

PPGA에 기초한 디지털 PID 제어기의 최적 동조

신명호⁺ · 김민정⁺⁺ · 이윤형^{**} · 소명옥⁺⁺⁺ · 진강규⁺⁺⁺⁺

PPGA-Based Optimal Tuning of a Digital PID Controller

Myung-Ho Shin⁺, Min-Jeong Kim⁺⁺, Yun-Hyung Lee^{**}, Myung-Ok So⁺⁺⁺, and Gang-Gyoo Jin⁺⁺⁺⁺

Abstract : In this paper, a methodology for estimating the parameters of a discrete-time system and designing a digital PID controller based on the estimated model and a genetic algorithm is presented. To deal with optimization problems occurring regarding parameter estimation and controller design, a pseudo parallel genetic algorithm (PPGA) is used. The parameters of a discrete-time system are estimated using both the model technique and a PPGA. The digital PID controller is described by the pulse transfer function and its parameters are tuned based on both the model reference technique and another PPGA. A set of experimental works on two processes are carried out to illustrate the performance of the proposed method.

Key words : Pseudo parallel genetic algorithm(의사 병렬유전알고리즘), Discrete-time system(이산시간 시스템), Parameter estimation(파라미터 추정), Digital PID controller(디지털 PID 제어기)

1. 서론

PID 제어기는 강인성, 설비의 단순성, 응용성 때문에 아직도 산업현장에서 지속적으로 널리 이용되고 있다^{[1]-[4]}. PID 제어기의 설계에 있어서 중요한 문제는 제어기의 비레이득, 적분시간, 미분시간을 적절히 선정하는 것으로서 대부분의 경우 전문가에 의하여 시행착오적으로 이루어지고 있다. 이와 같은 경험적인 방법들은 실제 시스템 응답이 외란이나 잡음에 대해 민감하여 정확한 매개변수를 결정하기가 어렵고, 비선형성이 강한 실제 시스템에 적용하기에는 제약이 있다.

따라서 본 논문에서는 이주모델과 링구조 기반의 의사병렬 유전알고리즘(PPGA)^[5]와 시스템 모델을 이용하여 디지털 PID 제어기의 최적동조 문제에 적용한

다. 시스템의 이산시간 모델의 파라미터 추정 문제를 다루고, 이를 더욱 확장하여 기준모델 제어기법^[6]과 PPGA결합하여 식별한 모델의 출력이 기준모델의 출력을 정밀하게 추종한다. 제안하는 방법은 시뮬레이션을 통해 그 성능을 밝힌다.

2. 이산시간 시스템의 파라미터 추정

디지털 PID제어기의 최적 동조 문제를 다루기에 앞서 구조가 미리 알려진 시스템의 파라미터를 추정하는 문제를 다룬다.

2.1 제어대상 시스템의 모델

제어대상 시스템으로 다음과 같은 ARX 모델을 고려한다.

$$A(z^{-1})Y(z) = B(z^{-1})z^{-d}U(z) + V(z) \quad (1a)$$

+ 신명호(부양전자산업 연구소), E-mail: mhshin@buyang.co.kr, Tel: 010-846-3503

++ 김민정, 이윤형(한국해양대학교 대학원 제어계측공학과, 메카트로닉스공학과)

+++ 소명옥(한국해양대학교 선박전자기계공학부)

++++ 진강규(한국해양대학교 IT 공학부)

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n} \quad (1b)$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_m z^{-m} \quad (1c)$$

여기서 u 와 y 는 각각 모델의 입력과 출력이고, v 는 잡음이며, z^{-1} 는 후방차분 연산자로서 $y(k-1) = z^{-1}y(k)$ 의 관계를 가지며, n 과 m 은 다항식 $A(z^{-1})$ 와 $B(z^{-1})$ 의 차수이고, d 는 시간지연이다. 한편 (1)은 안정한 최소위상 시스템이며, 두 다항식 $A(z^{-1})$ 와 $B(z^{-1})$ 은 서로소이며, v 는 백색잡음인 것으로 간주한다.

