암반설계정수 산정을 위한 증거이론의 적용

Application of Evidence Theory for the Evaluation of Mechanical Rock Mass Properties

정용복[1], Yong-Bok Jung, 김태혁[2], Tae-Heok Kim, 최용근[3], Yong-Kun Choi, 선우춘[4], Choon Sunwoo

[1] 한국지질자원연구원 지반안전연구부 선임연구원, Senior Researcher, Geotechnical Engineering Division, KIGAM
[2] 삼성물산건설부분 토목사업본부, 과장, Sumsung Cooperation, Manager
[3] (주)지오제니컨설턴트, 이사, GeoGeny Consultants group Inc., Director
[4] 한국지질자원연구원 지반안전연구부 책임연구원, Principle Researcher, Geotechnical Engineering Division, KIGAM

개요(SYNOPSIS) : The evaluation process of rock mass properties intrinsically contains some uncertainty due to the inhomogeneity of rock mass and the measurement error. Although various empirical methods for the determination of rock mass properties were suggested, there is no way of integrating various information on rock mass properties except averaging. For these reasons, this research introduces evidence theory which can model epistemic uncertainty and yield reasonable rock mass properties through combining various information such as empirical equations, in-situ test results, and so on. Through the application of evidence theory to the real site investigation and in situ experiment results, an interval of deformation modulus, cohesion and friction angle of rock mass were obtained. The ratios between lower and upper bound of those properties ranges from 1.6 to 3.6. Numerical analyses of circular hole using the properties for TYPE-2 rock mass were carried out. The magnitude or size of plastic region and radial displacement in case of lower bound properties is about 4 times larger than that of upper bound properties.

주요어(Key words) : rock mass classification, rock mass properties, evidence theory, uncertainty

1. 서론

터널이나 에너지지하저장 시설과 같은 암반구조물의 설계 및 시공에서 신뢰성있는 지반조사는 필수적인 항목이며 이를 통해 암반의 변형계수나 점착강도와 같은 설계정수를 산정하는 일은 더욱 중요하다. 그러나 암반은 미소규모에서 대규모에 이르기까지 불균질성이 존재하며 이로 인해 암반을 대표할 수 있는 설계정수를 결정함에 있어서 많은 어려움이 따르며 항상 불확실성이 존재한다.

또한 대규모 현장시험의 경우 비용 및 수행상의 어려움 등으로 인하여 암반 특성화 및 지보설계 등을 위한 여러 가지 경험적 방법들이 나왔으며 이 가운데 RMR이나 Q와 같은 암반분류결과를 이용하여 설계정수를 산정하는 방법들이 가장 많이 사용된다. 그러나 이 경우에도 각각의 경험적 방법들의 결과는 서로 차이를 보인다. 어느 정도 불확실성을 포함한 다양한 정보를 효과적으로 통합하는 방법은 산술적 평균이나 전문가의 주관적 판단 외에 아직까지는 대체할 만한 방법이 없는 실정이다.

따라서 본 연구에서는 일반 확률이론의 확장판이라고 할 수 있는 증거이론(Evidence Theory, ET 또는 Dempster-Shafer Theory, DST)을 적용하여 불확실성을 정량적으로 고려한 암반설계정수를 산정

하였으며 기존의 통계적 분석 결과와 비교하였다. 또한 증거이론으로 구한 설계정수를 입력자료로 사용하여 원형공동에 대해 수치해석을 실시하였고 이로부터 범위값으로 주어지는 설계정수의 상·하한값에 따른 해석결과를 비교 및 분석하였다.

2. 경험적 설계정수 산정기법

2.1 암반변형계수

지금까지 여러 연구자들에 의해 제안된 변형계수의 간접적인 계산법들은 경험적 암반분류법인 RMR, Q, GIS 등을 이용하고 있으며 실험실에서 구한 신선암의 일축압축강도 및 탄성계수를 사용하는 경우도 있다(한국암반공학회 외, 1998). 이러한 경험식 중 본 연구에서는 일반적으로 널리 사용되고 있는 6개의 경험식을 사용하였으며 이를 표 2.1에 정리하였다.

