

상태관측기를 이용한 도립진자 시스템의 안정화 제어

이윤형+, 안종갑++, 김민정+++, 소명옥++++, 진강규++++

Stabilization Control of Inverted Pendulum Systems Using a State Observer

Yun-Hyung, Lee+, Jong-Kap, Ahn++, Myung-Ok, So+++ and Gang-Gyoo, Jin++++

Abstract : This paper presents a scheme for state observer-based stabilization control of inverted pendulum systems. The feedback gain matrices of both the state feedback controller and the state observer are obtained by a real-coded genetic algorithm(RCGA) such that the given performances indices are minimized.

Key words : Inverted pendulum system, PI-type State feedback control, Reduced-order observer, RCGA

1. 서론

본 논문에서는 불안정한 시스템으로 대표되는 도립진자 시스템의 안정화 제어를 위해 비례적분형 추종 상태피드백 제어를 설계하는 문제를 다룬다. 현실성 있는 제어 문제가 되도록 대차의 위치와 도립진자의 각도만을 계측할 수 있는 것으로 간주하고 나머지 신호는 축소차수 상태관측기를 이용하여 추정하여 사용한다. 시뮬레이션은 선형모델을 통해 설계된 관측기와 적분형 상태피드백 제어를 비선형 모델에 적용함으로써 그 유효성을 살펴본다.

2. 도립진자 시스템

Fig. 1과 같이 표시되는 도립진자 시스템에서 상태변수를 $x_1 = x_c$, $x_2 = \alpha$, $x_3 = \dot{x}_c$, $x_4 = \dot{\alpha}$ 로 정의하면 다음 상태방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

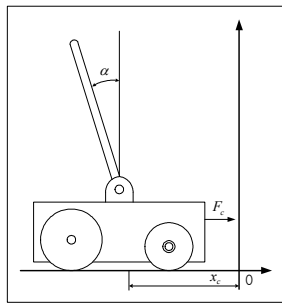


Fig.1 An Inverted pendulum system

여기서 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T \in \mathbf{R}^4$ 와 $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^2$ 는 각각 상태벡터와 출력벡터, $u \in \mathbf{R}$ 는 제어입력을 의미한다. 본 연구에서는 Quanser사의 Model IP02^[1]를 제어대상으로 간주하므로 행렬 \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2.264 & -15.886 & -0.007 \\ 0 & 27.820 & -36.604 & 0.089 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2.277 \\ 5.247 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

(2)의 시스템은 가제어함과 동시에 가관측하다.

3. 비례적분형 상태피드백 제어기 설계

계단상의 외란이 존재하는 환경에서 계단상의 위치 변경에도 정상상태 오차 없이 잘 추종할 수 있도록 새로운 상태변수 z 를 정의한다.

$$z(t) = \int y_1(t) - y_r(t) dt \quad (3)$$

여기서 $y_1 = x_c$ 를 y_r 은 설정치를 의미한다. (1), (3)을 결합한 확장 시스템은 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) &= \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \tilde{\mathbf{B}}u(t) + \mathbf{d}y_r(t) \\ y(t) &= \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{x}}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$, $\tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$, $\tilde{\mathbf{C}} = [\mathbf{C} \ \mathbf{0}]$,

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ z \end{bmatrix}, \mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -1 \end{bmatrix}$$

2차형식의 평가함수를 고려하자.

$$J_k = \frac{1}{2} \int_0^\infty [\tilde{\mathbf{x}}(t)^T \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{u}(t)^T \tilde{\mathbf{r}} \mathbf{u}(t)] dt \quad (5)$$

여기서 $\tilde{\mathbf{Q}}$ 는 양의 반한정 하중행렬이고, $\tilde{\mathbf{r}}$ 은 양의 계수이다. 피드백 시스템을 점근안정하게 하면서 J_k 를 최소로 하는 \mathbf{K}_1 과 k_2 를 RCGA^[2]를 이용하여 탐색한다. 제어입력은 (6)과 같다.

$$u(t) = -\mathbf{K}_1 \mathbf{x}(t) + k_2 \int_0^t (y_1(\tau) - y_r(\tau)) d\tau \quad (6)$$

