

지진하중에 의해 발생된 가속도를 이용한 시간창 기법에 의한
구조물의 손상탐지

Structural Damage Detection Using Time Windowing
Technique from Measured Acceleration during Earthquake

박승근*

이해성**

Park, Seung Keun

Lee, Hae Sung

ABSTRACT

This paper presents a system identification (SI) scheme in time domain using measured acceleration data. The error function is defined as the time integral of the least squared errors between the measured acceleration and the calculated acceleration by a mathematical model. Damping parameters as well as stiffness properties of a structure are considered as system parameters. The structural damping is modeled by the Rayleigh damping. A new regularization function defined by the $L1$ -norm of the first derivative of system parameters with respect to time is proposed to alleviate the ill-posed characteristics of inverse problems and to accommodate discontinuities of system parameters in time. The time window concept is proposed to trace variation of system parameters in time. Numerical simulation study is performed through a two-span continuous truss subject to ground motion.

1. 서론

지진 발생 후에 신속하게 구조물의 안전성을 평가하는 것은 사회기반시설의 기능성이나 사용성을 평가하는데 있어서 매우 중요하다. 지진이 발생한 동안에 측정된 가속도를 이용하여 지진에 의해 야기된 구조물의 손상을 탐지할 수 있다면 사회기반시설의 빠른 복구에 큰 도움을 줄 수 있을 것이다. 최근에는 지진이 발생하는 동안 지반의 가속도 뿐만 아니라 중요기반시설에서도 가속도의 모니터링이 가능하다. 지진이 발생하는 동안 측정된 가속도를 이용하여 빠른시간내에 지진에 의해 생긴 구조물의 손상을 탐지할 수 있다면 사회적 활동의 빠른 복구에 큰 도움을 줄 수 있을 것이다.

* 서울대학교 지구환경시스템공학부, 박사과정

** 정희원, 서울대학교 지구환경시스템공학부, 부교수

SI 기법에 기초한 상태평가기법에서는 측정된 구조물의 응답과 수학적 모델에 의하여 계산된 응답의 자승 오차를 최소화하는 구조물의 강성도를 구하여 손상을 평가한다. 시간에 따른 물성치의 변화를 추정하기 위하여 Time Windowing 기법을 제안한다. 제안된 기법에서는 타임윈도우라고 부르는 일정한 시간영역 안에서의 측정가속도와 수학적 모델에 의한 계산 가속도의 최소 자승 오차에 대한 시간 적분을 오차함수로 사용한다. 구조물 감쇠로서 Rayleigh Damping 모델을 사용하며, SI 문제의 불안정성을 극복하기 위하여 정규화 기법을 사용한다. 시스템 변수의 시간에 대한 일차 미분의 1-norm을 정규화 함수로 사용하는 L_1 -Regularization을 사용하였다.

제안된 알고리즘의 타당성을 검증하기 위해 two span truss의 numerical simulation study를 통해서 제안된 방법을 검증한다.

2. 시간영역에서의 변수추정기법

2.1 Time Windowing Technique

지진하중을 받는 구조물의 운동방정식은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{M}\mathbf{a} + \mathbf{C}(\mathbf{x}_c)\mathbf{v} + \mathbf{K}(\mathbf{x}_s)\mathbf{u} = -\mathbf{M}\mathbf{a}_g \quad (1)$$

여기서 \mathbf{x}_c , \mathbf{x}_s 는 각각 감쇠변수, 강성변수를 나타낸다. 그리고 \mathbf{a}_g 는 지반가속도를 나타낸다. 식 (1)에서 주어진 운동방정식을 시간에 대하여 적분하기 위하여 Newmark- β 방법을 사용한다. 구조물의 질량은 알고 있다고 가정하고, 강성도 및 감쇠 특성이 SI 기법에서의 미지수가 된다. 시스템 변수는 다음과 같은 최소화 문제를 통하여 추정한다.