시스템의 파라미터 추정 문제에 GA를 적용할 때 모델의 파라미터가 시스템의 파라미터와 선형관계를 가질 필요가 없으므로 편위상 2차항(또는 1차)의 곱의 다항식으로 표시되는 (2)를 이용한다.

$$A(z^{-1})Y(z) = B(z^{-1})z^{-d}U(z) + V(z) \quad (2a)$$

$$A(z^{-1}) = (1 + \alpha_1 z^{-1} + \beta_1 z^{-2})(1 + \alpha_2 z^{-1} + \beta_2 z^{-2}) \dots (1 + \alpha_n z^{-1} + \beta_n z^{-2}) \quad (2b)$$

$$B(z^{-1}) = b_0(1 + \gamma_1 z^{-1} + \delta_1 z^{-2})(1 + \gamma_2 z^{-1} + \delta_2 z^{-2}) \dots (1 + \gamma_m z^{-1} + \delta_m z^{-2}) \quad (2c)$$

위 식에서 n 과 m 이 짝수이면 각각 $n' = n/2$, $m' = m/2$ 이 되고, 홀수이면 $n' = (n+1)/2$, $m' = (m+1)/2$ 인 동시에, $\beta_{n'} = 0$, $\delta_{m'} = 0$ 이 된다.

2.2 파라미터 추정

본 연구에서 다룰 파라미터 추정 문제는 Fig. 1과 같은 구조로 표시된다. 시스템과 모델에 같은 입력이 인가되면 적응메카니즘은 모델과 시스템의 동특성이 일치될 때까지 모델의 파라미터를 조정하게 된다.

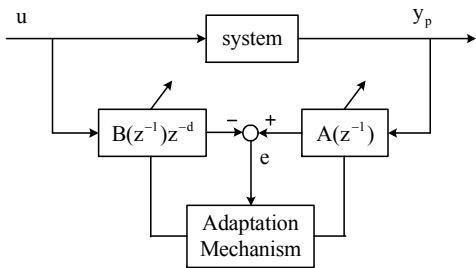


Fig.1 Model adjustment technique

적응 메카니즘으로서의 PPGA가 최적 파라미터를 찾게될 때 주어진 탐색구간 내에서 모델의 안정성이 요구된다. (2)가 안정하기 위해서는 2차항의 특성방정식

$$D(z^{-1}) = 1 + \alpha_i z^{-1} + \beta_i z^{-2} = 0, i \in [1, n'] \quad (3)$$

이 모두 안정한 근을 가져야 한다. 위 식에 Jury의 안정성 테스트를 적용하고 정리하면

$$\beta_i < 1 \quad (4a)$$

$$\beta_i > |\alpha_i| - 1, i \in [1, n'] \quad (4b)$$

(4)를 얻게 된다. Fig. 2는 안정한 영역을 α_i , β_i 평면상에 도시한 것이다.

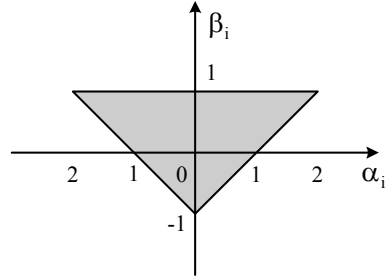


Fig. 2 Stability domain for the model

PPGA가 최적의 파라미터 추정치 $\hat{A}(z^{-1})$, $\hat{B}(z^{-1})$, \hat{d} 를 탐색할 때 다음 목적함수가 이용된다.

$$F(\theta) = \sum_{i=0}^w e^2(k-i) \quad (5a)$$

$$e(k) = Z^{-1}\{A(z^{-1})Y_p(z) - B(z^{-1})z^{-d}U(z)\} \quad (5a)$$

여기서 $\theta = [b_0, \gamma_1, \delta_1, \dots, \gamma_m, \delta_m, \alpha_1, \beta_1, \dots, \alpha_n, \beta_n, d]^T$ 는 모델의 파라미터로 구성되는 벡터이고, w 는 적절히 선택되는 매개변수이다.

