들기 위해 경계조건을 지정해야만 한다. 본 연구에서는 침하 대상 영역을 중심으로 모든 각도를 포함한 영역의 경계를 경계조건으로 설정한다.

#### 4. 침하 위험도 작성

입자 모델에 근거한 침하 위험도 모델링을 기선정한 시범 금속광산에 적용하여 실제 적용 과정 및 타당성을 검토하고자 하였다. 침하 위험도 모델링 과정은 각 방법에 따라 다소 차이가 있을 수 있으나, 본 연구에서 수행한 일련의 과정은 그림 4와 같이 정리할 수 있다.

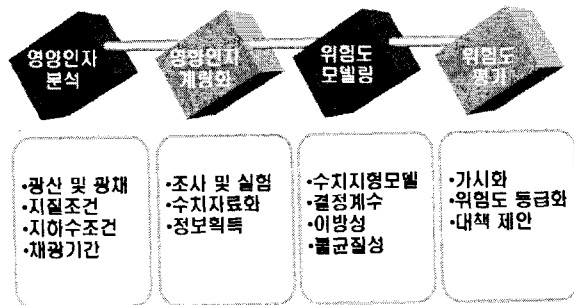


그림 4. 침하 위험도 모델링 적용 과정

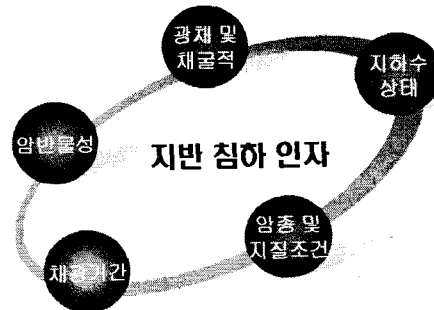


그림 5. 침하 유발 영향 인자

영향인자 분석 단계에서는 앞서 언급한 바와 같이 광채 규모 및 위치 정보가 가장 기초적이며 객관적인 정보이며, 나머지 인자들은 추가적으로 고려할 수 있는 위험도 영향 인자 층(layer)을 구성하는 목적으로 분석을 수행한다(그림 5). 일반적인 침하 현상 중 붕락형 침하는 채광으로 인해 형성된 공동의 천정부 붕락이 점진적으로 지표로 향해 발전해가면서 지표의 연약면이나 여타 지질학적 단열과 교우해서 급작스럽게 발생하는 침하 유형이기 때문에 광채 규모 및 위치 정보를 가장 기초적인 인자로 설정하였다. 영향인자 계량화 단계에서는 여러 인자들에 관해 획득된 정보를 일정한 처리과정을 통해 수치 자료화한다. 이는 위험도 지도의 작성에 필요한 지형정보 및 위치자료에 할당된 다양한 변량들의 정량적인 값으로 변환함으로써 위험도 모델의 입력변량으로 활용할 수 있기 때문이다.

위험도 모델링에서는 가장 먼저 전체 위험도 지도 작성을 위해 필요한 입력 자료 및 수치고도 모델(digital elevation model)을 작성한다(그림 6). 입력 자료는 채광으로 형성된 공동 위치에 근거하여 공동에 해당하는 격자망 중심에 1이란 값을 부여하고, 그 외에 해당하는 부분은 0의 값을 할당한다. 이는 위험도 지도 작성을 위한 입자모델은 각 구성 입자들의 거동 확률을 실제 1의 값이 할당된 위치 정보로부터 지표 좌표까지의 거리벡터에 대한 함수로 이해할 수 있기 때문이다. 각 1의 값이 할당된 격자들로부터 각각 수치고도모델의 각 격자 점까지 입자 거동 확률이 변화하게 되며 이를 입자 모델에 기초하여 모델링한 후 최종적인 지반침하 위험도 평가를 수행한다.