Time Windowing 기법에서의 목적함수는 일정한 시간 간격내에서의 측정가속도와 수학적모델에 의한 계산 가속도의 최소 자승오차에 대한 시간 적분으로 정의된다.

$$\text{Min}_{\mathbf{x}} \Pi_E(t) = \frac{1}{2} \int_t^{t+d_w} \|\tilde{\mathbf{a}}(\mathbf{x}(t)) - \bar{\mathbf{a}}\|_2^2 dt \quad \text{subject to } \mathbf{R}(\mathbf{x}(t)) \leq 0 \quad (2)$$

여기서 $\tilde{\mathbf{a}}$, $\bar{\mathbf{a}}$, \mathbf{x} , \mathbf{R} 은 각각 시간 t 에서 유한요소모델로부터 계산된 계산 가속도 벡터, 측정 가

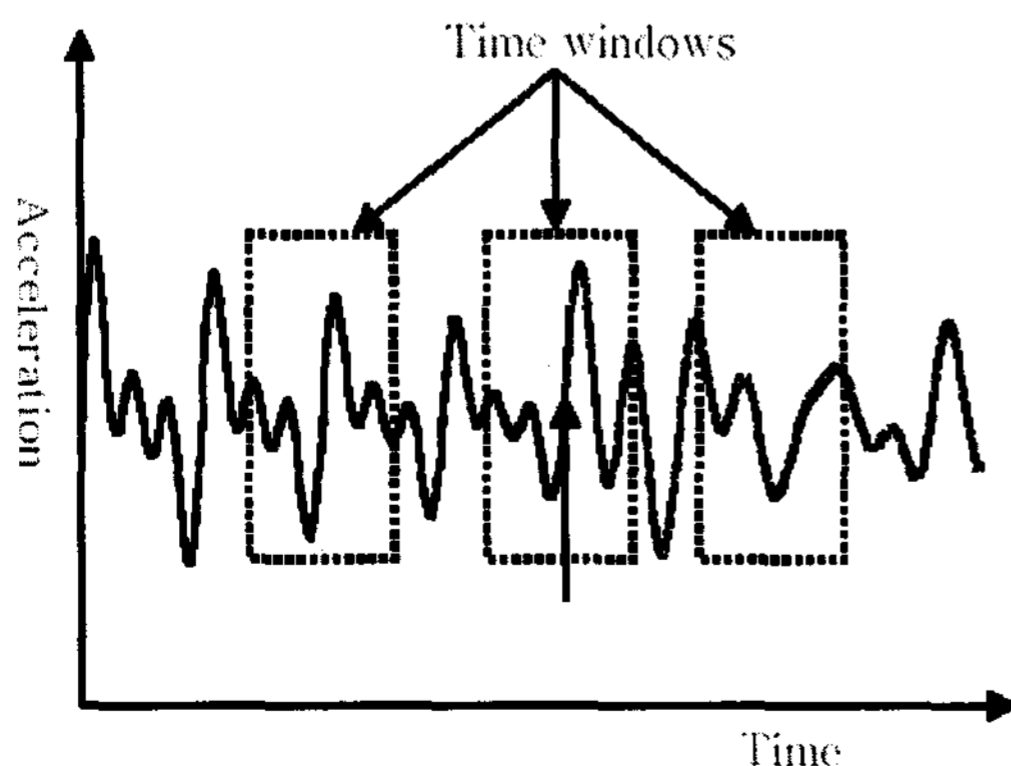


그림 1. Time window concept

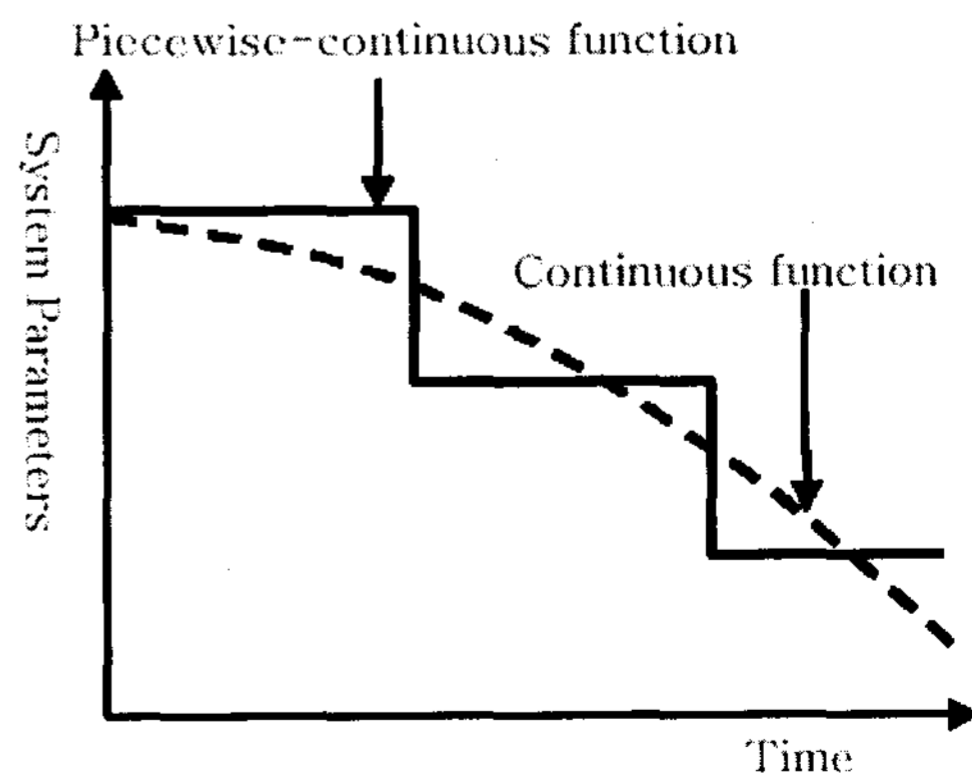


그림 2. Continuous and piecewise-continuous functions

속도 벡터, 시스템 변수 벡터, 구속조건을 나타낸다. 그리고 $\|\cdot\|$ 는 벡터의 Euclidean norm을 나타낸다. 시간에 따라서 시스템 변수가 변하는 경우에 시스템 변수의 추정을 위하여 time windowing technique를 제안한다. 그림 1은 time window의 개념을 보여준다. Time Windowing Technique에서는 time window라고 불리는 일정한 time interval 안에서 시스템 확인기법이 순차적으로 진행된다. 여기서, t 와 dw 는 각각 주어진 time window의 초기 시간과 window의 크기를 나타낸다. Time window안에서의 시스템 변수값은 일정하다고 가정한다. 그리고 시간 t 일 때 추정된 시스템 변수를 그 시간의 시스템 변수라고 가정한다. 시간에 따라서 time window가 앞으로 진행을 하고 그때마다 시스템 변수를 추정함으로써 시스템 변수의 시간에 따른 변화를 추정할 수 있다.