2.2 암반 강도정수

암반 강도정수인 점착강도 및 마찰각을 결정하는 제안식들은 경험적 암반분류법인 RMR을 사용하는 것이 일반적이다. 최근에 Hoek(2002)이 Hoek-Brown 파괴조건식으로부터 설계구조물에 가해질 것으로 예상되는 구속압 조건에서 Mohr-Coulomb 파괴조건식의 계수인 점착강도 및 마찰각을 구하는 식을 제안하였다. 이는 대상지역 암반으로부터 구한 신선암의 일축압축강도(σ_{ci}), Hoek-Brown 상수(m_i) 및 지질강도지수(GSI)를 입력자료로 사용하여 계산하는 것이며 이 때 입력치를 특정 확률분포를 따르는 확률변수로 가정하여 Monte-Carlo 시뮬레이션을 통해 변형계수, 점착강도 및 마찰각을 하나의 값이 아닌 확률변수로 구하는 방법을 추가적으로 제안하였다. 표 2.2는 암반의 강도정수 결정에 사용되는 경험식들을 표시한 것이다.

이러한 경험적 제안식들은 적용기준이 다르고 계산된 값의 차이가 심하므로, 어느 하나의 제안식을 적용하기 보다는 현장시험결과와 결합하여 암반의 설계정수를 산정하는데 활용하는 것이 바람직하다.

표 2.1 Various empirical methods for the determination of rock mass deformation modulus.

Author	Empirical equations	Unit
Bieniawski(1989)	$E_m = 2RMR - 100$, for RMR>50	GPa
Serafim & Pereira(1983)	$E_m = 10^{(RMR-10)/40}$, for RMR<50	GPa
K.W. Kim (1993)	$E_m = 0.3e^{0.07RMR}$	GPa
Barton (2002)	$E_m = 10 \times Q_c^{1/3}$	GPa
Aydan (1997)	$E_m = 0.0097RMR^{3.54}$	MPa
Hoek & Brown(2002)	$E_m = \sqrt{\sigma_{ci}/100} \times 10^{(GSI-10)/40}$, for σ_{ci}<100MPa	MPa

표 2.2 Various empirical methods for the determination of cohesion and friction angle of rock mass(Unit: $C_m(MFa), \Phi_m(^o)$).

Author	Empirical equations
Bieniawski (1989)	$C_m = 0.005RMR,\ \phi_m = 0.5RMR + 5$
Barton (2002)	$C_m = \frac{RQD}{J_n} \times \frac{1}{SRF} \times \frac{\sigma_c}{100},\ \phi_m = tan^{-1}\left(\frac{J_r}{J_a} \times J_w\right)$
Trueman (1988)	$C_m = 0.25\exp(0.05RMR),\ \phi_m = 0.5RMR + 5$
K.W. Kim (1993)	$C_m = 200\exp(0.08RMR),\ \phi_m = 0.25RMR + 27.5$

3. 증거이론

3.1 개요

여러 가지 소스로부터 취득된 정보를 결합하는 경우 여러 가지 문제점들이 발생할 수 있다. 특히 각 소스가 관심 데이터에 대한 정확 또는 부정확한 정보를 제공하는 다중소스시스템이나 종합적 수치 파라메타에 대한 전문가 개인마다 다른 설명을 나타내는 분야에서는 정보의 상충(conflicting)이라는 문제가 발생한다. 정보가 조잡하고 부족하며 불확실성을 내포한 상황에서 확률적 모델에 바탕을 둔 자료의 융합 방법은 문제를 처리함에 있어서 항상 만족할 수 없으며 유용한 정보의 특성에 근거하여 정보를 표현하기 위한 새로운 이론 및 모델들이 제시되고 있다.

불확실성에는 시스템 자체의 랜덤한 거동에 기인하는 Type A 불확실성(Aleatory Uncertainty)과 시스템에 대한 지식의 부족에 기인하는 Type B 불확실성(Epistemic Uncertainty)이 있다. 기존 확률이론은 Type A에 효과적으로 적용되어 왔으나 Type B를 모델링하거나 평가하는 데 있어서는 부족한 면이 있다(Sentz & Ferson, 2002). 이러한 불확실성을 모델링하기 위한 일반정보이론(Generalized Information Theory, GIT)의 한 분야가 증거이론(Theory of Evidence, ET)이며 Dempster-Shafer 이론이라고도 알려져 있다. 1967년 Arthur Dempster가 주창하고 1976년 Glenn Shafer가 발전시킨 증거이론에서는 확신의 정도가 구간으로 표현된다(Anand et al., 1996).