따라서 데이터 쌍 $\{u(k), y_p(k)\}$ 이 얻어지면 PPGA는 (5a)의 목적함수 값이 최소가 되도록 θ 를 조정해 나간다. 이 때 입력신호로 정현파의 조합 또는 PRBS(Pseudo-random binary sequence)를 이용한다^[7].

3. 디지털 PID 제어기의 최적 동조

추정된 모델과 기준모델 제어기법^[6]으로 디지털 PID제어기를 최적 동조하는 문제를 다룬다.

3.1 디지털 PID 제어기

아날로그 PID 제어기의 표준 전달함수는 다음 과 같이 표시된다.

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (6)$$

여기서 K_p 는 비례이득, T_i 는 적분시간, T_d 는 미분 시간을 의미한다. 세 제어동작 중 미분제어는 과도응답을 개선해주지만 한편 잡음에 민감해 오동작을 일으키게 되는데 잡음에 대한 민감성을 보완할 목적으로 현장에서는 다음과 같은 구조의 전달함수가 이용된다. 본 논문에서도 이를 이용한다.

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d}{N} s} \right) \quad (7)$$

여기서 $\frac{T_d}{N}$ 는 미분동작의 필터링 효과를 주는 요소이고, N 은 최대미분이득(Maximum derivative gain)으로 고주파 성분에 대하여 미분이득이 N 으로 제한되며, N 이 T_d 에 비해 상대적으로 클 경우에는 기존의 PID 전달함수와 같은 구조를 갖게 된다.

디지털 PID 제어기를 얻기 위해 (7)에 쌍선형 변환(Bilinear transformation)을 적용하면,

$$\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{T(z^{-1})}{S(z^{-1})} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (8a)$$

$$b_0 = K_p \left[\frac{Nh^2 + 2h(NT_i + T_d) + 4T_i T_d(1+N)}{2T_i(Nh + 2T_d)} \right] \quad (8b)$$

$$b_1 = K_p \left[\frac{Nh^2 - 4T_i T_d(1+N)}{T_i(Nh + 2T_d)} \right] \quad (8c)$$

$$b_2 = K_p \left[\frac{Nh^2 - 2h(NT_i + T_d) + 4T_i T_d(1+N)}{2T_i(Nh + 2T_d)} \right] \quad (8d)$$

$$a_1 = -\frac{4T_d}{Nh + 2T_d} \quad (8e)$$

$$a_2 = \frac{T_d - Nh}{Nh + 2T_d} \quad (8f)$$

여기서 h 는 샘플링 시간을 의미한다.

3.2 PPGA와 기준모델 제어기법을 이용한 최적동조

3.2.1 기준모델

주어진 입력에 대하여 전체 폐루프 시스템이 원하는 출력을 만들어 내도록 적절한 모델을 선정하는 것은 시스템의 성능을 규정짓는 유용한 방법 중의 하나이다. 일반적으로 선택되는 모델은 제어 시스템과 환경에 따라 다를 수도 있겠지만, 과감쇠 시스템에서는 (9a)과 같이 시간지연을 갖는 표준 1차 시스템, 부족 감쇠 시스템에서는 (9b)의 시간지연을 갖는 표준 2차 시스템이 자주 이용된다.

$$\frac{Y_m(s)}{R(s)} = \frac{e^{-Ls}}{1 + \tau s} \quad (9a)$$

$$\frac{Y_m(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2 e^{-Ls}}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (9b)$$

여기서 r 과 y_m 은 각각 기준모델의 입력과 출력, τ 는 시정수, ζ 는 감쇠계수, ω_n 는 고유각 주파수, L 은 시간지연을 의미한다.

(9)를 이산시간 형으로 고치면 다음과 같다.

$$\frac{Y_m(z)}{R(z)} = \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})} z^{-v} \quad (10)$$

여기서 $C(z^{-1})$ 와 $D(z^{-1})$ 는 이산화 방법에 따라

적절히 결정되는 다항식이고, $v=L/h$ 관계를 갖는 정수이다.