2.2 L_1 -Regularization function

최소화 문제로 정의되는 변수 추정 기법은 해의 비유일성, 비존재성, 불연속성 등의 수치적 불안정성을 갖고 있는 역해석 문제이다. 이러한 불안정성 때문에 식(2)에서 정의된 최적화 문제가 의미 없는 결과를 주거나 혹은 최적화 과정에서 해가 발산할 가능성이 있다. 단순히 시스템 변수에 구속조건을 가해줌으로써 역해석 문제의 불안정성을 극복하려는 시도가 있었지만 많은 연구자들에 의하여 단순히 구속조건을 가해주는 것이 의미 있고 최적화 과정에서의 안정성을 보장해 줄 수 없다는 것이 밝혀졌다.

Tikonov에 의해 제안된 정규화 기법이 역해석 문제의 불안정성을 극복하기 위하여 널리 이용된다. 이 기법에서는 원래의 목적함수에 positive definite한 정규화 함수를 더하여 새로운 목적함수를 정의한다.

$$\text{Min}_x \Pi(t) = \frac{1}{2} \int_0^t \|\tilde{\mathbf{a}}(\mathbf{x}) - \bar{\mathbf{a}}\|^2 dt + \beta \Pi_R \quad (3)$$

여기서 Π_R 이 정규화 함수를 나타내는데, 다양한 정규화 함수들이 다른 종류의 역해석 문제에 사용이 된다. 이전의 연구에서는 시간에 따른 시스템 변수의 일차 미분의 L_2 -norm의 시간 적분을 정규화 함수로 정의하는 L_2 -Regularization function이 제안되었다.

$$\Pi_R(t) = \frac{1}{2} \int_t^{t+dw} \left\| \frac{d\mathbf{x}}{dt} \right\|_2^2 dt \quad (4)$$