기존의 확률 이론이 광범위하게 암반공학 분야에 적용되어 왔지만 확률 이론은 정밀한 자료만을 다룰 수 있다. 즉 매번 시행되는 현장조사 자료는 점값(point-value) 즉, 단지 하나의 수로 표시된 값에 대해서이며 비정밀성은 고려 대상이 아니다. 반면 증거이론의 경우 암반의 역학적 특성에 대한 정보가 불완전하거나 또는 각각의 조사결과가 점값이 아니라 범위값(set or interval value)일 경우에 불확실성에 대한 수학적 모델을 제공한다. 이러한 상황에서 증거이론을 적용할 경우 1) 결과의 발생 확률에 대한 상·하한 경계, 2) 고정된 확률과 연관된 암반 물성의 범위를 계산할 수 있다(Tonon et al, 2000).

3.2 기본 이론

증거이론은 믿음(belief) 및 개연(plausibility) 함수 개념을 통해 자료의 불확실성(uncertainty)과 비정밀성(imprecision)을 표현할 수 있다. 증거이론은 먼저 분별프레임(Frame of Discernment, FOD)이라는 가설집합 Ω를 제안한다.

$$\Omega=\{A_1,\ldots,A_n,\ldots,A_N\} \tag{1}$$

증거이론에서 중요한 기본확률(Basic Probability Assignment, BPA) 또는 질량함수(mass function)는 Ω의 멱집합 2^{Ω}에 [0,1]의 값을 사상시키는 함수 m으로 주어지며 다음과 같은 특징을 가진다.

$$m: 2^{\Omega} \rightarrow [0,1] \tag{2}$$

$$m(\varnothing)=0,\ \sum_{A\in 2^{\omega}} m(A)=1 \tag{3}$$

Ω의 원소에 배정된 믿음의 크기는 확률분포와 유사하지만 단위크기가 2^{Ω}의 원소에 분배된다. $m(A)>0$ 인 A를 관심원소(focal element)라 하며 m과 관련하여 믿음 및 개연함수를 다음과 같이 정의한다.

$$Bel(A)=\sum_{B_i:B_i\subseteq A} m(B_i)=1-Pls(A^c) \tag{4}$$

$$Pls(A)=\sum_{B_i:B_i\cup A\neq\phi} m(B_i)=1-Bel(A^c) \tag{5}$$

표 3.1 Meaning of evidential interval.

Evidential interval	Meaning
[1,1]	Completely true
[0,0]	Completely false
[0,1]	Completely ignorant
[*Bel*,1] where 0<*Bel*<1	Tends to support
[0,*Pls*] where 0<*Pls*<1	Tends to refute
[*Bel*,*Pls*] where 0<*Bel*≤*Pls*<1	Tends to both support and refute

*Bel*은 가설 A에 대한 최소 불확실성값, *Pls*는 가설 A에 대한 최대 불확실성을 의미하며 일반적인 확률론에서의 확률은 이 구간(evidential interval)내에 존재한다. 따라서, 구간 [*Bel(A), Pls(A)*] 및 구간길이는 불확실한 값에 대한 비정밀성 척도를 제공하며 표 3.1은 이러한 구간의 범위에 따른 의미를 표시한 것이다.

증거에 대한 측정은 개별적으로 진행될 수 있으며 다음과 같은 자료융합 연산(Dempster-Shafer sum, 또는 orthogonal sum)을 통해서 조합된 결과를 얻을 수도 있다.

$$m(A)=\frac{\sum_{B_1\cap\ldots\cap B_p=A}\prod_{i=1}^{p}m_i(B_i)}{1-\sum_{B_1\cap\ldots\cap B_p=\varnothing}\prod_{i=1}^{p}m_i(B_i)}=\frac{\sum_{B_1\cap\ldots\cap B_p=A}\prod_{i=1}^{p}m_i(B_i)}{1-K} \tag{6}$$

여기서 K는 서로 다른 소스간의 대립(conflict)을 평가하는 계수로서 K가 클수록 각 소스들이 상충되며 각 소스의 조합이 의미가 없어짐을 의미한다. 식(6)은 서로 다른 증거들 사이에 대립요소가 있을 경우 비합리적인 결과를 제공하기 때문에 최근에는 대립요소가 있는 증거들의 융합에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다(Sentz & Ferson, 2002).