4. 축소차수 관측기 설계

도립진자 시스템의 경우 위치와 각도는 엔코더로 쉽게 측정 가능하지만 속도(\dot{x}_c)와 각속도($\dot{\alpha}$)는 추정하여 사용하는 것이 효과적이다. 따라서 루엔버그(Luenberg)형의 축소차수

+ 이윤형 (한국해양대학교 대학원 메카트로닉스공학과), E-mail: domse54@bada.hhu.ac.kr, Tel: 051)410-4877
 ++ 안종갑, 한국해양대학교 대학원 메카트로닉스공학과
 +++ 김민정, 한국해양대학교 대학원 제어계측공학과
 ++++ 소명옥, 한국해양대학교 선박전자기계공학과
 +++++ 진강규, 한국해양대학교 IT 공학과

관측기를 설계한다. 측정 가능한 상태 $\mathbf{x}_a(t)$ 와 추정하는 상태 $\mathbf{x}_b(t)$ 를 $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_a(t) \ \mathbf{x}_b(t)]^T$ 로 구분하면 (1)은

$$\dot{\mathbf{x}}_a(t) = \mathbf{A}_{aa}\mathbf{x}_a(t) + \mathbf{A}_{ab}\mathbf{x}_b(t) + \mathbf{B}_a u(t) \quad (7a)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_b(t) = \mathbf{A}_{ba}\mathbf{x}_a(t) + \mathbf{A}_{bb}\mathbf{x}_b(t) + \mathbf{B}_b u(t) \quad (7b)$$

여기서 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{aa} & \mathbf{A}_{ab} \\ \mathbf{A}_{ba} & \mathbf{A}_{bb} \end{bmatrix}$ 이고, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_a \\ \mathbf{B}_b \end{bmatrix}$ 이다.

(7)을 변형하여 축소차수 관측기의 상태방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_c(t) &= (\mathbf{A}_{bb} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{ab})\mathbf{x}_c(t) \\ &\quad + (\mathbf{A}_{ba} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{aa} + \mathbf{A}_{bb}\mathbf{L} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{ab}\mathbf{L})\mathbf{y}(t) + (\mathbf{B}_b - \mathbf{L}\mathbf{B}_a)u(t) \\ \mathbf{x}_o(t) &= \mathbf{x}_c(t) + \mathbf{L}\mathbf{y}(t) \end{aligned} \quad (8)$$

이득행렬 \mathbf{L} 은 RCGA를 사용하며 다음 목적함수값이 최소가 되도록 선정된다. 이 때 피드백 제어를 통해 시스템을 안정화한 상태에서 탐색한다.

$$J_o = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \|\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_o(t)\| dt \quad (9)$$

Fig. 2는 페루프 시스템을 나타낸다.

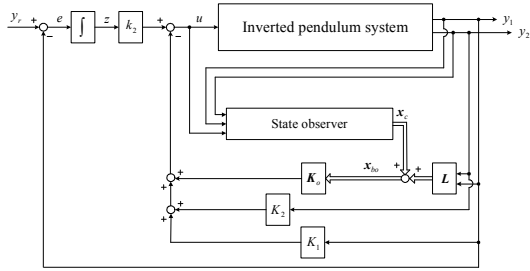


Fig. 2 Reduced observer-based control system

5. 시뮬레이션

RCGA의 제어변수로는 집단의수 20, 재생산 계수 1.8, 교배 확률 0.9, 돌연변이확률 0.1이 사용되었고, $\tilde{\mathbf{K}}$ 의 탐색을 위해 $\tilde{\mathbf{Q}} = \text{diag}(4 \ 4 \ 0 \ 0 \ 8)$, $\tilde{r} = 0.02$ 을 사용하였다. \mathbf{L} 은 안정화 제어 하에서 다음 값을 얻었다.

$$\tilde{\mathbf{K}} = [-79.92 \ 100.02 \ -39.97 \ 20.00 \ -87.9] \quad (10)$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0 & 0.107 \\ 0 & 4.843 \end{bmatrix} \quad (11)$$

