

# 파워흐름경계요소법을 이용한 원통형 구조물에 대한 음파산란해석

## The analysis of acoustic scattering problems by Indirect PFBEM with cylinder model

정필우† · 홍석윤\* · 이호원\*\* · 권현웅\*\*

Pill-Woo Jeong†, Suk-Yoon Hong\*, Ho-Won Lee\*\*, Hyun-Wung Kwon\*\*

**Key Words** : PFA(파워흐름해석법), PFBEM(파워흐름경계요소법), Indirect method(간접법), Fundamental solution(기본해), Scattering(산란).

### ABSTRACT

Power Flow Boundary Element Method(PFBEM) has been used as a promising tool for radiation problems in the medium-to-high frequency. PFBEM is the numerical method that applies boundary element technique to Power Flow Analysis (PFA). Indirect PFBEM is developed for acoustic scattering problems in the open field and in various frequency. To verify the analytic results of indirect PFBEM for acoustic scattering problems are compared with those of SYSNOISE, and the results using two analytic methods show a good agreement.

### 1. 서론

전통적으로 유한요소법(FEM)과 경계요소법(BEM)은 저주파 대역의 소음진동해석에 사용되었다. 그러나 이러한 방법들은 주파수 대역이 더욱 세밀한 요소분할을 필요로 하며 그 결과들도 정확하지 않았다. 이것은 관심있는 주파수의 범위가 고주파수 영역일수록 매질을 통과하는 파의 파장이 점점 짧아지기 때문에 발생하는 현상으로 만일 해석하는 구조물의 요소의 길이를 관심있는 주파수에 해당하는 파장보다 충분히 작게 하지 않는다면 정확한 값을 얻을 수 없다. 또한, 통계적에너지해석법(SEA)이 고주파수 대역의 해석을 위해 연구되어 왔으나, 이 방법은 에너지밀도의 변화와 에너지의 전달경로를 제시하지 않는다. 이러한 기존의 유한요소법, 경계요소법과 통계적에너지해석법에서 중고주파 대역의 해석을 할 때에 나타나는 문제점들을 해결하기 위해, 파워흐름해석법이 도입되었다. 파워흐름해석법은 에너지가 열처럼 흐른다는 가정을 바탕으로 한 에너지지배방정식을 갖는다. 고주파 영역에서 파워흐름요소법은 에너지의 평균적인 분포와 에너지 이동경로를 보여준은 물론

중주파수 영역에까지 확대할 수 있는 방법으로 인식되고 있다. 파워흐름해석법은 70년대 Belov 등에 의해 처음 소개되었으며, 80년대에는 1차원 요소에 대한 연구로써 Nefske와 Sung에 의해 파워흐름해석법을 보의 횡진동에 적용하였고, Wohlever와 Bernhard는 보의 횡진동과 종진동에 대한 에너지지배방정식을 제시하였다. 90년대에 들어서 2차원 요소에 대한 연구로써, Bouthier와 Bernhard는 이차원 박막과 등방성 평판의 면내 진동과 직교이방성 평판의 횡진동에 대한 에너지지배방정식을 유도하였다. 박도현은 등방성 평판의 면내진동과 직교이방성 평판의 횡진동에 대한 에너지지배방정식을 유도하였고, 서성훈은 파워흐름요소법을 보-평판 연성 구조물로 확대 적용하였다. 2000년부터, 서울대학교 선박소음진동연구실(SNOVIL)에서는 유한요소법에 파워흐름해석법을 접목한 파워흐름경계요소법을 이용하여 중고주파 대역에서 시스템 구조물의 소음진동해석에 효과적인 파워흐름해석시스템 (PFADS)을 개발하고 있다. 또한 음향, 소음 문제를 효과적으로 해석하기 위해 경계요소법에 파워흐름해석법을 접목한 파워흐름경계요소법에 대해 연구중이며, 권현웅은 음향 파워흐름해석법에 대해 에너지 지배방정식과 기본해를 유도하였고, 이를 이용하여 열린공간에서 방사소음해석과 수중에서 자유수면효과를 고려한 방사소음 해석을 수행하였다.

