

시간영역에서 가우스뉴턴법을 이용한 탄성과 파형역산

신동훈¹⁾, 박창업²⁾

¹⁾기상연구소 해양기상 지진 연구실, dhsheen@kma.go.kr

²⁾서울대학교 지구환경과학부

Time Domain Seismic Waveform Inversion based on Gauss Newton method

Dong-Hoon Sheen¹⁾, Chang-Eob Baag²⁾

¹⁾Marine Meteorology & Earthquake Research Lab., METRI

²⁾School of Earth and Environmental Sciences, S.N.U.

요약 : 본 논문에서는 가우스 뉴턴법을 이용한 중합전 탄성과 자료의 파형역산에 관한 연구를 수행하였다. 탄성과 파형역산에 가우스 뉴턴법을 적용하는 방법은 80년대에 제시 되었으나 최근 들어서야 활발히 연구가 진행되고 있는데 이는 연산 능력과 기억용량의 한계에 기인한 것이다. 이를 극복하기 위해 본 연구에서는, 파동 전파 수치모의와 역산과정에서 각각 다른 크기의 격자간격을 사용하고, 필요한 시간영역의 파동전파 모사와 가상 진원의 근사를 통해 편미분 파형을 계산하였으며, 효과적으로 슈퍼컴퓨터를 활용하기 위해 병렬처리 기법을 사용하였다. 수치모의를 통해, 가우스 뉴턴법을 이용한 파형 역산의 수렴속도가 빠르고 정확한 것을 알 수 있었으며, 이를 통해 본 연구에서 제시한 방법의 실제 탄성과 자료를 이용한 역산에의 적용가능성을 확인하였다.

주요어 : 파형역산, 가우스 뉴턴법, 파동 방정식, 유한 차분법

Abstract : A seismic waveform inversion for prestack seismic data based on the Gauss-Newton method is presented. The Gauss-Newton method for seismic waveform inversion was proposed in the 80s but has rarely been studied. Extensive computational and memory requirements have been principal difficulties. To overcome this, we used different sizes of grids in the inversion stage from those of grids in the wave propagation simulation, temporal windowing of the simulation and approximation of virtual sources for calculating partial derivatives, and implemented this algorithm on parallel supercomputers. We show that the Gauss-Newton method has high resolving power and convergence rate, and demonstrate potential applications to real seismic data.

Keywords : waveform inversion, gauss-newton method, wave equation, finite-difference method

1. 서론

탄성과 파형역산은 중합전 탄성과 자료로부터 지구내부의 물리적 성질을 얻기 위한 반복적 역산의 한 방법이라 정의할 수 있다. 최소 자승법에 바탕을 둔 탄성과 자료의 역산이

상당히 많은 양의 연산을 필요로 한다는 사실은 잘 알려져 있다. 최초 Lailly (1983)와 Tarantola (1984)의 연구로부터 본격적으로 시작된 탄성과 파형 역산은 그래디언트법 (Gradient method)에 기반하고 있으며, 음향 매질에서, 역산에 필요한 편미분 항을 명시적으로 계산하지 않고 역산의 수렴방향을 결정하는 방법을 이용하였다. 이 방법은 순방향으로 전파된 파형과 역방향으로 전파된 파형의 상호 연관을 통해 수렴방향을 결정하며, 이 방법은 수차례의 파동 전파 모사만을 통해서도 파형역산을 수행할 수 있다는 장점이 있다. 이 때문에 80년대의 연산 능력으로도 파형역산을 수행할 수 있었다.

일반적으로 가우스 뉴턴법(Gauss Newton method)은 그래디언트법 보다 수렴속도가 빠른 것으로 알려져 있다. Tarantola (1984)는 이미 80년대에 가우스 뉴턴법을 탄성과 파형역산에 적용하는 방법을 제시하였으나 아직까지 이에 관한 활발한 연구가 진행되지 못하고 있다. 가장 큰 원인중의 하나는 가우스 뉴턴법을 적용하기에는 아직까지도 현재 컴퓨터 연산능력이 부족하기 때문이다. 최근 Pratt et al. (1998)과 Shin et al. (2001)은 주파수 영역에서 가상 진원과 상반 정리를 이용한 가우스 뉴턴법을 적용한 파형역산을 수행하기도 하였다. 하지만 이들은 탄성 매질이 아닌 음향 매질에서, 극히 적은 수의 파라미터에 대한 역산을 수행하거나, 가우스 뉴턴법에서 사용하는 근사 헤시안(Hessian) 행렬의 대각원소만 이용한 역산을 수행하였다.

