

침투에 대한 불포화 사면의 신뢰성 해석

Reliability-Based Analysis of Slope Stability Due to Infiltration

조성은¹⁾, Sung-Eun Cho, 이종욱¹⁾, Jong-Wook Lee, 김기영¹⁾, Ki-Young Kim, 전제성²⁾, Je-Sung Jeon

¹⁾ 수자원연구원 댐안전연구소 선임연구원, Senior Researcher, Dam Safety Research Center, Korea Institute of Water and Environment

²⁾ 수자원연구원 댐안전연구소 책임연구원, Principal Researcher, Dam Safety Research Center, Korea Institute of Water and Environment

SYNOPSIS : Shallow slope failures in residual soil during periods of prolonged infiltration are common over the world. One of the key factors that dominate slope stability is hydrological response associated with infiltration. Hence, the soil-water profile during rainfall infiltration into unsaturated soil must be examined to evaluate slope stability. However, the hydraulic response of unsaturated soil is complicated by inherent uncertainties of the soil hydraulic properties. This study presents a methodology for assessing the effects of parameter uncertainty of hydraulic properties on the response of an analytical infiltration model using first-order reliability method. The unsaturated soil properties are considered as uncertain variables with means, standard deviations, and marginal probability distributions. Sensitivities of the probabilistic outcome to the basic uncertainties in the input random variables are provided through importance factors.

Keywords : infiltration, unsaturated soil, first-order reliability method

1. 서론

강우에 의한 사면파괴는 전세계적으로 흔히 볼 수 있는 사면파괴의 한 형태이다. 이러한 사면파괴는 풍화 잔류토층이 강우에 노출될 경우 주로 발생하며 대부분 파괴면의 깊이는 얇고 사면의 표면과 평행을 이루므로 평면 무한사면 해석법을 이용한 안정해석이 많이 수행되어 왔다.

이러한 사면의 안정성을 평가하기 위해서는 강우에 의한 지반의 수리학적 거동을 파악해야 하며 이를 위해 해석해, 간략해 및 수치해석을 이용하는 방법 등 많은 방법들이 사용되어져 왔다. 이중 해석해를 이용한 방법은 해를 얻기 위한 가정사항을 포함하지만 지반의 침투거동을 간단하게 명시적으로 나타낼 수 있는 장점이 있다.

한편, 불포화지반에서의 침투거동은 지반의 수리학적 특성에 의해 좌우되나, 이러한 수리학적 특성을 나타내는 변수들은 확률론적인 불확실성을 포함하므로 이러한 불확실성을 고려하기 위한 신뢰성해석기법의 적용이 요구된다. 본 연구에서는 Srivastava와 Yeh(1991)의 불포화 지반에서의 일차원침투에 대한 해석해를 이용하여 지반의 수리학적 변수들의 불확실성을 고려한 사면안정해석을 수행하였다.

2. 불포화 지반에서의 일차원 연직 침투 모델링

불포화 지반에서의 일차원 연직 흐름은 다음과 같은 지배방정식에 의해 표현된다(Richards 1931).

$$-\frac{\partial}{\partial z_*} \left[k_*(\psi) \frac{\partial(\psi+z_*)}{\partial_* z} \right] = -\frac{\partial \theta}{\partial t_*} \quad (1)$$

여기서, ψ =간극수압수두(불포화의 경우 음의 값); θ 흙의 체적함수비; t_* =시간; 그리고 z_* =위치수두이다.

불포화지반의 투수계수 k_* 와 체적함수비 θ 는 음의 간극수압수두 ψ 의 함수이므로 식(1)은 비선형성을 나타내게 된다. 식(1)에 대한 해석적인 해를 얻기 위해 많은 연구자들이 노력해왔으며 (Philip 1957; Broadbridge and White 1988; Pullan 1990; Sander 1991) 이를 위해 식을 간략화하기 위한 가정이 요구된다. Srivastava와 Yeh(1991)는 투수계수와 체적함수비를 다음과 같이 지수함수로 가정하였다.

$$\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) e^{\alpha^* \psi} \quad (2-1)$$

$$k_* = k_s e^{\alpha^* \psi} \quad (2-2)$$

여기서, θ_s =포화체적함수비; θ_r =잔류체적함수비; k_s =포화투수계수; α^* =투수계수와 체적함수비의 음의 간극수압에 대한 변화율을 나타내는 간극크기 분포 지수이다.