본 연구에서는 고주파영역에서 음향산란해석을 효과적으로 수행하기 위해, 산란음장 해석을 위한 간접적 음향 파워흐름경계요소법을 정립하고 이를 이용하여 열린공간에 음원과 장애물이 존재할 때의 산란음장에 대한 음장해석을 수행하였다.

† 서울대학교 조선해양공학과  
E-mail : pill98@snu.ac.kr  
Tel : (02) 880-7331, Fax : (02) 888-9288

\* 서울대학교 조선해양공학과

\*\* 서울대학교 조선해양공학과

## 2. 이론

### 2.1 열린 공간에서의 에너지 지배방정식 유도

#### (1) 열린 공간에서의 에너지 전달관계식

열린공간에서 구형파(spherical wave)는 다음과 같이 표현된다.

$$f(r) = \frac{A}{r} e^{-jkr} + \frac{B}{r} e^{jkr} \quad (1)$$

$$\tilde{k} = k(1 - j\frac{\eta}{2}) \quad (2)$$

여기서  $k$ 는 파수(wave number)이고  $\eta$ 는 내부감쇠계수(damping loss factor)이다.

식(1), (2)를 이용하고 원거리(far-field)와 저감쇠(low damping)에 대한 가정을 사용하면 음향 에너지밀도와 음향 인텐시티를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\langle e \rangle = \frac{A^2}{2\rho c_g^2 r^2} e^{-k\eta r} + \frac{B^2}{2\rho c_g^2 r^2} e^{k\eta r} \quad (3)$$

$$\langle \vec{I} \rangle = \left( \frac{A^2}{2\rho c_g r^2} e^{-k\eta r} - \frac{B^2}{2\rho c_g r^2} e^{k\eta r} \right) \vec{r} \quad (4)$$

따라서 에너지 전달 관계식은 다음과 같다.

$$\langle \vec{I} \rangle = -\frac{c_g}{k\eta^2} \frac{d}{dr} (r^2 \langle e \rangle) \vec{r} \quad (5)$$

#### (2) 열린 공간에서의 에너지 지배방정식

열린 공간에서의 음향 에너지지배방정식을 유도하기 위해서는 에너지 평형관계식(energy balance equation), 에너지 손실관계식(energy loss equation), 그리고 에너지 전달 관계식(energy transmission equation)이 필요하다.

에너지 평형관계식과 에너지 손실관계식은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \vec{I} + \Pi_{diss} = \Pi_{in} \quad (6)$$

$$\Pi_{diss} = \eta\omega \langle e \rangle \quad (7)$$

따라서 식(6), (7)과 식(5)의 에너지 손실관계식을 이용하면 다음의 음향에너지 지배방정식을 구할 수 있다.

$$-\frac{c_g}{k\eta} \nabla \cdot \left\{ \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 e) \vec{r} \right\} + \eta\omega e = \pi_{in} \quad (8)$$

#### (3) 방사소음을 위한 기본해

식(8)에 대한 기본해(fundamental solution)는 다음의 변형된 에너지 지배방정식을 통해 구할 수 있다.

$$-\frac{c_g}{k\eta} \frac{1}{r^2} \frac{d^2}{dr^2} (r^2 G) + \eta\omega G = \frac{\delta(r)}{2\pi r^2} \quad (9)$$

여기서  $G(r)$ 은 기본해이고,  $\delta(r)$ 은 Dirac delta function이다.

또한 에너지 밀도에 대한 기본해(G)와 인텐시티에 대한 기본해(H)는 다음과 같이 표현된다.

$$G(r) = \frac{1}{4\pi c_g r^2} e^{-\eta kr} \quad (10)$$

$$H(r) = \frac{1}{4\pi r^2} e^{-\eta kr} \vec{r} \quad (11)$$

### 2.2 간접적 파워흐름경계요소법

#### (1) 간접적 파워흐름경계요소법 적분방정식

경계요소법의 간접적인 방법에서는 유한차원의 실제 시스템을 무한 영역으로 확장하고 시스템의 경계에 가진원이 존재한다고 가정한다. 이 개념을 3차원 문제에 대해 적용하면 에너지 밀도와 인텐시티는 다음과 같이 시스템의 경계에 분포한 가상의 가진원과 실제 존재하는 가진원의 총합으로 표현할 수 있다.