본 연구에서는 탄성 매질에서 파형역산을 수행하기 위해 가우스 뉴턴법을 사용하였으며, 근사 헤시안 행렬을 정규화 하여 안정된 역산을 수행하도록 하였다. 이를 위해 탄성매질의 파동 방정식을 풀기위해 시간영역에서 엇갈린 격자 유한 차분법(Levander, 1988)을 사용하였다. 효과적이며 빠른 역산을 위해, 역산 단계에서 공간과 시간격자의 크기를 파동전파 수치모의와 다르게 사용하였으며, 필요한 시간영역의 자료만 사용하도록 제한된 계산을 수행하였고, 가상 진원의 근사를 통해 편미분 항을 계산하였으며, 슈퍼컴퓨터에서 모든 과정을 효과적으로 사용할 수 있도록 병렬화 하였다.

2. 가우스 뉴턴법을 이용한 파형역산

일반적으로 가우스 뉴턴법을 이용한 역산에서는 근사 헤시안 행렬이 특이치 행렬로 존재하기 때문에 감쇄항을 사용하는 정규화 방법을 적용한다. 정규화된 가우스 뉴턴법은

$$\mathbf{m}^{n+1} = \mathbf{m}^n - \alpha^n [\mathbf{J}^t \mathbf{J} + \lambda \mathbf{L}^t \mathbf{L}]^{-1} \mathbf{J}^t \Delta \mathbf{d} \quad (1)$$

으로 표현되며(Sheen et al., 2006), 이 식에서 \mathbf{m} 은 매질의 특성을 나타내는 모델 파라미터, α 는 수렴방향의 크기를 결정하는 계수, \mathbf{J} 는 자코비안(Jacobian) 행렬, λ 는 정규화 계수, \mathbf{L} 은 정규화 방법을 나타내는 계수행렬이며, $\Delta \mathbf{d}$ 는 자료의 오차(residual)이다. 본 연구에서는 정규화 방법으로 Sasaki (1998)의 2차원 평활화 기법과 Levenberg (1944)와 Marquardt (1963)의 감쇄항을 동시에 사용하였으며, 수렴방향의 크기는 유한차분법을 이용해 역산과정에서 자동적으로 계산하도록 하였다.

탄성매질에서의 파동 방정식을 풀기 위해 엇갈린 격자 유한 차분법을 사용하였으며, 이때 파동방정식은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \rho \dot{v}_i &= \tau_{ij,j} + F_i, \\ \dot{\tau}_{ij} &= \mu(v_{i,j} + v_{j,i}) + \lambda \delta_{ij} v_{k,k} + G_{ij} \end{aligned} \quad (2)$$

위 식에서 v 는 변위의 미분 값인 속도, τ 는 응력이며, F 와 G 는 각각 지진원이 될 수 있다. 이 식으로부터 각 모델 파라미터에 관한 편미분 항을 얻기 위해 특정 지점의 P파 속도 α_p 로 식 (2)를 미분하면

$$\rho \frac{\partial \dot{v}_i}{\partial \alpha_p} = \frac{\partial \tau_{ij,i}}{\partial \alpha_p}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \dot{\tau}_{ij}}{\partial \alpha_p} = \mu \left(\frac{\partial v_{i,j}}{\partial \alpha_p} + \frac{\partial v_{j,i}}{\partial \alpha_p} \right) + \lambda \delta_{ij} \frac{\partial v_{k,k}}{\partial \alpha_p} + 2\rho\alpha \frac{\partial \alpha}{\partial \alpha_p} \delta_{ij} v_{k,k}$$

이 되며, α 는 P파 속도이다. 이 식에서 두 번째 식의 마지막 항은 가상의 진원이 되며, 이것은 최초 순방향의 파동전파 수치모의로부터 얻은 파형 $v_{k,k}$ 을 가상의 진원으로 사용해 파동전파 수치모의를 수행하게 되면 역산에 필요한 편미분 형태의 파형을 얻을 수 있음을 보여준다(Pratt et al., 1998).

일반적으로 지구물리 역산에서는 얻고자 하는 모델 파라미터의 수보다 관측소의 수가 작게 되는데, 이런 경우 상반 정리로부터 관측소를 가상의 진원으로 생각할 수 있고 이를 통해 효과적으로 편미분 파형계산을 할 수 있다(Rodi, 1976; Shin et al., 2001)

