

## 지반 강성구조 평가를 위한 러브파와 레일리파의 동시역산해석 Joint inversion of Love Wave and Rayleigh Wave for Evaluating the Subsurface Stiffness Structure

조성호<sup>1)</sup>, Sung-Ho Joh, 이일화<sup>2)</sup>, Il-Wha Lee

<sup>1)</sup> 중앙대학교 토목공학과 부교수, Assistant Professor, Dept. of Civil Engineering, Chungang University

<sup>2)</sup> 한국철도기술연구원 궤도토목연구본부 선임연구원, Senior Researcher, Korea Railroad Research Institute

**SYNOPSIS** : Love wave and Rayleigh wave are the major elastic waves belonging to the category of the surface wave. The fact that Love wave is not contaminated by P-wave which makes Love wave superior to Rayleigh wave and other body waves. Therefore, the information that Love wave carries is more distinct and clearer than the information of Rayleigh wave. Based on theoretical research, the joint inversion analysis which is used both Love wave dispersion information and Rayleigh wave dispersion information was proposed. Purpose of the joint inversion analysis is to improve accuracy and convergency of inversion results utilizing that frequency contribution of each wave is different. This analysis technique is consisted of the forward modeling using transfer matrix, the sensitivity matrix determined to the ground system and DLSS(Damped Least Square Solution) as a inversion technique. The application of this analysis was examined through the field test.

**Key words** : SASW, joint inversion, Love wave, Rayleigh wave, dispersion

### 1. 서론

표면파 탐사기법인 SASW기법에서는 레일리파의 수직성분 즉, 전파방향의 수직운동파에 대한 위상분산정보가 주로 이용되는데, 이는 표면파중 레일리파의 수직성분 에너지가 가장 크기 때문이다. 그러나 지층구조가 복잡하고 층간 강성차가 큰 경우, 포장구조체 등에서는 그 해상도가 낮아 역산(Inversion)해석시에 많은 어려움이 있었다. 해상도가 낮아지는 이유로는 고차모드가 저차모드에 영향을 미치는 모드 점프현상과 지반조사에서 사용되는 가진원의 크기 및 가진원과 감진기와의 좁은 간격 때문에 감쇠되지 않은 체적파에 의해 분산곡선상에서 오차가 발생하기 때문이었다. 본 논문에서는 이러한 문제점을 보완하기 위하여 기존의 SASW기법에 러브파를 같이 활용하는 동시역산해석기법을 연구하였다. 해석과정은 반복적 정모텔링과 역산해석으로 구성되며 정모텔링기법으로는 전달행렬법(Tzong, 1983)을 사용하였고, 역산해석에는 Damped Least Square Solution(DLSS)을 사용하였다. 동시역산의 방법은 민감도행렬을 구성할 때 레일리파의 분산정보와 러브파의 분산정보가 같이 사용되며, 계산된 민감도행렬을 역산해석하여 지반의 전단파 주상도를 반복적으로 계산하게 된다.

### 2. SASW시험의 역산해석

SASW시험은 지반이나 구조물의 표면에 물리적인 충격을 가하여 응력파를 발생시키는 것으로 시작된

다. 발생된 응력파는 지반이나 구조물 매체를 통하여 사방으로 전파되어 나가는데, 진동원에서 일정 거리만큼 떨어진 위치에 설치된 감진기에서 그 진동을 측정하게 된다. 가진원에 의해 발생된 응력파의 측정은 발진원과 일직선 상에 위치한 두 지점에서 이루어지는데, 이는 가진 지점에서부터 전파되어 나가는 응력파가 첫 번째 감진기에서 두 번째 감진기까지 도달하는데 소요되는 시간을 측정하여 응력파 전파 속도를 측정한다. 두 감진기간 시간차는 전달함수(transfer function,  $H_{21}$ )나 크로스파우어스펙트럼(cross power spectrum,  $G_{21}$ )의 위상각으로부터 결정할 수 있다. 현장데이터를 이용하여 복합실험분산곡선을 결정한 후에는 S파 속도주상도 도출을 위하여 역산해석(Inversion analysis)이나 반복적 정모델링 해석(Iterative forward modeling analysis)을 수행하게 된다. 이는 근본적으로 S파 속도주상도를 가정하고 이에 대하여 이론적으로 계산된 분산곡선, 즉, 이론분산곡선(theoretical dispersion curve)과 현장에서 측정한 실험분산곡선(experimental dispersion curve)이 일치될 때까지 반복적으로 S파 속도주상도의 가정을 변화시켜 계산한다. S파 속도주상도의 가정에 대한 수정이 최적화 이론에 의해서 수행이 되면 이를 역산해석이라고 하고, 인위적으로 인간의 판단에 의해서 수정이 되면 반복적 정모델링 해석이라고 한다. 반복적 정모델링 해석은 주로 Kausel[1982]의 동강성행렬기법을 이용한다.(Joh, 1996)