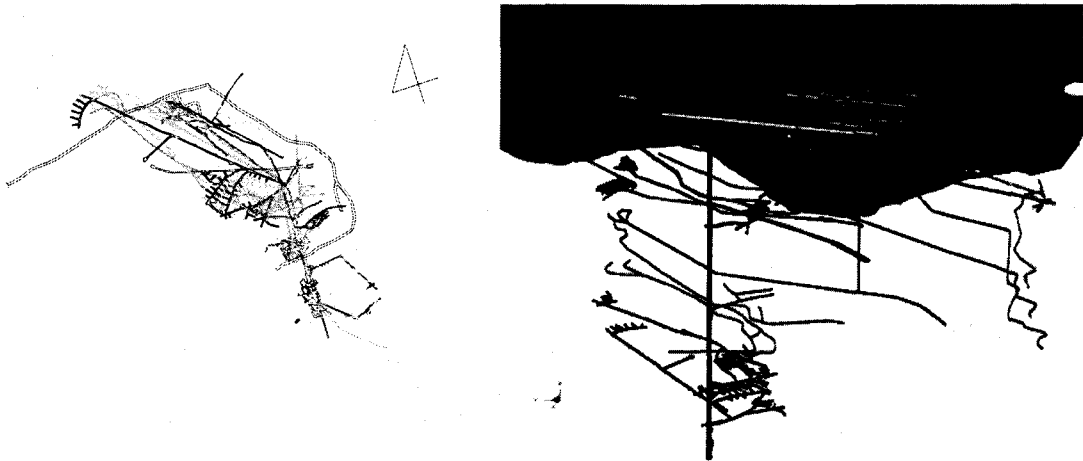


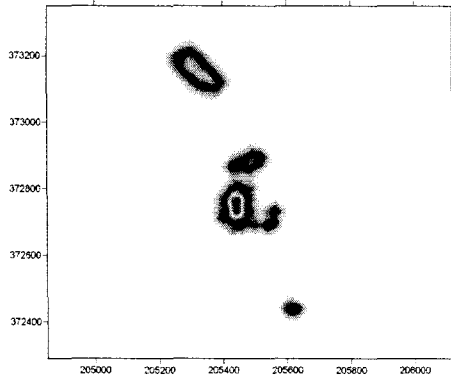
그림 6. 갱내도 전산 도면화 작업 및 3차원 갱내도 재현

공동 위치와 대상 영역의 격자 중심점들까지의 거리벡터에 기초한 확률들을 중첩하여 1차적인 침하 위험도 지도를 작성한다. 하지만, 지표상의 다양한 지질학적 인자들로 인해 실제 침하 위험도는 다소 차이를 보일 수 있다. 이를 반영하기 위해 우선적으로 고려할 수 있는 정보로서 지질도에 기초한 암종에 따른 영역 구분을 활용한다. 본 시범 금속 광산지역은 화강암과 석회암이 주된 암종으로서 각 암종별 풍화 특성을 고려한다. 실제 지표 조사에서 화강암이 석회암에 비해 풍화에 약하다는 정성적인 결과를 토대로 이를 반영하여 가중치를 추가적으로 결정한다. 또한, 지질학적 단열, 특히 단층의 영향은 위험도 평가에 있어서 이방성을 보이는 주요 인자일 수 있다. 본 위험도 평가에서는 이현구 등(1990)의 논문에 근거하여 암종에 따른 불균질성을 반영시킨 후 이방성 인자를 고려하였다. 그림 7은 기본 위험도 지도와 암종에 따른 불균질성 및 이방성을 고려한 최종 위험도 지도이다.