3.2.2 PPGA를 이용한 최적 동조

PID 동조^{[1]-[4]}에는 여러 가지 방법이 적용될 수 있겠지만, 본 논문에서는 PPGA를 이용하여 최적 동조하는 문제를 다룬다. Fig. 3은 제안한 방법의 블록선도이다.

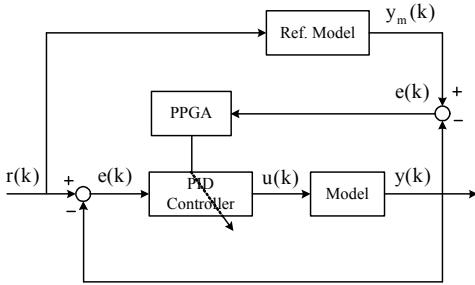


Fig. 3 Block diagram of the proposed tuning method

기준모델 출력과 모델 출력과의 차이를 $e(k)$ 라 하면

$$e(k) = y_m(k) - y(k) \quad (11a)$$

$$y_m(k) = Z^{-1} \left\{ \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})} z^{-v} R(z) \right\} \quad (11b)$$

$$y(k) = Z^{-1} \left\{ \frac{T(z^{-1})B(z^{-1})z^{-d}}{S(z^{-1})A(z^{-1}) + T(z^{-1})B(z^{-1})z^{-d}} R(z) \right\} \quad (11c)$$

PPGA는 두 모델의 출력 차가 최소가 되도록, 즉 다음 목적함수가 최소가 되도록 디지털 PID 제어기의 계수를 조정하게 된다.

$$F(\phi) = \sum_{i=0}^W e^2(k-i) \quad (12)$$

여기서 $\phi = [b_0, b_1, b_2, a_1, a_2]^T$ 이고, W 는 데이터 윈도우이다

4. 시뮬레이션 및 검토

시뮬레이션을 통해 제안한 방법의 유효성을 검토한다. 추정과 동조 문제에 사용한 PPGA의 매개변수로

지역집단의 수 4, 집단의 크기 10, 재생산 계수 n_i 는 1.7 ($1 \leq i \leq 10$), 교배확률 P_c 는 0.9, 돌연변이 확률 P_m 은 0.1, 스케일링 윈도우 W_s 은 1이 사용되었고, 고립시간은 10세대로 하였다.

4.1 이산시간 모델의 파라미터 추정

4.1.1 시스템 I

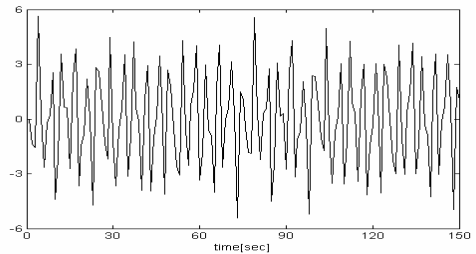
먼저 시간지연이 없는 시스템을 고려하였다^[8].

$$\frac{Y_p(z)}{U(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (13)$$

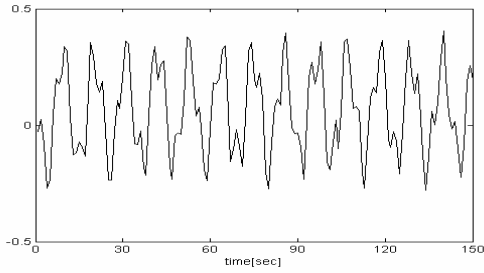
샘플링 시간은 $h=1[\text{sec}]$ 이고, 파라미터는 $b_1=0.0484$, $b_2=0.0464$, $a_1=-1.9048$, $a_2=0.9048$ 의 값을 갖는다. 이 문제에서는 (13)과 같은 구조의 모델을 가정하여 4개의 파라미터 $b_1, b_2, a_1(=\alpha_1), a_2(=\beta_1)$ 가 추정된다. 각 파라미터들의 탐색 구간은 $-1 \leq b_1, b_2 \leq 1$, $-2 \leq a_1, a_2 \leq 2$ 로 하였고, a_2 는 (4)를 만족하도록 조정된다.