$$e(x) = \int_s \Phi(\xi) G(r) dS(\xi) + \int_v \Pi_{in}(z) G(r) dV(z) \quad (11)$$

$$I_n(x) = \int_s \Phi(\xi) H(r) \cdot n(x) dS(\xi) + \int_v \Pi_{in} H(r) \cdot n(x) dV(z) \quad (12)$$

여기서  $x$ 는 관심영역의 관측점의 위치,  $\xi$ 는 가상의 가진원의 위치,  $z$ 는 입력파워의 위치이고,  $\Phi(\xi)$ 는 시스템의 경계에 분포하는 가상의 가진원이다. 그리고,  $r$ 은 관측점과 가상의 가진원 또는 입력파워의 위치와의 거리이다.

#### (2) 간접적 파워흐름경계요소법을 이용한 산란 음장 해석

음장내에 가진원이 존재하고 장애물이 존재할 경우 가진원으로부터 발생하는 음압은 장애물에 의해 산란을 일으키게 된다. 이때 산란음장에서의 에너지 밀도는 입사파에 의한 에너지 밀도와 장애물에 의한 산란파의 에너지 밀도의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\langle e \rangle = \langle e \rangle_{incident} + \langle e \rangle_{scattered} \quad (13)$$

여기서  $\langle e \rangle_{incident}$ 는 가진원에 의한 에너지 밀도

$\langle e \rangle_{scattered}$ 는 장애물에 의해 산란된 에너지 밀도를 나타낸다.

장애물에 의해 산란된 에너지 밀도는 장애물 표면의 가상의 가진원이 존재하여 외부음장으로 에너지가 방사되는 것으로 볼 수 있으므로 식(11), (12)에서 가진원이 존재하지 않고 시스템의 경계에서 에너지를 갖는 경우와 같다. 따라서 식(13)과 식(11), (12)를 이용하여 간접적 파워흐름경계요소법 적분방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$e(x) = \int_s \Phi(\xi) G(r) dS(\xi) + e_{incident} \quad (14)$$

$$I_n(x) = \int_s \Phi(\xi) H(r) \cdot n(x) dS(\xi) + I_{incident} \quad (15)$$

여기서 가진원이 구형파일 경우 다음 식을 사용한다.

$$e_{incident} = \frac{A}{4\pi c_g r^2} e^{-\eta r} \quad (16)$$

$$I_{incident} = \frac{A}{4\pi r^2} e^{-\eta r} \vec{r} \cdot \vec{n} \quad (17)$$

여기서 A는 가진원의 세기를 나타낸다.

### 3. 수치적 적용

#### 3.1 열린공간에서의 음파산란해석

열린공간에서 간접적 파워흐름경계요소법을 이용한 음파산란해석의 정확성을 확인하기 위하여 원통형 구조물에 대해 해석하고 상용프로그램인 SYSNOISE 와 결과를 비교해 보았다. Fig.1은 해석에 사용된 원통형 구조물이다. Fig.2와 Fig.3은 해당 구조물에 대한 관심영역을 나타낸다.

Fig.4와 Fig.3은 주파수가 1kHz일때 SYSNOISE와 간접적 파워흐름경계요소법의 결과를 비교한 그림이다. 이때 경계요소법에 사용된 경계조건은 해당 구조물의 모든 표면에서  $I_n=0$ 이다.

SYSNOISE와 비교한 결과를 보면 1kHz에서 음장내의 에너지 밀도 값의 크기분포는 거의 비슷하지만 간접적 파워흐름경계요소법에서는 SYSNOISE에서와 같은 산란음장의 방향성 경향을 보이지 않는데 그 이유는 파워흐름해석법의 결과로 얻어지는 에너지 밀도가 주파수와 공간 평균된 값이기 때문에 SYSNOISE 결과에서 보이는 것과 같은 복잡한 경향이 아닌 평균된 에너지 값의 분포를 보인다.