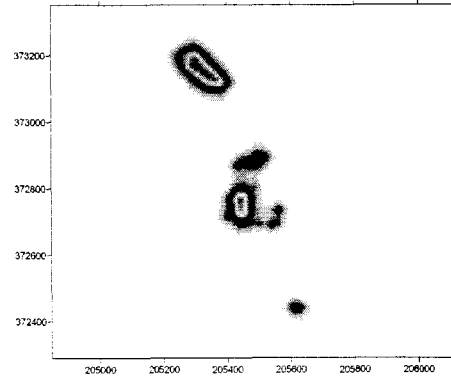
위험도 모델링 및 평가가 끝난 다음 최종 단계로서 위험도 지도 가시화 및 등급화를 수행한다(그림 8). 일반적으로 입자모델을 결과를 적용하여 나온 입자 거동 확률을 토대로 실제 침하가 발생된 영역에 기초하여 정규화한다. 이는 상대적인 위험도를 제시하기 위한 것이며, 침하 징후나 침하 현상이 나타나지 않은 지역에 적용하기 위해서는 실제 입자 거동 확률에 대한 범주를 절대적인 값으로 설정하는 것이 바람직하다.

그림 9는 침하 혹은 침하가 원인인 것으로 추정되는 지표에서 발생한 각 현상과 그 위치 자료이며, 그림 10은 실제 현상과 비교하기 위한 상세 침하 위험도 지도로서, 수치지형모델에 기초한 결과물이기 때문에 손쉽게 GIS DB와 쉽게 결합시킬 수 있다. 따라서 향후 국가 방재 정보 시스템과 같은 국가차원의 재난 위험도 정보화를 위해 지반 침하에 관한 주요 콘텐츠를 제공할 수 있을 것이다.