한편 입력으로 Fig. 4과 같은 정현과 신호를 사용하였다. 이 때 출력 y_p 에는 $N/S=5[\%]$ 인 백색잡음을 부과하였다.

일반적으로 GA로부터 얻어지는 추정치의 정도는 초기집단의 선택에 좌우되므로 이를 배제하기 위하여 독립된 seed로 모의실험을 10회 행하고, 여기서 얻은 결과를 평균하여 추정치로 사용하였다. 모의실험 결과 추정치의 평균과 표준편차를 구한 것이 Table 1이다.

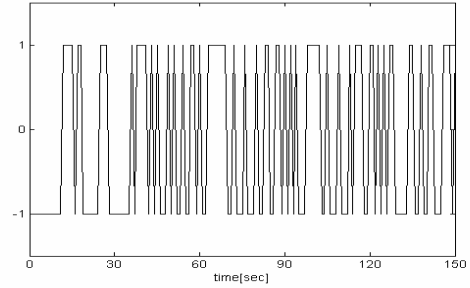


(a) Input



(b) Output

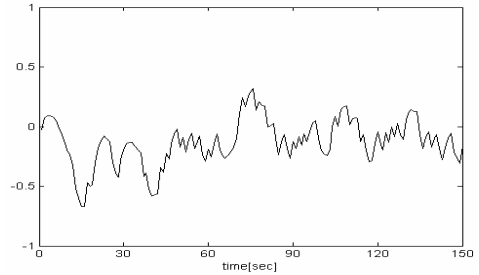
Fig. 4 Input and output signals for system I



(a) Input

Table 1 Estimation results for system I

System parameters			
True		Estimated	
b_1	0.0484	\hat{b}_1	$0.0487 \pm 0.9329 \times 10^{-3}$
b_2	0.0468	\hat{b}_2	$0.0465 \pm 0.9465 \times 10^{-3}$
a_1	-1.9048	\hat{a}_1	$-1.8984 \pm 5.1724 \times 10^{-3}$
a_2	0.9048	\hat{a}_2	$0.8984 \pm 5.2522 \times 10^{-3}$



(b) Output

Fig. 5 Input and output signals for system II

표에서 알 수 있듯이 추정된 파라미터의 값은 시스템의 실제 값에 근접함을 알 수 있다.

4.1.2 시스템 II

다음은 시간지연 요소가 갖는 시스템을 고려하였다^[8].

$$\frac{Y_p(z)}{U(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} z^{-d} \quad (14)$$

$h=1$ [sec]로 했을 경우의 파라미터는 $b_1=-0.0729$, $b_2=0.0940$, $a_1=-1.6836$, $a_2=0.7047$, $d=1$ 의 값을 갖는다.

이 문제에서는 5개의 파라미터 b_1 , b_2 , a_1 , a_2 , d 가 추정된다. 각 파라미터들의 탐색 구간은 $-1 \leq b_1, b_2 \leq 1$, $-2 \leq a_1 \leq 2$ 로 하였고, a_2 는 (4)를 만족하도록, 시간지연 파라미터의 탐색구간은 $-4 \leq d \leq 4$ 로 하였다. 여기서는 입력 신호로 PRBS를 이용하였으며, 역시 출력 y_p 에는 $N/S=5$ [%]인 백색 잡음이 부과되었다. 이 때 시스템의 입출력 신호는 그림 5와 같다.

여기서도 독립된 seed로 각 10회의 모의실험을 행하고 평균한 추정치와 표준편차는 Table 2와 같다.

Table 1 Estimation results for system II

System parameters			
True		Estimated	
b_1	-0.072	\hat{b}_1	$-0.0744 \pm 0.3285 \times 10^{-2}$
b_2	0.094	\hat{b}_2	$0.0951 \pm 0.4166 \times 10^{-2}$
a_1	-1.683	\hat{a}_1	$-1.6935 \pm 5.3126 \times 10^{-2}$
a_2	0.704	\hat{a}_2	$0.7219 \pm 4.2749 \times 10^{-2}$
d	1.000	\hat{d}	1.0000 ± 0.000

이 경우에도 실제 값에 근접한 추정치 얻을 수 있다.