### 3. 동시역산해석기법

동시역산해석의 해석과정은 반복적 정모델링과 역산해석으로 구분되며, 본 연구에서는 정모델링기법으로는 전달행렬법(Tzong, 1983)을 사용하였으며, 역산해석에는 Damped Least Square Solution(DLSS)을 사용하였다. 동시역산의 방법은 민감도행렬을 구성할 때 동일한 지반조건에 대하여 레일리파의 분산정보와 러브파의 분산정보가 같이 사용되며, 계산된 민감도행렬을 역산해석하여 지반의 주상도를 반복적으로 계산하게 된다.

#### 3.1 정모델링

반복적 정모델링해석에서는 실험분산곡선을 이용하여 계산된 대표분산곡선과 초기 가정을 이용하여 해석을 수행하게 된다. 응력파 이론모델을 통하여 이론분산곡선을 계산하고 구해진 이론분산곡선을 실험분산곡선과 비교하여 두 분산곡선이 잘 일치하지 않는다면 처음 가정한 전단파주상도를 수정하여 새로운 이론분산곡선을 계산하는 과정을 반복하여 분산곡선의 차가 일정값 이하가 될 때까지 반복한다. 정모델링기법은 역산해석시 하나의 루틴으로 사용되며 역산결과가 정모델링의 모델변수로서 반복적으로 사용된다.(Joh, 1996) 정모델링기법을 수행하기 위해서는 각 층의 물성치가 정의되어야 한다. 물성치는 각 층의 전단파속도, 층 두께, 포아슨비 및 밀도이다. 이 중 정모델링에서 변수는 일반적으로 전단파속도와 층의 두께만이 사용되며 정모델링해석을 통하여 조정된다. 포아슨비와 단위중량은 일반적으로 사전 정보 또는 합리적인 가정에 의해 결정되며 계산결과에 큰 영향을 미치지 않는 것으로 알려져 있다. 본 논문에서 사용된 전달행렬법에서는 주어진 주파수와 파수에서 변위-응력 벡터가 구해지며 주파수영역에서 변위-응력 벡터를 구하기 위해서 Hankel transform 형태의 파수적분을 수행한다.

#### 3.2 역산기법

표면파를 이용한 역해석에 있어 기지의 정보( $d_m$ )와 미지의 정보( $m_n$ )는 행렬의 차수가 다르기 때문에 ( $m > n$ ) 일반적인 역행렬을 이용한 계산이 불가능하다. 때문에 SVD(Single Value Decomposition)등에 기초한 역해석 기법들이 적용되며 대부분 비선형해석기법이 적용된다. 본 논문에서도 비선형해석의 정확도향상을 위하여 Damped Least-Squares Solution(DLSS)을 사용하였다.

표면파의 역해석에 있어 주파수 대역별 정보량은 동일하지 않다. 즉, 고주파수영역에 대한 데이터는 다양한 주파수대역을 이용할 수 있고 사용 가능 자료도 많지만, 지반이 깊어질 경우, 장파장에 대한 자료는 상대적으로 적게 된다. 이는 표면파해석에 있어 깊이가 깊어질수록 사용가능한 정보가 감소한다는

것을 의미한다. 그래서 천층인 경우는 overdetermined인 반면 깊은 층은 underdetermined라 할 수 있으며 결과적으로 역산문제는 혼합된 행렬(mix-determined)형태가 된다. DLSS에서는 이러한 혼합행렬 형태를 계산하면서 해의 오차를 최소화한다. 댐핑계수  $\eta$ 는 역산해석의 최종해에서 표준이 되는 최소길이와 최소자승오차의 상관관계로 조절한다. 목적함수의 최소치는  $x$ 에 대한 편미분방정식을 이용하여 계산한다.  $x^{est}$ 에 대한 해는  $(G^T \cdot G + \eta^2 \cdot I)^{-1} \cdot G^T \cdot y^{meas}$ 를 비특이치라고 가정하면 다음과 같다.

$$x^{est} = (G^T \cdot G + \eta^2 \cdot I)^{-1} \cdot G^T \cdot y^{meas} \quad \text{식 1}$$

여기서  $G$ 는 민감도행렬,  $I$ 는 단위행렬,  $\eta$ 는 댐핑계수이다.