탄성과 파형 역산으로부터 얻을 수 있는 정보의 해상도는 파동 방정식을 풀기위해 필요한 격자 간격보다 낮게 되는데, 이 점을 이용하면 역산에 필요한 연산과 기억 용량을 효과적으로 줄일 수 있다. 공간적으로 모델 파라미터는 유한 차분법에 쓰이는 여러 격자들을 블록형태로 구성하고(block parameterization), 시간적으로는 유한 차분법 계산을 통해 얻은 파형을 일정 간격으로 다시 샘플링하여 역산에 필요한 자료의 양을 효과적으로 줄일 수 있었다. 탄성과 탐사를 위한 파동 전파 수치모의는 지표의 송신기로부터 전파된 파동이 지하의 매질로부터 반사 또는 굴절되어 수신기까지 전파되는 동안의 연산이 필요하다. 하지만 상반정리를 이용하게 되면 송신기와 수신기에서 매질까지의 파동 전파만 수치모의하면 연산에 필요한 편미분 파형을 계산할 수 있다. 따라서 이를 이용해 수치모의 계산 시 약 30 %의 연산 시간 감소를 얻을 수 있었다. 모델 파라미터를 블록형태로 구성하였기 때문에, 각각의 모델 파라미터에 대한 편미분 항을 계산하기 위해서는 블록 내부에 위치한 격자에서의 편미분 항을 모두 계산해야 하지만, 수치 근사를 통해서도 동일한 형태의 파형을 얻을 수 있었으며 이를 통해 자코비안 행렬 계산에 필요한 기억용량과 연산을 90 % 이상 줄일 수 있었다. 앞서 언급한 여러 방법들을 바탕으로 가우스 뉴턴법을 이용한 파형 역산을 현재의 가장 효과적인 컴퓨팅 방법인 슈퍼컴퓨터에 적용하기 위해 탄성과 수치모의 및 역산 과정을 MPI (Message Passing Interface)를 사용하여 병렬화 하였으며, 이를 통해 보다 빠른 시간에 파형 역산을 수행할 수 있었다.

4. 수치모의 결과

본 연구에서는 진원 함수를 알고 있다는 가정 하에 탄성과 파형 역산을 수행하였다. P파를 비롯해 매질의 밀도와 S파의 속도구조를 알지 못하는 경우의 역산을 수행하였다. 대신 매질의 밀도와 S파의 속도는 다음과 같은 P파와 상관관계를 가지는 것으로 가정하여 실제 모델을 구성하였다(Castagna et al., 1993).

$$\beta (km/s) = -0.055\alpha^2 + 1.017\alpha - 1.030, \quad (4)$$

$$\rho (g/cm^3) = 1.5\alpha^{0.225}$$

하지만 역산과정에서는 식 (4)와 동일한 관계식이 아닌 깊이에 따라 20 %의 오차를 가지는 그림 (1)과 같은 관계식을 이용해 P파의 정보로부터 매질의 밀도와 S파의 속도를 계산하였다. 실제 모델로부터 계산되어 입력 자료로 사용된 트레이스에 5 %의 잡음을 추가하여 P파 속도구조에 대한 역산을 수행하였다.

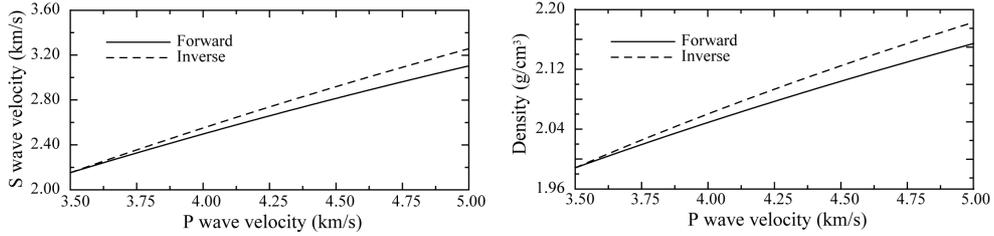


Fig. 1. Relationships between S wave velocity and P wave velocity, and between density and P wave velocity.

그림 (2)는 5번 반복연산을 수행하여 얻은 역산 결과이다. 매질 밀도와 S파 속도구조에 대한 관계식이 깊이가 깊어짐에 따라 실제 모델과 많이 다르기 때문에 심부에서 매질 밀도와 S파 속도구조는 실제모델과 다르게 수렴되는 것을 알 수 있다. 하지만 P파의 속도구조는 모든 깊이에서 대체로 잘 수렴하는 양상을 보인다. 역산에는 4200개의 모델 파라미터를 고품역산으로 구하였으며, 매 반복연산마다 9번의 순방향 파동전파 모의와 98번의 역방향 모의, 그리고 수렴방향의 길이 결정을 위해 9번의 수치모의를 수행해야 한다. 이 연산은 서울대학교의 슈퍼컴퓨터 3호기인 리눅스 기반의 IBM 클러스터에서 48개의 CPU를 이용하였으며 매 반복연산에 약 15분 정도의 시간이 소요되었다.