위의 식은 흙에 대한 수리학적 특성을 나타내는데 사용되지만 함수특성곡선의 공기함입치(air entry value)를 고려하지는 못한다. 위의 식을 사용하면 식(1)은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial^2 k_*}{\partial z_*^2} + \alpha \frac{\partial k_*}{\partial z_*} = \frac{\alpha^*(\theta_s - \theta_r)}{k_s} \frac{\partial k_*}{\partial t_*} \quad (3)$$

Srivastava와 Yeh(1991)는 균질한 지반에서 지하수위를 향한 일차원 침투를 가정하였다. 지하수위에서 $z_* = 0$ 이며 L 은 지하수위까지의 깊이이다. 지하수위에서 $\psi_0 = 0$ 이며 q_A^* 는 지표면에서의 초기유량, q_B^* 는 시간이 0보다 클 때 지표면에서의 유량이다. 편의상, 다음과 같은 무차원의 변수를 도입할 수 있다.

$$z = \alpha^* z_*; \quad L = \alpha^* L_*; \quad k = k_* / k_s \quad (4-1)$$

$$q_A = q_A^* / k_s; \quad q_B = q_B^* / k_s; \quad t = \frac{\alpha^* k_s t_*}{\theta_s - \theta_r} \quad (4-2)$$

초기조건과 경계조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$k(z, 0) = q_A - (q_A - e^{\alpha^* \psi_0}) e^{-z} \quad (5)$$

$$k(0, t) = e^{\alpha^* \psi_0} \quad (6)$$

$$\left[\frac{\partial k}{\partial z} + k \right]_{z=L} = q_B \quad (7)$$

Laplace transform을 이용하여 풀면 식(3)의 해는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$k = q_B - (q_B - e^{\alpha^* \psi_0}) e^{-z} - 4(q_B - q_A) e^{-(L-z)/2} e^{-t/4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\lambda_n z) \sin(\lambda_n L) e^{-\lambda_n^2 t}}{1 + (L/2) + 2\lambda_n^2 L} \quad (8)$$

여기서 λ_n 는 다음과 같은 특성방정식의 양의 해이다.

$$\tan(\lambda L) + 2\lambda = 0 \quad (9)$$

3. 강우의 침투에 대한 사면의 안정성 평가

강우의 시작 초기에 사면에 포화대가 존재하지 않는다고 가정하면, 강우의 시작으로 인하여 지반에 침윤전선(wetting front)이 발생할 것이며 강우가 지속되면 강우는 불포화대를 통하여 불투수층에 도달할 때까지 침투하게 된다. 이 때 실제 사면파괴는 대부분 지표로부터 지하 수m 내외의 얇은 부분에서 발생하며 지표면과 나란하게 발생하는 것이 보통이다. 이와 같이 사면의 길이/깊이의 비가 큰 평면파괴의 경우 안정성은 모관흡수력의 영향을 고려한 반무한사면 해석을 통해 검토할 수 있다.

경사가 α 인 반무한 사면에서 가상의 파괴면이 사면과 평행하다고 가정하면 깊이 z_w 에서의 안전율은 다음과 같이 계산할 수 있다(Sung Eun Cho 등, 2002; 조성은 등, 2000).

$$F_s = \frac{c' + (\sigma_n - u_a)\tan\phi' + (u_a - u_w)\tan\phi^b}{W\sin\alpha\cos\alpha} \quad (10)$$

여기서, W 는 단위 폭을 가진 절편의 무게, $(\sigma_n - u_a)$ 는 전단면에서의 순수직응력, u_a 는 간극공기압, u_w 는 간극수압이며 ϕ^b 는 모관흡수력의 증가에 의한 전단강도의 증가를 고려하기 위한 상수이다. 일반적으로 이 값은 모관흡수력이 증가함에 따라 감소하나 작은 범위의 모관흡수력 변화에 대해서는 상수로 가정할 수 있다.