### 3.3 해석 알고리즘

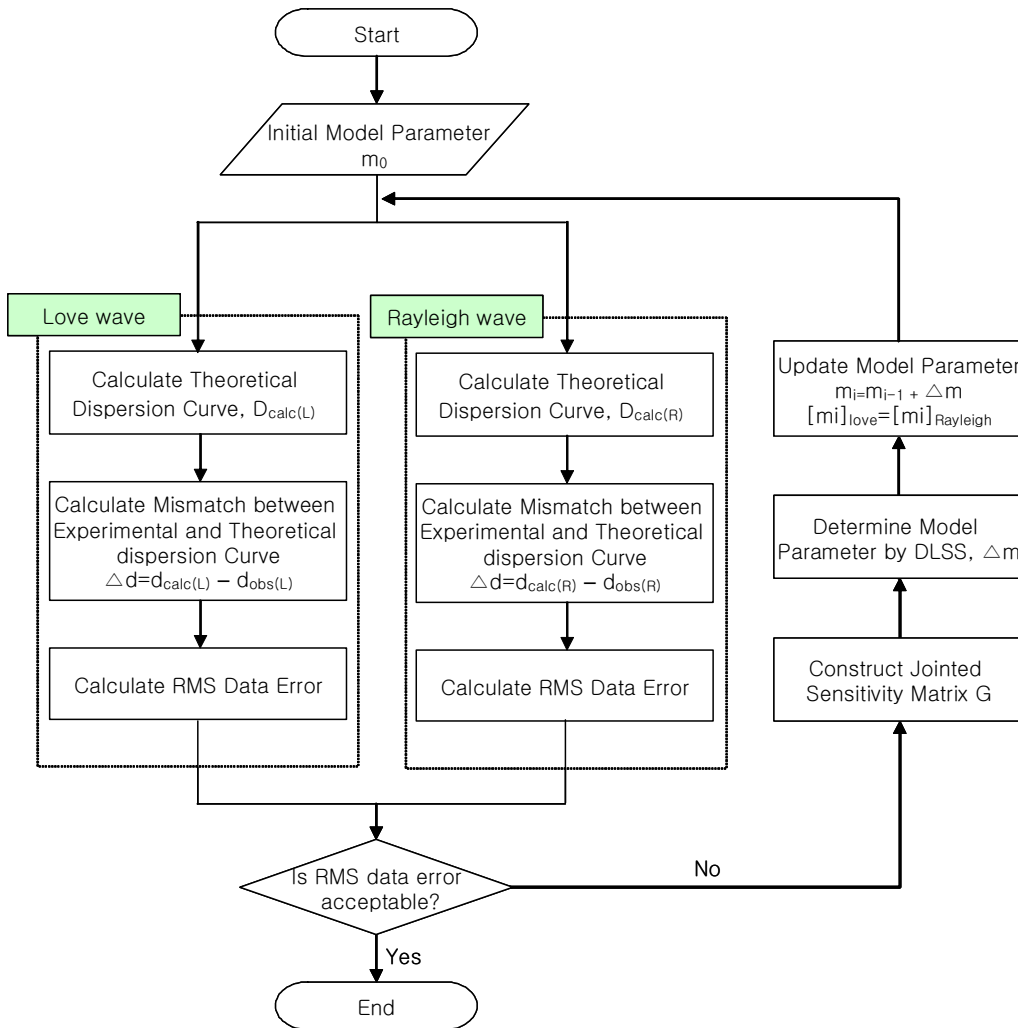


그림 1. 동시역산해석의 흐름도

동시역산해석의 절차는 우선 대표실험분산곡선을 이용하여 주어진 층구조에 대한 초기 전단파속도 주상도를 결정한다. 초기 전단파속도 주상도의 합리적 추정에는 역산해석의 발산방지와 역산 해석의 국부 최소해(local minimum)로의 접근 방식을 위해 필수적이며, 실험에 의해서 결정한 대표분산곡선을 근거로 이루어진다. 초기 전단파속도 주상도의 추정을 위해 본 연구에서 채택 한 방법은 Rösset와