식(4)와 같이 정의되는 정규화 함수는 시간에 따른 시스템 변수의 변화가 연속적(continuous)으로 일어난다. 하지만 지진과 같은 하중에 의하여 야기되는 손상은 급격하게 일어나고 시스템 변수가 시간에 따라 불연속적으로 변한다[그림 2]. 따라서 정규화 함수는 시간에 따른 연속-불연속(piecewise-continuous)까지 표현할 수 있어야 한다. 시간에 따른 시스템 변수의 불연속적인 변화를 표현하기 위해서 이 논문에서는 시간에 대한 시스템 변수의 일차 미분의 L_1 -norm의 시간 적분을 정규화 함수로 정의하는 L_1 -Regularization을 제안한다.

$$\Pi_R(t) = \frac{1}{2} \int_t^{t+dw} \left\| \frac{d\mathbf{x}}{dt} \right\|_1 dt \quad (5)$$

이 방법은 미분 불가능한 함수를 포함하고 있으므로 기존의 Tikonov방법으로는 최적해를 구하는데 어려움이 있다. 이러한 어려움을 해결하기 위하여 이 논문에서는 TSVD방법을 이용한다.

TSVD 방법은 다음과 같은 과정을 거친다.

$$\text{Min}_{\mathbf{x}} \Pi_R(t) = \frac{1}{2} \int_t^{t+d_w} \left\| \frac{d\mathbf{x}}{dt} \right\| dt \quad \text{subject to} \quad \mathbf{R}(\mathbf{x}) \leq 0 \quad \text{and} \quad \text{Min}_{\mathbf{x}} \Pi_E(t) = \frac{1}{2} \int_t^{t+d_w} \left\| \tilde{\mathbf{a}}(\mathbf{x}) - \bar{\mathbf{a}} \right\|_2^2 dt \quad (6)$$

윗 식을 이산화하면 다음과 같다.

$$\text{Min}_{\mathbf{x}_{nc}} \left\| \mathbf{x}_{nc} - \mathbf{x}_{nc-1} \right\|_1 \quad \text{subject to} \quad \mathbf{R}(\mathbf{x}_{nc}) \leq 0 \quad \text{and} \quad \text{Min}_{\mathbf{x}_{nc}} \frac{1}{2} \sum_{k=nc}^{nc+ntw} \left\| \tilde{\mathbf{a}}_k(\mathbf{x}_{nc}) - \bar{\mathbf{a}}_k \right\|_2^2 \Delta t \quad (7)$$

최종적으로 식(7)를 풀어 최적해를 구하여 시스템 변수를 추정한다.

2.3 감쇄 모델

실제 구조물의 감쇄 현상을 수학적으로 정확히 표현한다는 것은 불가능하다. 실제로 현존하는 모든 구조물 감쇄 모델은 실제 감쇄 현상을 정확히 표현할 수 없으며, 정도의 차이는 있지만 실제 감쇄 현상을 근사적으로 표현할 수 있을 뿐이다. 기존의 대부분의 연구에서는 구조물의 감쇄를 기지수로 취급하고 강성도 변수만을 미지수로 취급하여 왔다. 그러나, 구조물의 감쇄는 실제적으로 미리 가정할 수 없고, 구조물의 동적 거동에 중요한 영향을 미치기 때문에 SI기법에서 반드시 미지수로 취급하여 구조물의 실제 거동에 의하여 결정되어야 한다.

많은 고전적 감쇄 모델 중에서 모드 감쇄 모델과 Rayleigh 감쇄 모델이 널리 사용되고 있다. 모드 감쇄 모델은 구조물의 각 모드마다 정의되는 감쇄 계수에 의하여 감쇄 행렬을 표시하며 Rayleigh 감쇄 모델에서는 질량 행렬과 강성도 행렬의 선형 조합에 의하여 다음과 같이 감쇄 행렬을 정의한다.

$$\mathbf{C} = a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{K} \quad (8)$$