4. 신뢰성해석

신뢰성해석 문제는 종종 기본랜덤변수들로 이루어진 벡터 $\mathbf{X}=[X_1, X_2, \dots, X_n]$ 로 정식화 된다. 랜덤변수들에 의해 한계상태를 나타내는 한계상태함수 $g(\mathbf{X})$ 가 정의된다. 한계상태는 설계변수의 공간에서 안전과 파괴의 경계(즉, $g(\mathbf{X})=0$)를 정의한다. 이때 파괴확률은 다음과 같이 표현되는 다차원 적분식으로 정의된다.

$$P_f = P[g(\mathbf{X}) \leq 0] = \int_{g(\mathbf{X}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1, dx_2, \dots, dx_n \quad (11)$$

여기서, $f_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 는 기본 랜덤변수들 X_1, X_2, \dots, X_n 의 결합확률밀도함수(joint probability density function)이며, 파괴영역에 대하여 적분을 수행한다. 대부분의 실제 문제의 경우, 한계상태함수를 나타내는 기본 랜덤변수들의 결합확률밀도함수를 정의하고 물리적 거동을 나타내는 복잡한 적분영역에 대하여 n 차의 다중적분을 수행하는 것은 거의 불가능하다. 대부분의 실제 문제의 경우 기본 랜덤변수들의 2차 모멘트 정보(평균과 분산)만 이용 가능하므로 이 적분값을 근사화하기 위한 간략화 방법들이 제안되어져 왔다. 일차신뢰도법은 그 중의 하나이다.

4.1 일차신뢰도법

일차신뢰도법(first-order reliability method)은 구조물의 성능을 평가하는 수단으로 널리 사용되어져 왔으며 이론적인 내용은 Madsen 등(1986), Der Kiureghian 등(1987)에 의해 제시되었다. 신뢰성해석은 관심 대상인 각 변수를 평균, 표준편차 및 확률분포로 표현되는 불확실한 양으로 취급한다.

식(11)의 일차신뢰도 평가는 랜덤변수 \mathbf{X} 를 비상관 표준 정규 변수 \mathbf{Y} 로 변환하는 변환함수 T 를 적용하여 수행한다.

$$Y = T(X) \quad (12)$$

표준정규 공간에서 확률밀도는 원점 주위로 회전 대칭을 이루며 원점으로부터 반경 혹은 접선 방향으로의 거리에 따라 기하급수적으로 감소한다. 따라서, 원점으로부터 최단거리인 한계상태면 위의 점인 설계점(design point) \mathbf{Y} 가 표준정규공간에서 가장 파괴가능성이 크며 한계상태면은 이점에서 근사화된다.

$$P[g(\mathbf{X}) \leq 0] \approx \Phi(-\beta) \quad (13)$$

여기서, β 는 원점에서 설계점까지의 거리로 정의되는 신뢰도지수(reliability index)이고 Φ 는 표준정규누적분포함수(CDF)이다.

이와 같이 파괴확률을 구하기 위하여 한계상태함수를 설계점에서 선형으로 근사화하는 FORM은 한계상태함수가 설계점에 가까운 영역에서 비선형이 심하지 않으면 식(11)을 식(13)으로 적절하게 근사화할 수 있다.

표준정규 공간에서 설계점을 결정하는 과정은 일차신뢰도법에서 많은 노력을 필요로 하는 부분이다. 설계점의 결정은 표준정규 공간에서 원점으로부터 한계상태면의 점까지의 최소거리를 구하는 것으로 다음과 같이 비선형 구속 최적화 문제의 해를 구하는 문제로 귀결된다.

$$\text{minimize } |\mathbf{Y}| \text{ subject to } G(\mathbf{Y}) = 0 \quad (14)$$

이 문제를 풀기 위한 방법은 여러 연구자들에 의해 제시되었다(Hasofer and Lind 1974; Rackwitz and Fiessler 1978; Liu and Der Kiureghian 1990; Zhang and Der Kiureghian 1995).

신뢰도해석을 수행하는 과정에서 부산물로 랜덤변수들의 상대적인 중요도를 계산할 수 있다. 설계점에서 한계상태면에 수직한 α 벡터의 요소들은 표준정규 각각의 랜덤변수의 설계점에서 선형화된 한계상태함수의 변동에 대한 기여정도를 나타낸다.

$$\alpha = \frac{\mathbf{Y}^*}{|\mathbf{Y}^*|} = \nabla_{\mathbf{Y}} g \quad (15)$$

만약 랜덤변수들 \mathbf{X} 가 원래의 변수공간에서 서로 의존적(dependent)이면 벡터 \mathbf{Y} 의 요소의 중요도 순서가 벡터 \mathbf{X} 의 요소들의 중요도 순서와 반드시 일치하지는 않으므로 다음과 같은 민감도계수를 정의할 수 있다.

$$\gamma^T = \frac{\alpha^T J_{\mathbf{u}, \mathbf{X}} D}{\| \alpha J_{\mathbf{u}, \mathbf{X}} D \|} \quad (16)$$

여기서, J 는 Jacobian이며 D 는 표준편차행렬(standard deviation matrix)이다.