Foinquinos(1991)에 의해 제안된 방법을 다소 수정 보완한 방법으로 실험분산곡선을 이용하여 파동의 침투깊이와 파장의 관계를 가정함으로써 구한다. 모델 변수의 수정, 즉 모델 변수의 변화  $\Delta m$ 은 민감도 행렬 G와 분산곡선의 이론치와 실험치의 차이인  $\Delta d$ 를 이용하여 결정된다. 러브파와 레일리파의 분산특성은 민감도행렬 구성시 동시에 고려되며, 역산해석을 의해 계산된 모델변수( $m_i$ )는 러브파와 레일리파에서 동일하게 적용된다. 역산 해석의 결과가 합리적인지는 실험치와 이론치 사이의 RMS 오차를 이용하여 판단한다. 오차를 만족하지 않으면 반복계산별 러브파와 레일리파의 동시민감도행렬을 다시 구성하고 오차가 허용치이내가 될 때까지 역산해석을 수행한다. 역산 해석 절차의 각 단계는 그림 1과 같이 정리된다.

## 4. 동시역산해석의 적용

동시역산해석의 적용성을 검토하기 위하여 현장시험을 활용한 동시역산해석을 수행하였다. 현장시험에서는 동일한 위치에서 러브파와 레일리파에 대한 SASW시험을 각 각 수행하였다. 각 역산해석조건은 레일리파만 이용한 경우, 러브파만 이용한 경우 그리고 동시역산해석한 경우의 결과를 비교하였다.

시험위치는 산 정상 부근의 구릉으로 약 100m이상의 평탄한 부지가 확보된 개소로서 개략적인 시추조사결과, 지표면에서 0.5m까지는 일반적인 붕적층이며, 그 아래 5.0m까지는 조밀한 풍화토이다. 5.0m부터는 파쇄대가 발달된 연암층으로 절리와 풍화가 심한 층이다.

### 4.1 시험구성

현장시험은 동일한 구간에서 러브파와 레일리파를 각 각 측정하였으며, 가능한 깊은 심도까지 측정을 수행하였다. 채택한 감진기간 거리는 표 1에 정리한 바와 같다. 이와 더불어 각 감진기간 거리, 설정한 주파수 Span과 예상되는 해석심도도 같이 정리하였다.

표 1. 동시역산해석을 위한 SASW시험 조건

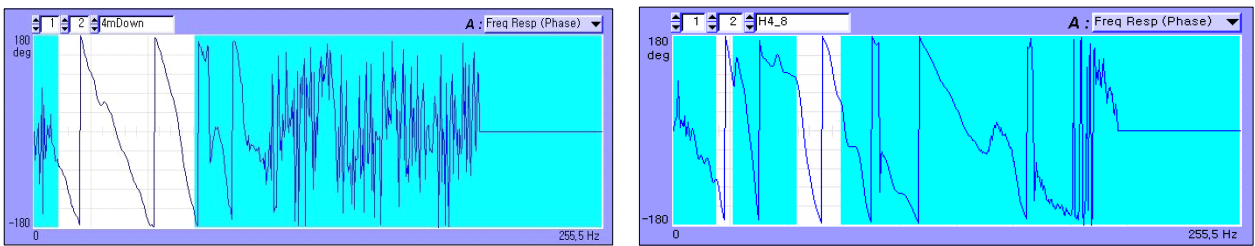
Receiver Spacing (m)	Frequency Span (Hz)	Expected Evaluation Depth (m)
1	3200, 1600, 800	1.0
2	800, 400	2.0
4	200	9.0
8	100,50	18.0
16	100,50	36.0