4.2 디지털 PID 제어기의 최적 동조

4.2.1 시스템 I

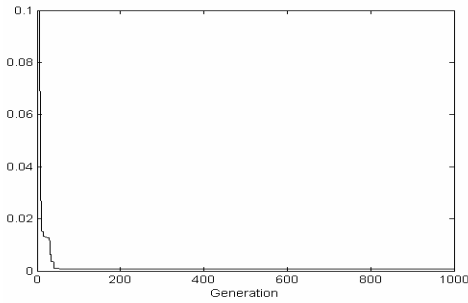
앞 절에서 식별한 모델에 대한 PID 제어기 동조에는 (15)의 2차 시스템의 기준모델이 사용되었다.

$$C(z^{-1})y(k)=D(z^{-1})r(k) \quad (15a)$$

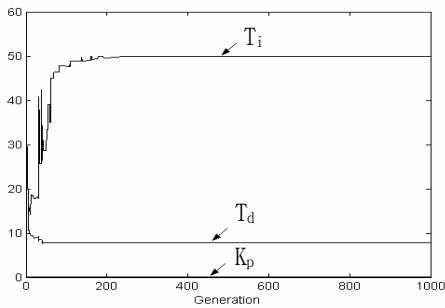
$$C(z^{-1})=1-1.5841z^{-1}+0.6570z^{-2} \quad (15b)$$

$$D(z^{-1})=0.0390z^{-1}+0.0339z^{-2} \quad (15c)$$

이 모의실험에서는 $N=5$ 로 고정하고 세 계수 K_p , T_i , T_d 를 동조하도록 하였다. PID 제어기의 세 파라미터의 탐색범위는 각각 $0 \leq K_p \leq 10$, $0 \leq T_i \leq 5000$, $0 \leq T_d \leq 50$ 으로 설정하였다.



(a) Objective function



(b) Parameters

Fig. 6 Tuning of the digital PID controller for system I

Fig. 6(a)는 PID 제어기의 파라미터 탐색 시 최적 성능을 Fig. 6(b)는 K_p , T_i , T_d 의 탐색과정을 그린 것이다. 여기서 적분시간 T_i 의 추정치는 편의상 $1/100$ 으로 스케일링한 값으로 나타낸 것이다.

Fig. 7은 최적으로 동조된 디지털 PID 제어시스템의 출력을 그린 것이다. 이때 출력은 $N/S=5[\%]$ 의 백색잡음이 부과되는 환경을 가정한 것이며, 기준모델

의 출력을 만족스럽게 정밀하게 추종함을 확인할 수 있다.

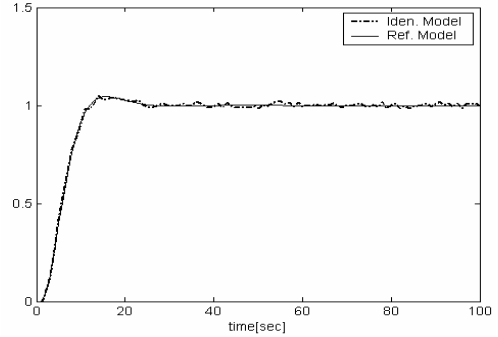


Fig. 7 Performance of the tuned digital PID controller for system I

4.2.2 시스템 II

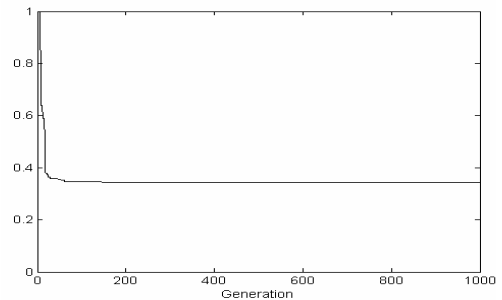
여기서는 (16)의 기준모델이 사용되었다.