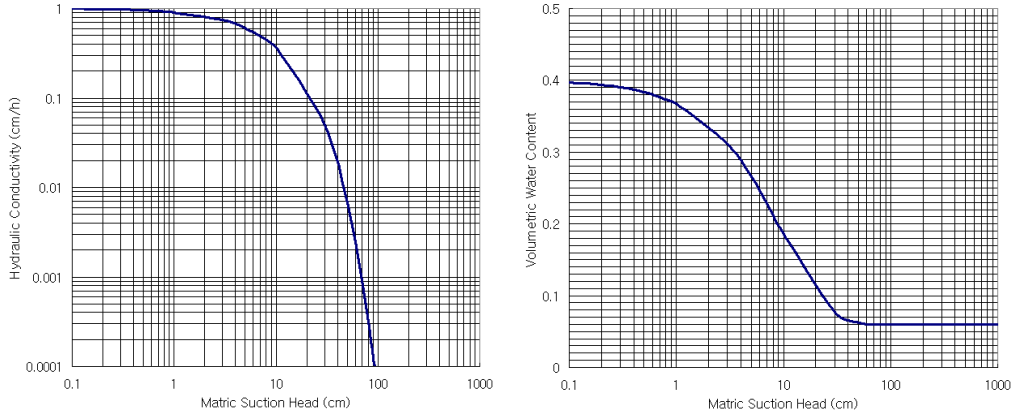
5. 강우의 침투로 인한 사면안정 해석 예제

해석에 적용된 지반은 지하수위까지의 깊이가 5m인 균질한 지반이다. 수리학적 특성을 나타내는 변수들은 확률적으로 서로 독립이며 정규분포를 따른다고 가정하였다. 평균값은 $k_s=1.0$ cm/hr, $\alpha=0.1$ /cm, $\theta_s=0.4$, $\theta_r=0.06$ 이며 COVs(coefficient of variations)는 모두 10%를 사용하였다. 그림 1은 식(2-1)과 식(2-2)로 표현된 함수특성곡선과 투수계수함수이다. 그림 2는 수리특성의 평균값을 적용한 경우 강우의 침투에 의한 지반의 침투거동을 시간에 따라 나타낸 것이다. 초기 간극수압수두 분포는 강우강도가 1.0×10^{-9} cm/hr인 경우의 정상상태의 해로부터 구하였다. 시간이 0보다 큰 경우 강우강도 0.9 cm/hr를 표면에 가하여 시간에 따른 간극수압수두 분포와 함수비분포를 구하였다. 결과에서 알 수 있듯이 식(2-1)과 식(2-2)를 사용하므로 간극수압수두와 함수비의 분포가 모두 지수분포를 나타내고 있음을 알 수

있다. 이때 한계상태 함수는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$g = F_s - F_{scr} \quad (17)$$

여기서, F_{scr} 는 사면의 기능수행에 관한 임계안전율(파괴의 경우 1.0)이다.