최종적으로 m값이 결정되면 확률의 누적 상,하한치 및 기대구간을 다음과 같이 구할 수 있다 (Tonon et al. 2000).

$$F_{upp}(u)=Pls(u'\in U:u'\leqq u)=\sum_{A_i:u\geqq inf(A_i)}m(A_i) \tag{7}$$

$$F_{low}(u)=Bel(u'\in U:u'\leqq u)=\sum_{A_i:u\geqq sup(A_i)}m(A_i) \tag{8}$$

$$\mu=\left[\sum_{i=1}^{N}m_i\cdot inf(A_i),\sum_{i=1}^{N}m_i\cdot sup(A_i)\right] \tag{9}$$

여기서, *inf* 및 *sup*는 가설 A의 범위값 중 최소 및 최대값을 의미한다.

위와 같은 특징을 갖는 증거이론을 기존의 확률이론과 비교하면 표 3.2와 같다.

표 3.2 The comparisons of probability theory with evidence theory.

Evidence theory	Probability theory
It is not required that $m(U)=1$	$\sum P_i=1$
It is not required that $m(A)\leq m(B)$ when $A\subset B$	$P(A)\leqq P(B)$
No relation between $m(A)$ and $m(A^c)$	$P(A)+P(A^c)=1$

4. 적용 및 검토

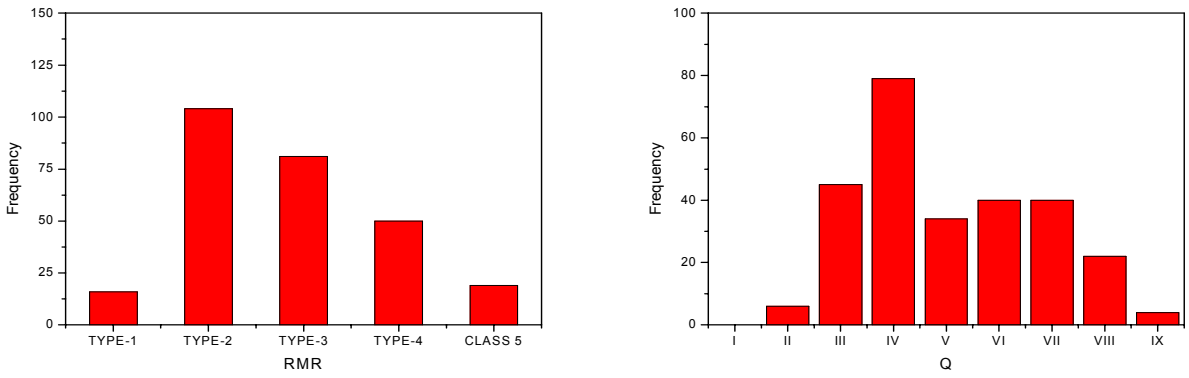
4.1 설계정수 산정

설계정수 결정에 대한 증거이론의 적용성을 검토하기 위해서 기존의 경험식 및 증거이론을 현장조사 결과에 대해서 적용하였다. 현장에서 수행된 시추공자료에 대한 RMR 및 Q 분류 결과는 그림 4.1과 같으며 공내재하시험으로 구한 변형계수와의 상관관계를 그림 4.2에 표시하였다.

본 연구에서는 가장 빈도수가 많은 것으로 나타난 2등급(RMR 60~80) 암반에 대해서 증거이론을 적용하였으며 변형계수, 점착강도 및 마찰각을 산정하였다. 각 경험식은 같은 정도의 신뢰도를 가진다는 가정 하에 같은 질량함수값을 가지도록 하였다. 표 4.1은 기존의 통계 및 확률이론과 증거이론의 결과를 비교한 것이며 그림 4.3은 누적확률분포(GCDF, Generalized Cumulative Distribution Function)를 통해 비교한 것이다.