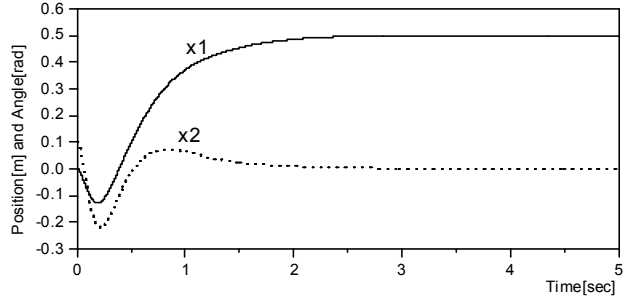
Fig. 3과 Fig. 4는 시스템의 초기 각이 각각 0.1[rad], -0.1[rad]일 때의 응답결과이다. 정상상태 오차 없이 빠른 시간에 설정치에 도달하는 것을 확인할 수 있다.

6. 결론

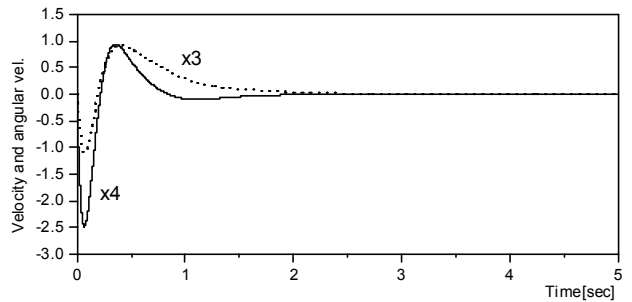
비례적분형 상태피드백 제어기와 축소차수 관측기를 이용하여 불안정한 시스템인 도립진자 시스템을 안정화하는 문제를 다루었다. 시뮬레이션을 통해 안정화 제어가 가능함을 확인할 수 있었다.

참고문헌

- [1] 안중갑, 이윤형, 소명옥, 진강규, "RCGA를 이용한 도립진자 시스템의 파라미터 추정 및 안정화 제어", Proc. of the 20th Korean Automatic Control Conference, pp. 62-67, 2005.
- [2] 진강규, 유전알고리즘과 그 응용, 교우사, 2002.

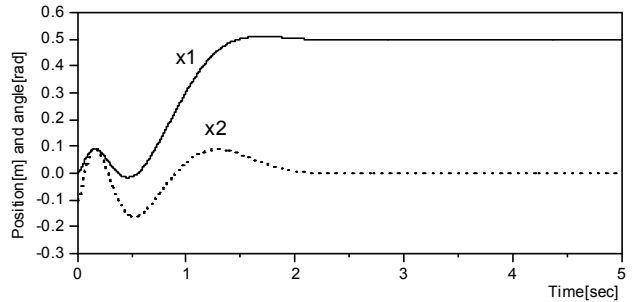


(a) Cart position and pole angle

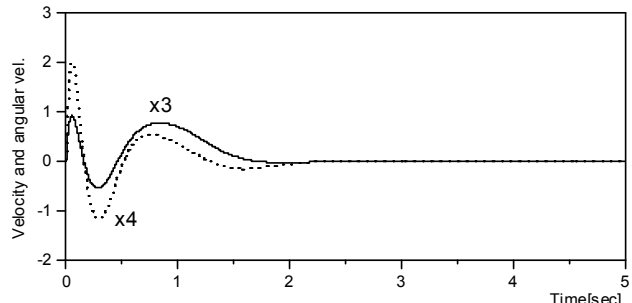


(b) Velocity and angular velocity

Fig. 3 Step response of the overall system with the reduced observer when $\mathbf{x}(0) = [0 \ 0.1 \ 0 \ 0]^T$ and $\mathbf{x}_o(0) = \mathbf{0}$



(a) Cart position and pole angle



(b) Velocity and angular velocity

Fig. 4 Step response of the overall system with the reduced observer when $\mathbf{x}(0) = [0 \ -0.1 \ 0 \ 0]^T$ and $\mathbf{x}_o(0) = \mathbf{0}$