### 4.2 표면파의 가진

레일리파에 대한 표면파시험에서는 수직방향의 지반운동을 이용하였다. 레일리파는 수직방향 가진원 으로부터 얻은 파 중 가장 큰 에너지를 가지고 있기 때문에 감진이 쉬우며 여기서 얻은 위상각차를 레일리파의 위상각차라고 판단한다. 러브파를 발생시키기 위해서는 횡단방향(transverse direction)으로 가진하였다. 이를 위하여 다양한 방법을 사용할 수 있는데, 주로 전파방향의 횡단(수평)방향으로 지반을 타격하였으며, 연직타격을 통하여서도 러브파의 정보를 얻을 수는 있다. 이상적인 방법은 횡단가진이 가능한 대형재하장비를 사용하거나 재하판과 지반사이의 미끄러짐을 방지하기 위하여 못이나 핀 등으로 고착시킨후 횡단방향으로 직접가진 또는 비틀(torsional)가진을 하는 방법이 있다. 이러한 방법은 이론적으로 압축파와 SV파의 발생을 최소화시킬 수 있다.

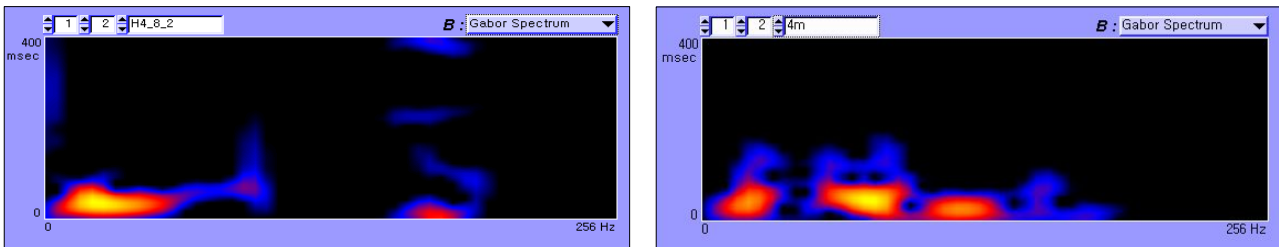
### 4.3 동시역산해석

동시역산해석에서는 동일한 층두께와 초기가정치가 사용되었으며 역산해석시 러브파와 레일리파의 민 감도행렬(G)와 모델변수( $m_i$ )도 동일하게 이용하였다. 동일한 조건인 경우, 각 파의 분산특성을 검토하기 위하여 감진간격이 4m인 경우의 레일리파와 러브파의 위상스펙트럼을 그림 2에 나타내었다. 그림 2에서 색이 짙은 부분은 마스킹처리된 주파수대역으로서 대표분산곡선 계산시 사용되지 않는 대역이다. 사용주파수의 대역은 20~75Hz인데, 러브파의 경우는 대역구간 전체를 사용할 수 있지만, 레일리파인 경우는 일부만 사용할 수 있다. 그림 3의 거보스펙트럼에서 러브파는 사용대역에 에너지가 집중되어 있지만, 레일리파의 경우에는 에너지가 분산되어 있는 것을 볼 수 있다. 이는 각 파가 주파수별 또는 경계면의 위치에 따라 변위와 응력의 기여도가 다르기 때문이며, 지반조건에 따라 레일리파의 시험결과가 더 유리하게 계산될 수도 있다. 즉 동시역산해석시 사용 가능한 주파수대역의 범위는 파의 종류, 지반조건 및 감진기의 간격에 따라 각기 달라진다. 이러한 현상은 동시역산해석시, 레일리파와 러브파의 분산정보가 보다 정확한 전단파주상도를 계산하기 위한 상호보완자료로 활용될 수 있음을 의미한다.



(a) 러브파인 경우 (b) 레일리파인 경우

그림 2. 감진기의 간격이 4m인 경우의 위상스펙트럼



(a) 러브파인 경우 (b) 레일리파인 경우

그림 3. 감진기의 간격이 4m인 경우의 거보스펙트럼

그림 4는 동시역산해석결과와 함께 러브파, 레일리파로만 계산된 결과를 비교한 그림이다. 동시역산해석을 위하여 사용된 주파수대역은 러브파와 레일리파의 자료범위를 동일하게 하기 위하여 20~130Hz대역을 사용하였다. 심도 7m까지의 역산결과는 3개의 역산결과가 유사한 결과를 나타내고 있지만, 7m 이상에서의 전단파속도는 역산방법에 따라 차이가 있는 것으로 나타났다. 이는 현장 측정시 동일한 위치에서 측정하여야 하지만, 따로 측정하면서 발생한 장파장 성분의 기여도 차이와 러브파의 경우 가진원의 에너지가 상대적으로 작기 때문에 발생한 차이로 판단된다. 역산결과의 해상도 향상을 위해서는 현장측정시 세심한 주의가 요구된다. 동시역산해석결과는 러브파의 결과에 조금 더 추종적인 것으로 나타났으며, 레일리파만 사용한 역산해석보다 RMS오차가 감소하였다.