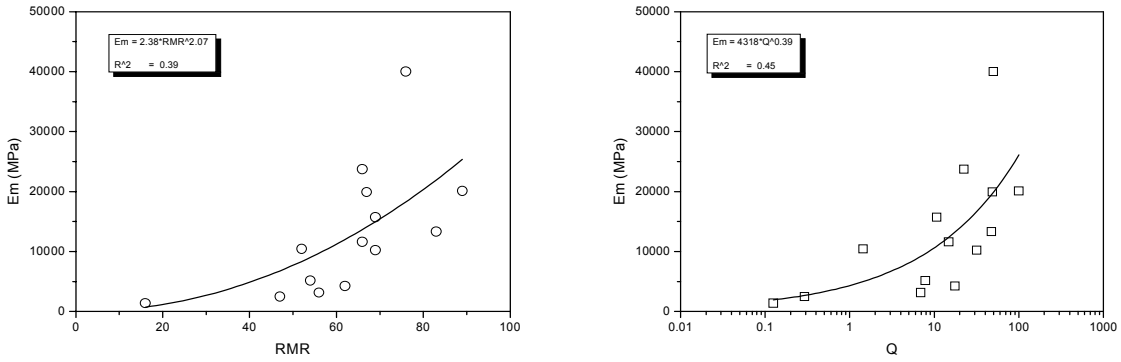
변형계수와 마찰각의 경우 증거이론에 의하면 어느 정도 신뢰할 수 있는 값이지만 점착강도의 경우는 불신의 정도가 더 큰 것으로 나타났다. 이는 각각의 경험적 방법간의 차이로 점착강도 추정시 일치하는 구간이 없기 때문이다.

그리고 각 경험식 결과의 평균과 표준편차를 이용한 95%신뢰구간은 음의 값이 나올 수도 있지만 증거이론에 의한 기대값의 경우는 이에 비해 상하한 범위를 좀 더 현실적으로 추정함을 알 수 있다.



(a) RMR (b) Q-system

그림 4.1 Results of rock mass classification.

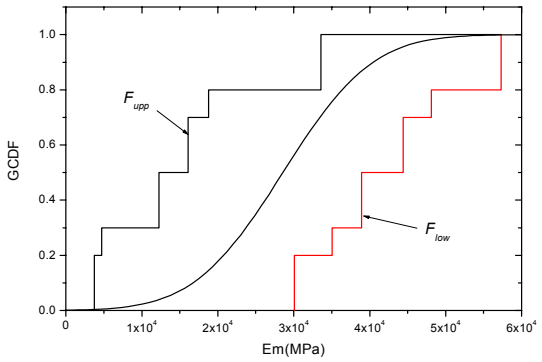


(a) RMR vs. Em (b) Q vs. Em

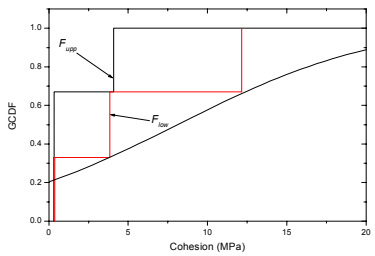
그림 4.2. Relationship between deformation modulus and rock mass classification results.

표 4.1 Results of rock mass properties evaluation through empirical methods and evidence theory for TYPE-2 rock mass.

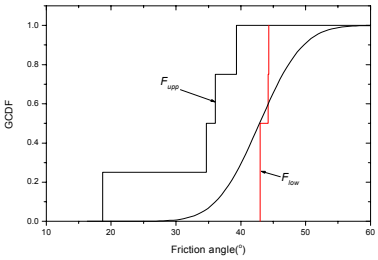
	Probability theory		Evidence theory	
	Mean/SD	Confidential limit (95%)	Expectation	Evidential interval
Deformation modulus (MPa)	28,574/9,262	[10,420 ~ 46,728]	[14,839 ~ 42,309]	[0.17 ~ 1.00]
Cohesion (MPa)	8.10/9.75	[-11.01 ~ 27.22]	[1.58 ~ 5.46]	[0.00 ~ 0.67]
Friction angle(°)	42.9/5.3	[32.5 ~ 53.3]	[32.2 ~ 53.5]	[0.75 ~ 1.00]



(a) Deformation modulus, E_m



(b) Cohesion, C_m



(c) Friction angle, Φ_m

그림 4.3 GCDF of rock mass properties for TYPE-2 rock mass.

4.2 수치해석 적용

증거이론으로 구한 설계정수 범위값의 상·하한 값의 차이에 따른 지하구조물의 거동을 확인하기 위해 범용 유한차분해석코드인 *FLAC2D*를 사용하여 수치해석을 수행하였다. 이론해와 비교하기 위해 원형공동에 대해 탄소성(Mohr-Coulomb) 모델을 적용하였으며 해석에 사용된 입력자료는 표 4.2와 같다. 여기서 CASE-1은 증거이론으로 구한 입력자료의 하한값을 적용한 것이며 CASE-2는 상한값을 적용한 것이며 10MPa의 초기응력이 존재하는 것으로 가정하였다. 공동의 반지름은 1m이며 외부 경계면은 10m로서 인위적 경계로 인한 영향을 최소화하였다.