전술한 바와 같이 모드 감쇄 모델이나 Rayleigh 감쇄 모델이나 실제 감쇄 현상을 정확히 모사할 수 없다. 그러나, 모드 감쇄 모델을 사용할 경우 감쇄 계수가 각 모드에서 정의되어야 하기 때문에 구조물의 자유도 만큼의 감쇄 계수를 결정하여야 한다. SI 문제에서는 미지수가 증가할 수록 독립적인 구조물의 정보를 포함하는 측정점의 수를 증가시켜야 한다. 토목 구조물과 같이 규모가 크고 복잡한 구조물에서 측정점의 개수를 미지수의 개수에 따라 증가 시킨다는 것은 실제로 불가능하다. 따라서, SI 문제에서는 가능한 한 미지수를 줄여야 만이 수치적인 해의 안정성을 확보하여 보다 적은 측정점에 의하여 정확한 해를 구할 수 있다. 이 연구에서는 2개의 미지수를 가지는 Rayleigh 감쇄 모델을 사용한다.

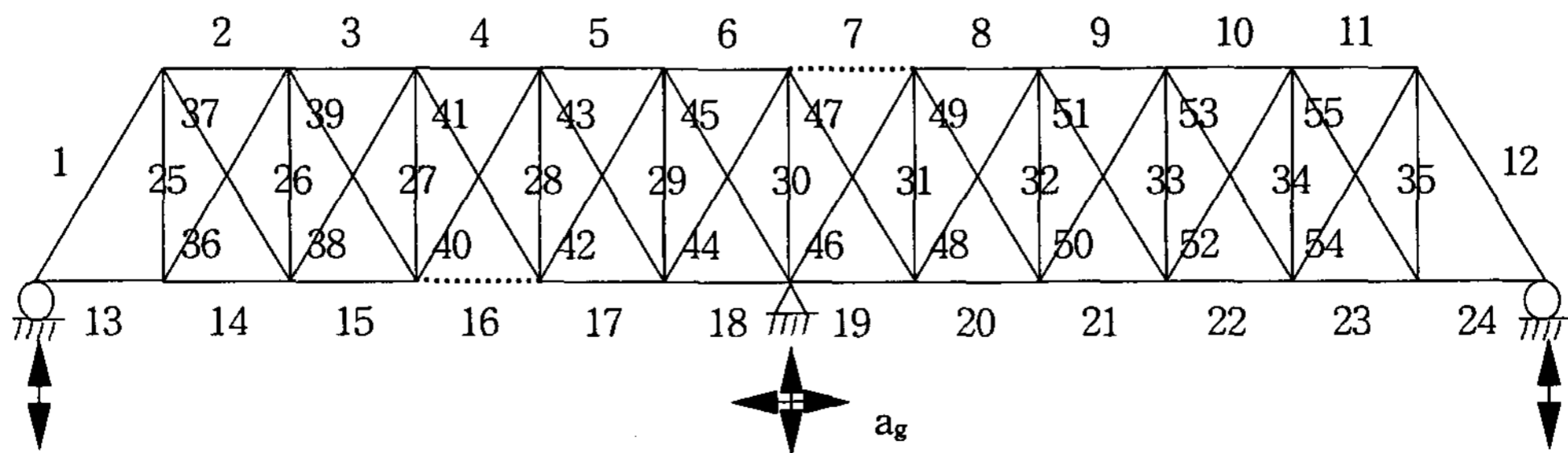


그림 3. 2-span continuous truss

3. 예제

제안된 방법의 타당성을 검증하기 위하여 two-span continuous truss를 가지고 numerical simulation study를 수행하였다. 총 55개의 부재로 구성이 되어있고 부재의 강성이 감소하는 것으로 손상을 모사하였다. 재료의 성질은 다음과 같다. (Young's modulus = 210 GPa, Specific mass = 7850Kg/m³ are used for all members). 상부, 하부, 수직, 사재의 단면은 각각 250 cm², 300 cm², 200 cm², 220 cm²이다. 다음 구조물의 natural frequency는 6.6 Hz 부터 114.7 Hz까지의 범위를 갖는다. Damage에 따른 stiffness의 감소는 시간이 0.5초일때 7, 16번 부재에 각각 40%, 50%씩 일어났다고 simulation하였다. 손상을 입은 부재는 그림 3에서 점선으로 표시되었다. 측정 가속도는 그림 4에 나오는 지진가속도에 의해 발생된 구조물의 가속도를 사용하였다. 지진가속도는 Kobe지진 발생시 계측된 가속도이다. 측정오차는 3%의 random noise가 발생하도록 simulation하였다. 측정점은 truss의 아래부분의 12개의 node에서 측정하였고 0초부터 2.0초 까지의 수평, 수직 방향의 가속도를 사용하였다. 계산가속도를 얻는데 사용된 damping ratio는 그림 7에 나와있다.