(a) 함수특성곡선

(b) 투수계수 함수

그림 1. 지반의 수리학적 특성

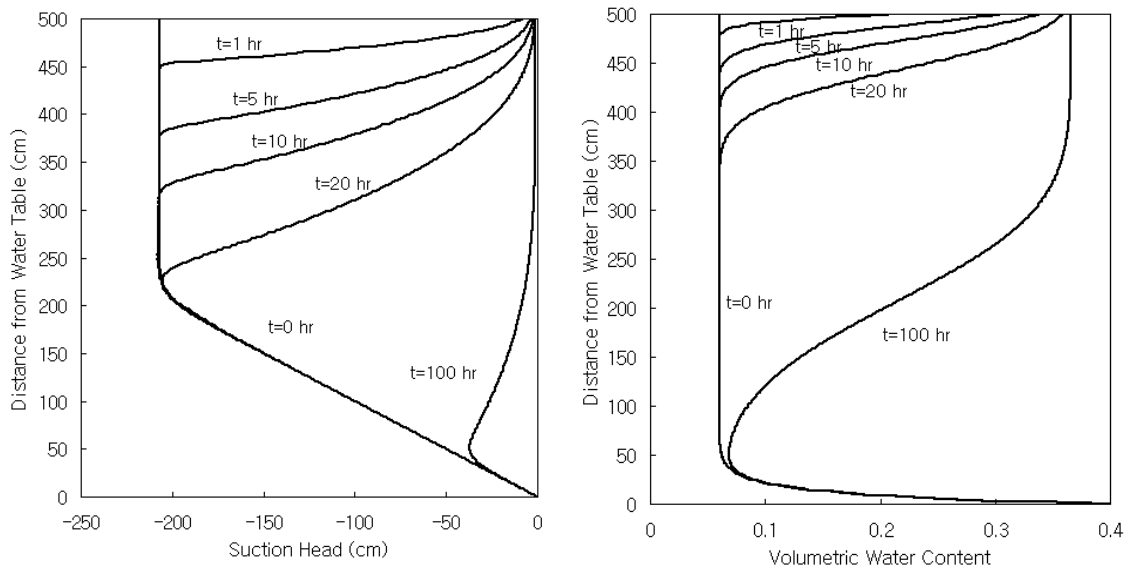


그림 2. 강우에 의한 모관흡수력과 체적함수비의 변화

강우침투에 의해 10시간이 지났을 때 지표에서의 깊이 50cm에서의 안정성을 검토하였으며 랜덤변수는 수리학적 특성으로 제한하여 강도정수 및 사면경사 등은 $c'=1\text{kPa}$, $\phi' = \phi^b = 35^\circ$, $\gamma = 19 \text{ kN}$, $\alpha = 40^\circ$ 의 확정적인 값을 사용하였다. 표 1에 강우의 침투에 의한 사면의 얇은 파괴에 대하여 깊이 50cm에서의 신뢰성 해석결과를 신뢰도지수와 그에 대응하는 파괴확률로 나타냈으며, 각각의 한계상태에 대한 민감도지수를 나타내었다. 결과에 의하면 본 예제에 사용된 지반의 경우에는 수리학적 특성을 나타내는 랜덤변수들 중 포화체적함수비가 가장 민감한 변수로 나타났으나 이는 지반의 특성에 따라 달라질 수 있으므로 여러 지반에 대한 민감도 해석이 요구된다.

표 1. 강우침투에 대한 신뢰성해석 결과

F_{scr}	Sensitivity				Reliability index β	Probability $P(g(X) \leq 0)$
	γ_{k_s}	γ_{α}	γ_{θ_s}	γ_{θ_r}		
1.3	0.3969	0.3542	-0.8374	0.1256	0.44733	3.27320e-001
1.2	0.2268	0.3085	-0.9136	0.1370	2.5596	5.23932e-003
1.1	-0.0708	0.1922	-0.9680	0.1451	5.1821	1.09713e-007

6. 결론

본 연구에서는 강우에 의한 사면의 얽은파괴에 대하여 신뢰성해석 기법을 적용하였다. 이를 위해 사면의 안정성에 지배적인 영향을 미치는 불포화지반에서의 침투거동을 고려하기 위하여 Srivastava와 Yeh(1991)의 불포화 지반에서의 일차원침투에 대한 해석해를 이용하였다.

한편, 불포화지반에서의 침투거동은 지반의 수리학적 특성에 의해 좌우되나, 이러한 수리학적 특성을 나타내는 변수들은 확률론적인 불확실성을 포함하므로 수리학적 물성치를 랜덤변수로 취급하였다. 해석 결과 얽은파괴의 한계상태에 대한 신뢰도지수를 산정하고 이에 대한 파괴확률을 구하였으며 각 랜덤변수들의 민감도지수를 구하였다.

참고문헌

1. Hasofer AM, Lind NC. Exact and invariant second-moment code format. J Eng Mech Div ASCE 1974;100(1):111~121.
2. Liu P-L, Der Kiureghian A. Optimization algorithms for structural reliability. Struct Safe 1990;9(3):161~177.
3. Rackwitz R, Fiessler B. Structural reliability under combined load sequences. Comput Struct 1978;9:489~494.
4. Zhang Y, DerKiureghian A. Two improved algorithms for reliability analysis. In: Rackwitz R., Augusti G, Borri A. editors. Reliability and Optimization of Structural Systems, Proceedings of the 6th IFIP WG 7.5 working conference on reliability and optimization of structural systems, 1994; 1995. p. 297~304.
5. Srivastava, R., and T.-C.J. Yeh. 1991. Analytical solution for one-dimensional, transient infiltration toward the water table in homogeneous and layered soils. Water Resour. Res. 27:753~762.