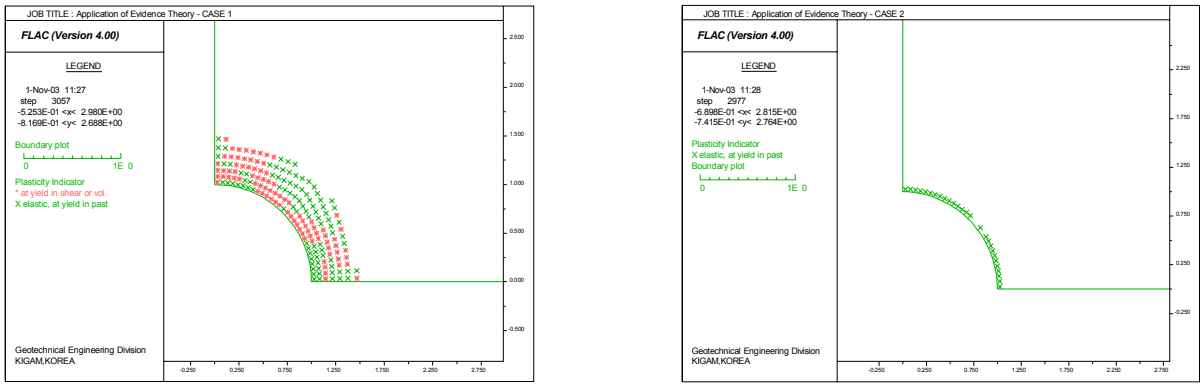
상·하한값을 적용한 수치해석 결과 소성영역의 크기에 있어서 CASE-1과 CASE-2의 차이가 크게 나타났으며 이를 그림 4.4에 표시하였다. CASE-1의 경우 공동벽면에서 0.5m까지 소성영역이 발달한 반면, 상한값을 사용한 CASE-2의 경우 소성영역이 거의 발생하지 않았으며 탄성 거동을 보였다.

응력과 변위 분포에 있어서도 CASE-1과 CASE-2에 있어서 차이를 보였다. 그림4.5에서 실선은 이

론해의 결과이며 기호는 수치해석으로 구한 결과이다. 응력의 경우 그림 4.5에 표시한 것과 같이 반경방향 응력은 CASE-1과 CASE-2 모두 유사하게 나타났지만 접선 응력의 경우, CASE-2는 거의 탄성거동을 보인 반면 CASE-1의 경우 소성영역으로 인해 공동부근에서 응력이 감소하였다. 공동 벽면에서의 반경방향 변위의 경우 CASE-1과 CASE-2에 대해서 각각 최대 1.36mm 및 0.29mm로 나타났으며, 크기에 있어서 4.5배 이상 차이가 났다. 같은 등급의 암반에 대해서도 증거이론으로 구한 상·하한 경계 사이에 위와 같이 차이가 나타나므로 해석 및 설계시 이를 고려해야 할 것으로 판단된다.

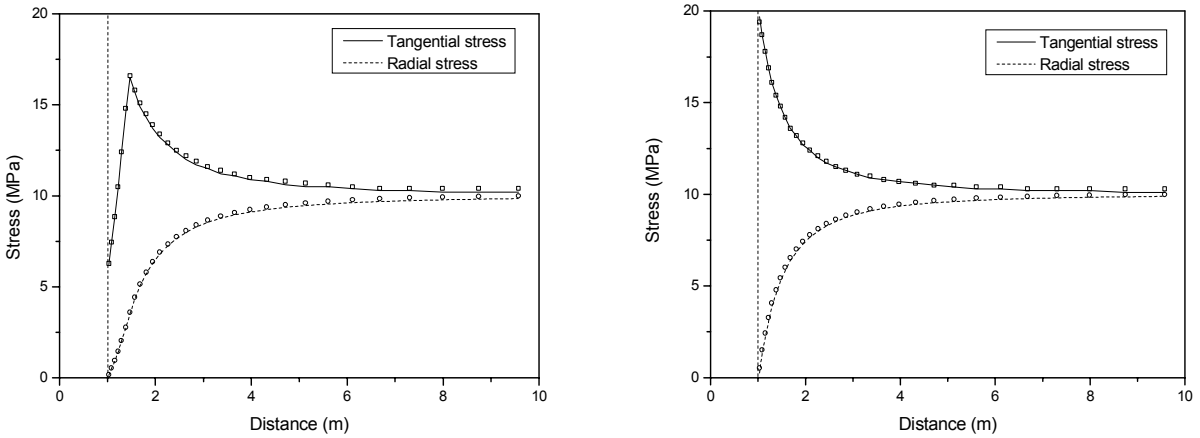
표 4.2 Ranges of input parameters for the numerical analyses.