(가) 광체 규모, 위치 및 심도



(나) 지질특성 및 이방성

그림 7. 침하 위험도 모델링 결과

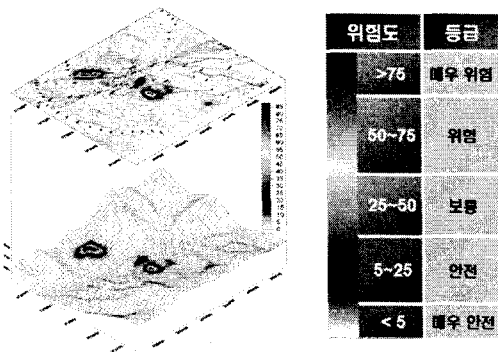


그림 8. 위험도 지도 제시 및 등급화

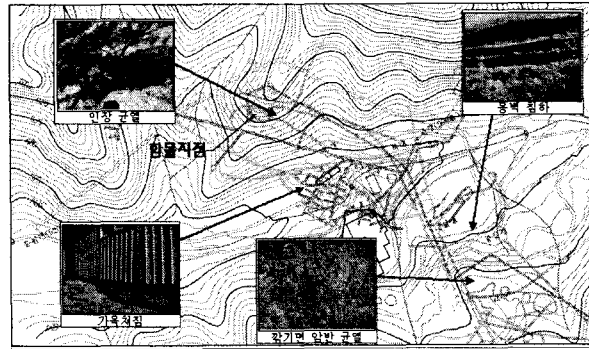


그림 9. 금호 광산 주변 지역의 침하 징후 사례

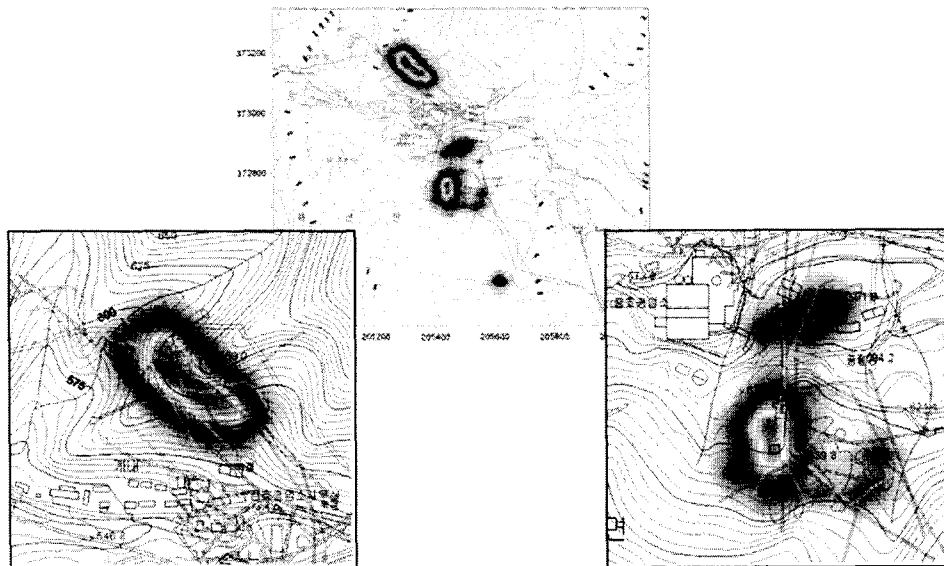


그림 10. 침하 위험도 상세 지도

## 5. 결 론

금속광산에서의 침하 위험도 평가를 위해 확산 방정식을 적용하였으며, 이로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

1. 입자모델의 상사관계에 의한 확산방정식 적용은 침하 기구를 물리적으로 설명할 수 있으며, 비교적 간단하면서도 효율적 모델이기 때문에 넓은 평가 영역에도 손쉽게 위험도 평가를 수행할 수 있다.
2. 기존 광산 채굴적의 기하에 관한 정보만을 활용한다는 점은 단점이 될 수 있으나, 추가적인 정보가 있을 경우 다양한 방법에 의해 결합시켜 신뢰성을 보다 향상시킬 수 있다.
3. 수치지형모델에 기초한 결과물이기 때문에 손쉽게 GIS DB와 쉽게 결합시킬 수 있다. 이는 향후 국가 방재 정보 시스템과 같은 국가차원의 재난 위험도 정보화를 위해 지반 침하에 관한 주요 콘텐츠를 제공할 수 있을 것이라 사료된다.
4. 침하 가능성을 결정하는 확산계수의 산정은 기존 침하가 발생한 지역을 기준으로 결정하였으나, 향후 정량적 평가가 필요할 것이다. 또한, 상대적 위험도 평가에 따른 방재 대책 및 개발 정책 등의 수립 기준이 마련되어야 할 것이다.

## ■ 참고문헌 ■

1. 송원경, 2004, 금속광산 지반함몰 조사보고서, 한국지질자원연구원
2. 이현구, 고석진, Imai Naoya, 1990, 장군광산의 연·아연은 및 철 광상의 성인과 지질구조와의 관계- 광상 생성의 지질구조 규모와 모암의 변질, Jour. Korean Inst. Mining Geol., Vol.23, No.2, pp.161-181
3. Litwinişzyn J., 1974, Stochastic Methods in Mechanics of granular bodies, Wien, Heidelberg, New York, Springer Verlag
4. Matheson, G. M. and Eckert-Clift, A. D., 1986, Characteristics of chimney subsidence and sinkhole development from abandoned underground coal mines along the Colorado Front Range, Proceedings of the 2nd Workshop on Surface Subsidence due to Underground Mining, West Virginia University, Morgantown, WV, pp.204-214
5. Piggott, R. J. and Eynon, P., 1977, Ground movements arising from the presence of shallow abandoned mine workings, in Proceedings of the Conference on Large Ground Movements and Structures, UWIST, Cardiff, Geddes, J.D. (ed.) Pentech Press, pp. 749-780
6. Sowers, G. F., 1976, Mechanisms of subsidence due to underground openings, Transp. Res. Rec., N612, pp.2-8
7. Vulkov M., 1997, A new model of stochastic medium with application in mechanics of mining subsidence, Computer integrated technologies in mining industry, pp.278-285
8. Whittaker, B. N. and Reddish, D. J., 1989, Subsidence: occurrence, prediction and control, Elsevier Science Publisher, p.528.