### 4. 결론

본 연구에서는 고주파영역에서 산란음장 해석을 위해서 먼저 간접적 파워흐름경계요소법을 정립하였고, 이를 이용하여 3차원 열린 공간에서 음원이 존재할 때 원통형구조물에 의한 산란음장의 에너지 밀도분포를 해석하였다. 간접적 파워흐름경계요소법으로 얻어진 결과를 SYSNOISE와 비교한 결과, 파워흐름경계요소법의 경우 파워흐름해석법의 정의에 따라 공간 평균된 에너지 밀도를 얻는 반면 SYSNOISE에서 얻어진 결과는 일반 음향 경계요소법으로부터 얻어진 음압과 입자속도를 이용하여 에너지 밀도를 계산하기 때문에 동일한 경향을 보이지는 않지만 전체 음장에 걸쳐 거의 동일한 에너지 밀도 값의 분포를 보이고 있다. 따라서 고주파영역에서 산란음장 해석시 간접적 파워흐름경계요소법을 이용할 경우 효과적인 해석이 가능할 것으로 예상된다.

### 참고 문헌

- (1) 박도현, "Advanced Research on Power Flow Models and Development of Power Flow Boundary Element Method for Medium-to-high Frequency Noise and Vibration Analysis", PhD Thesis, Seoul National University, 2003
- (2) D. -H. Park, H -W. Lee and S. -Y. Hong, "Power Flow Boundary Element Method for Medium-to-high Frequency Analysis: Fundamental Theory and Applications", Proceeding of Internoise 2002
- (3) S. H. Seo, S. Y. Hong and H. k. Kil, "Power Flow Analysis of Reinforced Beam Plate Coupled Structures", Journal of Sound and Vibration, 259(5), 1109-1129(2003)
- (4) 권현웅, "Development of PFBEM Indirect Method for the Analysis of Radiation Noise Problems", Master Thesis, Seoul National University, 2004
- (5) P. K. Banerjee and R. Butterfield, Boundary Element Methods in Engineering Science (McGraw Hill, New York, 1981)
- (6) T.W. Wu, "Boundary Element Acoustics", (WIT press, Southhampton, 2000)
- (6) P. E. Cho, "Energy Flow Analysis of Coupled Structures", PhD Thesis, Purdue University, 1933

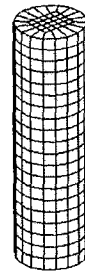


Fig. 1 Simple cylinder structure with 5m height, 2m diameter

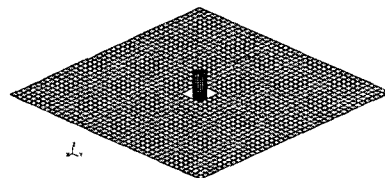


Fig. 2 Analysis field xv-plane

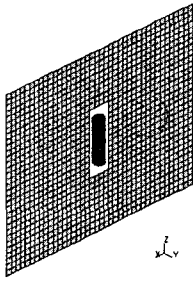


Fig. 3 Analysis field xz-plane

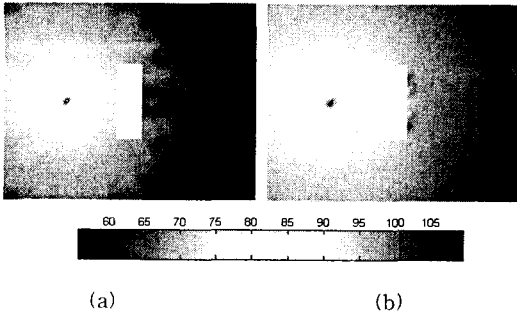


Fig. 4 The energy density distribution in xz-plane by each method when  $f=1\text{kHz}$ , source power=1, and  $\gamma=0.001$  (a) SYSNOISE (b) indirect PFBEM

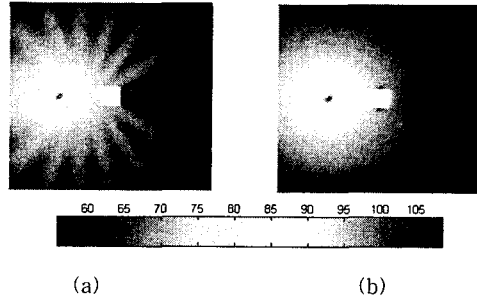


Fig. 5 The energy density distribution in xy-plane by each method when  $f=1\text{kHz}$ , source power=1, and  $\gamma=0.001$  (a) SYSNOISE (b) indirect PFBEM