$$C(z^{-1})y(k)=D(z^{-1})r(k) \quad (16a)$$

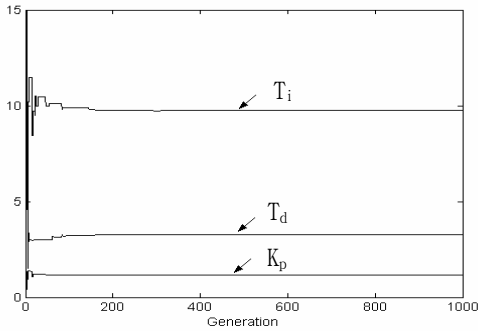
$$C(z^{-1})=1-1.5841z^{-1}+0.6570z^{-2} \quad (16b)$$

$$D(z^{-1})=0.0390z^{-1}+0.0339z^{-2} \quad (16c)$$

실험 방법은 앞의 경우와 동일하며 T_i 의 탐색범위는 $0 \leq T_i \leq 50$ 으로 설정하였다. Fig. 8(a)는 탐색 시 최적성능을 Fig. 8(b)는 K_p , T_i , T_d 의 수렴과정을 그린 것이다.



(a) Objective function



(b) Parameters

Fig. 8 Tuning of the digital PID controller for system II

Fig. 9는 기준모델의 출력과 식별모델과 동조된 디지털 PID 제어기가 결합된 시스템의 출력을 함께 그린 것이다. 이 모의실험 역시 계속되는 디지털 PID 제어시스템의 출력 y 는 $N/S = 5[\%]$ 의 백색잡음이 부가되는 것으로 가정하였다. 디지털 PID 제어시스템의 응답에서 알 수 있듯이 시스템의 특성상 초기에 언더슈트(Undershoot)가 발생하지만, 이후 응답은 기준모델의 출력을 만족스럽게 추종함을 확인 할 수 있다.

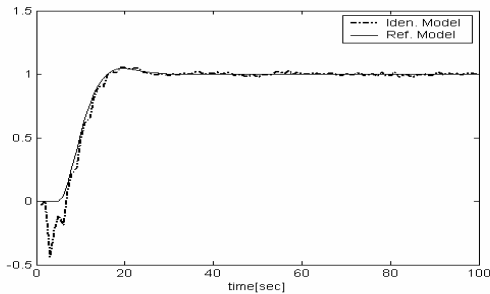


Fig. 9 Performance of the tuned digital PID controller for system I

4. 결 론

본 논문에서는 PPGA와 모델 조정기법과 결합하여 다변수 이산시간 시스템의 파라미터를 추정하였다. 또한 기준모델의 응답을 정밀하게 추종할 수 있도록 기준모델 제어기법과 PPGA를 이용하여 디지털 PID제어의 최적동조를 위한 설계기법을 제안하였다. 제

안한 방법의 유효성을 검증하기 위해 두 종류의 2차 시스템에 대하여 모델식별 및 최적 PID 제어기를 설계하여 기준모델에 대한 추종성능을 모의 실험을 통해 확인하였다.

참고문헌

- [1] C. A. Smith and A. B. Corripio, Principle and Practice of Automatic Process Control, John Wiley and Sons, 1985.
- [2] J. G. Ziegler and N. B. Nichols, "Optimum Setting for Automatic Controllers," Trans. ASME, Vol. 64, pp. 759~768, 1942.
- [3] G. H. Cohen and G. A. Coon, "Theoretical Considerations of Retarded Control," Trans. ASME, 75, 827~834, 1953.
- [4] K. J. Åström and T. Hägglund and C. C. Hang and W. K. Ho, "Automatic Tuning and Adaptation for PID Controllers A Survey," Control Eng. Practice, Vol. 1, No. 4, pp. 699~714, 1993.
- [5] 진강규, 유전알고리즘과 그 응용, 교우사, 2000.
- [6] R. V. Monopoli, "Model Reference Adaptive Control with an Augmented Error Signal," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-19, No. 5, pp. 474~484, 1974.
- [7] I. D. Landau, System Identification and Control Design, Prentice-Hall, Inc., N.J., 1990.
- [8] R. Isermann, Digital Control Systems, Springer-Verlag, N.J., 1977.