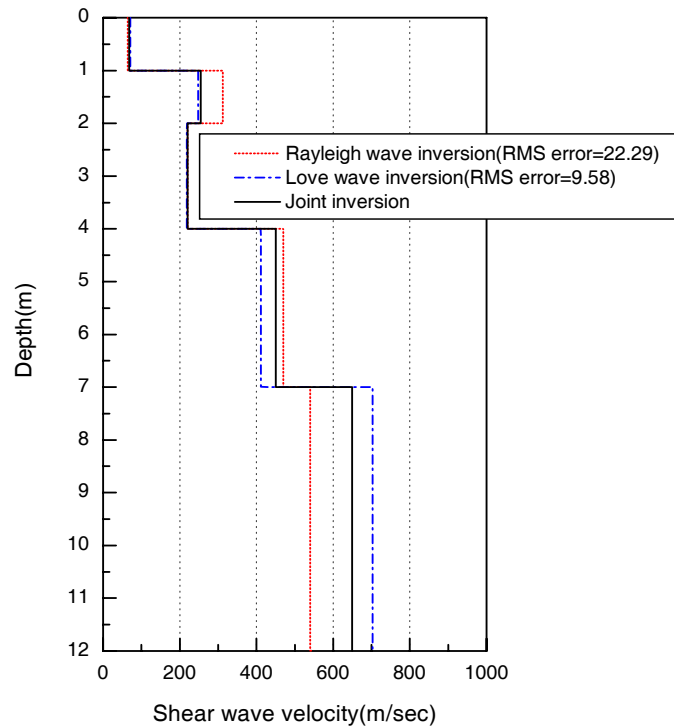


그림 4. 각 역산해석결과의 비교 전단파속도 주상도

## 5. 결 론

기존의 SASW역산기법을 응용하여 러브파와 레일리파를 동시에 활용하는 동시역산해석기법을 제안하였으며, 해석의 검증을 위하여 현장시험을 수행하였다. 연구결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) 러브파와 레일리파의 위상속도 분산정보를 같이 활용할 수 있는 동시역산해석기법을 제안하였다. 정 모델링해석에서는 전달행렬법이 사용되었으며, 역산은 민감도행렬을 이용한 DLSS(Damped Least Square System)기법이 사용되었다. 민감도행렬 구성시 러브파와 레일리파의 분산정보가 동시에 포함되며, 역산해석에서 계산된 모델변수는 정모델링시 동일하게 사용된다.
- 2) 동시역산해석의 현장적용결과, 레일리파만 사용하였을 때 보다 RMS오차를 줄여 주었으며 반복계산 횟수도 감소하였다. 각 각의 분산곡선에서 주파수대역별로 민감도가 다르게 나타났는데, 동시역산해석을 수행할 경우는 각 파의 분산정보를 같이 이용할 수 있기 때문에 역산해석시 과도한 발산을 방지하고 해의 수렴속도를 빠르게 할 수 있을 것으로 판단된다.

## 참 고 문 헌

1. 이일화, 조성호(2004), "반무한체와 다층구조 지반에서 러브파와 레일리파의 위상속도 분산특성", 한국지반공학회 논문집 제20권, 1호, pp.61-73.
2. Joh, S.-H.(1996), *Advancement in the Data Interpretation and Analysis in the Spectral-Analysis-of-Surface-Waves Method*, Ph.D. Dissertation, The University of Texas at Austin.
3. Kausel, Eduardo, and Peek, Ralf (1982), "Dynamic Loads in the Interior of a Layered Stratum: An Explicit Solution", Bull. Seismol. Soc. Am. 75/5 pp.1459-1508.
4. Tzong, T. J. and Penzien, J. (1983), "Hybrid modelling of soil-structure interaction in layered media", Rep. No. UCB/EERC-83/22, Earthquake Engineering Research Center, Univ. of California, Berkeley, Calif.