	CASE-1 (lower bound)	CASE-2 (upper bound)
Deformation modulus (GPa)	14.8	42.3
Cohesion (MPa)	1.58	5.46
Friction angle (°)	32.2	53.5
Density (kg/m^3)	2700	
Poisson's ratio	0.21	



(a) CASE-1, lower bound (b) CASE-2, upper bound

그림 4.4 Distribution of plastic zone around the hole.



(a) CASE-1, lower bound (b) CASE-2, upper bound

그림 4.5 Stress distribution along the horizontal axis.

5. 결론

본 연구에서는 암반구조물 설계시 요구되는 설계정수 결정에 있어서 기존의 경험식 및 현장시험 자료 등을 결합하여 불확실성을 고려한 합리적인 범위값을 제시할 수 있는 증거이론을 다루었으며 이상의 연구 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 현장의 암반분류 결과 및 현장시험 결과에 대해서 증거이론을 적용하여 변형계수, 점착강도 및 마찰각을 구하였으며 이러한 설계정수는 같은 타입의 암반일 경우에도 범위값의 상·하한 사이에 1.6~3.6배 정도 차이가 발생하였다.

2) 증거이론으로 구한 RMR 2등급 암반설계정수의 상·하한값을 적용하여 원형공동에 대해서 수치해석을 수행하였다. 설계정수의 상·하한값을 적용한 CASE-1과 CASE-2의 경우 각각 소성영역 및 반경방향 변위에 있어서 약 4배 정도 차이를 보였다.

증거이론은 불확실성을 내포하는 암반의 설계정수를 산정하는 경우 합리적인 결과를 도출할 수 있는 이론이지만 다양한 정보원, 특별히 서로 상충되는 정보의 조합 부분은 아직도 다양한 연구가 진행중이다. 따라서 점착력과 같이 각각의 경험식이 산출하는 값이 크게 차이를 나타내는 경우에 대한 추가적인 연구가 필요하다.

참고문헌

1. 한국암반공학회,한국지구물리탐사학회,한국자원연구소(1998), **건설기술자를 위한 지반조사 및 시험기술**.
2. 김교원(1993), 지공학적 암반분류의 재평가, **1993년도 한국지반공학회 학술발표회 논문집**, 33-40.
3. Anand, S. S., D. A. Bell and Hughes J. G.(1996), EDM: A general framework for Data Mining based on Evidence Theory, *Data & Knowledge Engineering* 18(3): 189-223.
4. Aydan Ö. and Kawamoto T.(2000), The assessment of mechanical properties of rock masses through RMR rock classification system, *GeoEng2000*.
5. Bieniawski, Z.T.(1989), *Engineering Rock Mass Classifications*, John Wiely & Sons, 251p.
6. Barton N.(1995), Permanent support for tunnels using NMT, **1995년도 한국암반역학회 및 대한지질공학회 학술발표회**, pp.1-26.
7. Hoek, E., Carranza-Torres, C.T., and Corkum, B.(2002), Hoek-Brown failure criterion - 2002 edition. *Proc. North American Rock Mechanics Society meeting in Toronto in July 2002*.
8. Serafim, J.L. and Pereira, J.P.(1983), Considerations on geomechanics classification of Bieniawski, *Proc. Int. Symp. on Eng. Geol. and Underg. Constr*. LNFC. Lisboa, vol.1, pp.II 31~II 42.
9. Sentz K. and Ferson S.(2002), *Combination of Evidence in Dempster-Shafer Theory*, SAND2002-0835.
10. Tonon, F., Bernardini A. and Mammino, A.(2000), Determination of parameters range in rock engineering by means of Random Set Theory, *Reliability Engineering & System Safety* 70(3): 241-261.
11. Trueman, R.(1988), *An evaluation of strata support techniques in dual life gateroad*, Ph.D, Thesis Univ. of Wales.