5. 결론

지금까지 종합전 탄성과 자료를 이용한 고품역산은 대부분 음향매질을 가정한 그래디언트법에 기반한 역산법을 사용해 왔다. 가우스 뉴턴법의 빠른 수렴속도에 비해 근사 헤시안 행렬을 계산하기 위해선 훨씬 많은 연산 능력과 기억용량이 필요하다. 이러한 문제는 지금까지 가우스 뉴턴법을 탄성과 고품역산에 적용하는데 있어서 제일 큰 장애요소로 작용해왔다. 본 연구에서는 가우스 뉴턴법을 이용한 탄성과 고품역산을 수행하기 위해 2차원 탄성 매질에서의 파동 방정식을 엇갈린 격자 유한 차분법을 이용해 풀었다. 효율적인 역산을 위해 파동전파 모의와 역산과정에서 다른 크기의 격자들을 사용하였으며, 적절한 고품길이를 결정하고, 가상 진원의 근사를 통해 편미분 고품을 계산하였다. 또한 이러한 모든 연산을 MPI를 이용해 병렬 슈퍼컴퓨터에서 빠르게 역산을 수행할 수 있도록 구현하였다. 수치모의 예제들을 통해 본 연구에서 제시한 방법의 성능을 살펴보았으며, 앞으로 실제 탄성과 자료를 이용한 역산에 이 방법을 적용하고자 한다.

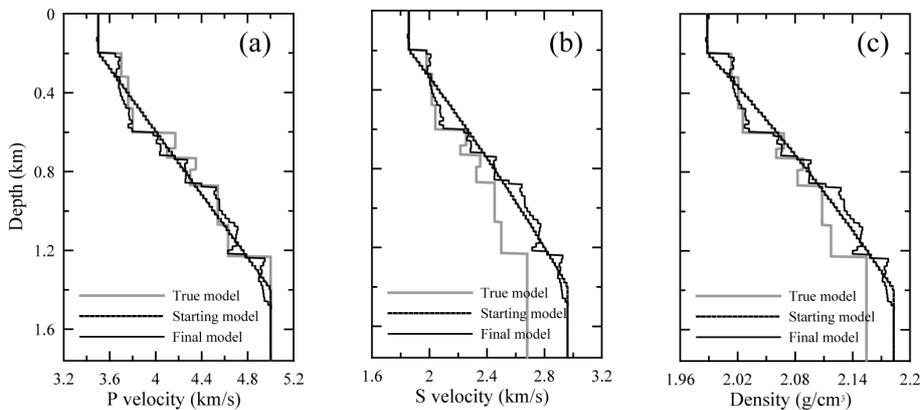


Fig. 2. Inversion results from example 2. (a) P wave velocity, (b) S wave velocity, and (c) Density.

감사의 글

본 연구는 기상연구소 “한반도 지진재해 평가기반기술 개발” 과제의 일환으로 수행되었다.

참고문헌

- Castagna, J. P., Batzle, M. L., & Kan, T. K., 1993, Rock physics – the link between rock properties and avo response, in Offset-dependent reflectivity – Theory and practice of AVO anomalies, edited by J. P. Castagna & M. M. Backus, no. 8 in *Investigations in Geophysics*, 135-171, Soc. Expl. Geophys..
- Kolb, P., Collino, F., & Lailly, P., 1986. Pre-stack inversion of a 1-d medium, *Proceedings of the IEEE*, **74**, 498-508.
- Lailly, P., 1983. The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations, in *Conference on Inverse Scattering: Theory and Application*, edited by J. B. Bednar, R. Redner, E. Robinson, & A. Weglein, 206-220, Soc. Ind. Apl. Math., Philadelphia.
- Levander, A. R., 1988. Fourth-order finite-difference p-sv seismograms, *Geophysics*, **53**, 1425-1436.
- Levenberg, K., 1944. A method for the solutions of certain nonlinear problems in least squares, *Quart. Appl. Math.*, **2**, 164-168.
- Marquardt, D. W., 1963. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters, *J. Soc. Indust. Appl. Math*, **11**, 431-441.
- Mora, P., 1987. Nonlinear two-dimensional elastic inversion of multioffset seismic data, *Geophysics*, **52**, 1211-1228.
- Pratt, R. G., Shin, C., & Hicks, G. J., 1998. Gauss-newton and full newton methods in frequency-space seismic waveform inversion, *Geophys. J. Int.*, **133**, 341-362.
- Rodi, W. L., 1976. A technique for improving the accuracy of finite element solutions for magnetotelluric data, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **44**, 483-506.
- Sasaki, Y., 1989. Two-dimensional joint inversion of magnetotelluric and dipole-dipole resistivity data, *Geophysics*, **54**, 254-262.
- Sheen, D.-H., Tuncay, K., Baag, C.-E., & Ortoleva, P. J., 2006. Time domain Gauss-Newton seismic waveform inversion in elastic media, *Geophys. J. Int.*, submitted.
- Shin, C., Yoon, K., Marfurt, K. J., Park, K., Yang, D., Lim, H. Y., Chung, S., & Shin, S., 2001. Efficient calculation of a partial-derivative wavefield using reciprocity for seismic imaging and inversion, *Geophysics*, **66**, 1856-1863.
- Tarantola, A., 1984. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation, *Geophysics*, **49**, 1259-1266.