그림 5는 시간에 따른 손상을 입은 부재와 손상이 없는 부재의 시간에 따른 stiffness의 변화를 보여주고 있다. 손상을 입은 부재에서 시간에 따른 stiffness의 변화를 잘 보여주고 있다. Stiffness의 변화를 통해서 손상이 발생한 시점과 손상의 정도를 추정할 수 있다. 그리고 손상을 입지 않은 부재는 원래의 stiffness를 잘 유지하고 있음을 알 수 있다. 그림 6는 Exact damping ratio에 의하여 계산된 등가의 Initial Rayleigh damping과 Estimated Rayleigh damping을 보여주고 있다. Estimated Rayleigh damping의 값이 실제 modal damping의 값을 저차모드에서 잘 근사화하고 있다. 그림 7는 마지막 시간에서의 모든 부재에서의 stiffness 값을 나타낸다. 다른 부재에 비하여 손상을 받은 부재들의 stiffness가 현저히 작은 값을 나타내는 것을 보여주기 때문에 손상이 일어난 곳의 위치를 파악할 수 있다.

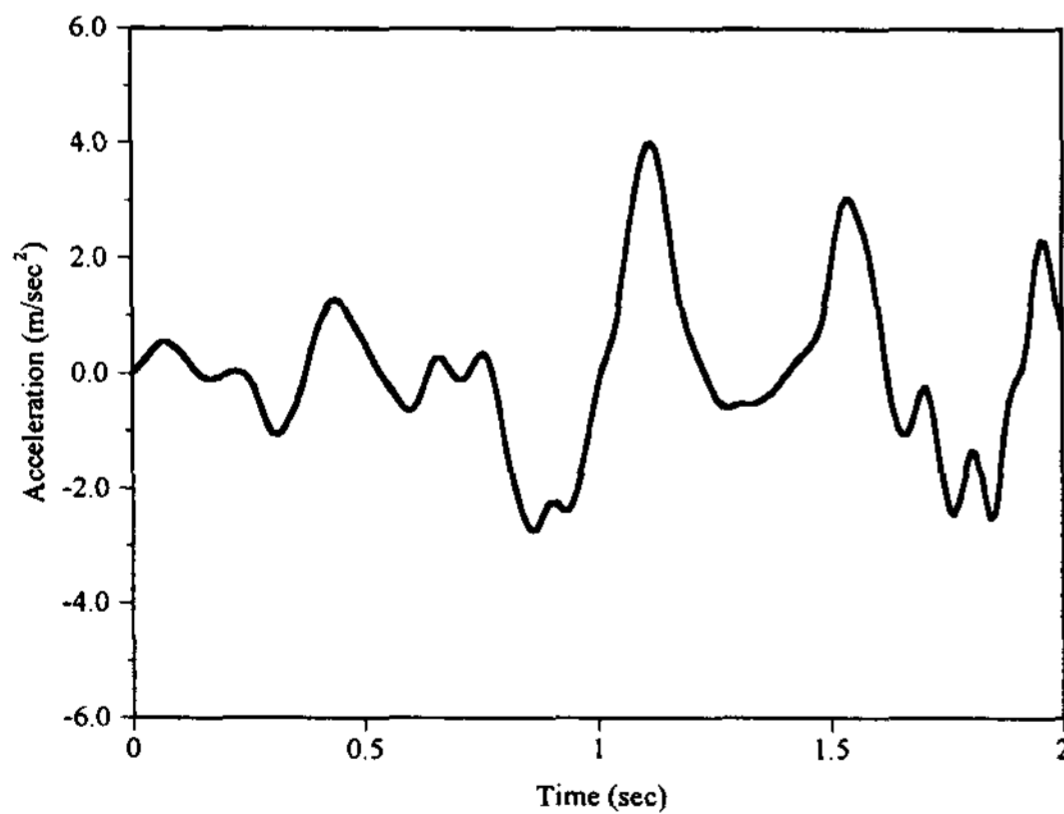


그림 4. Ground acceleration

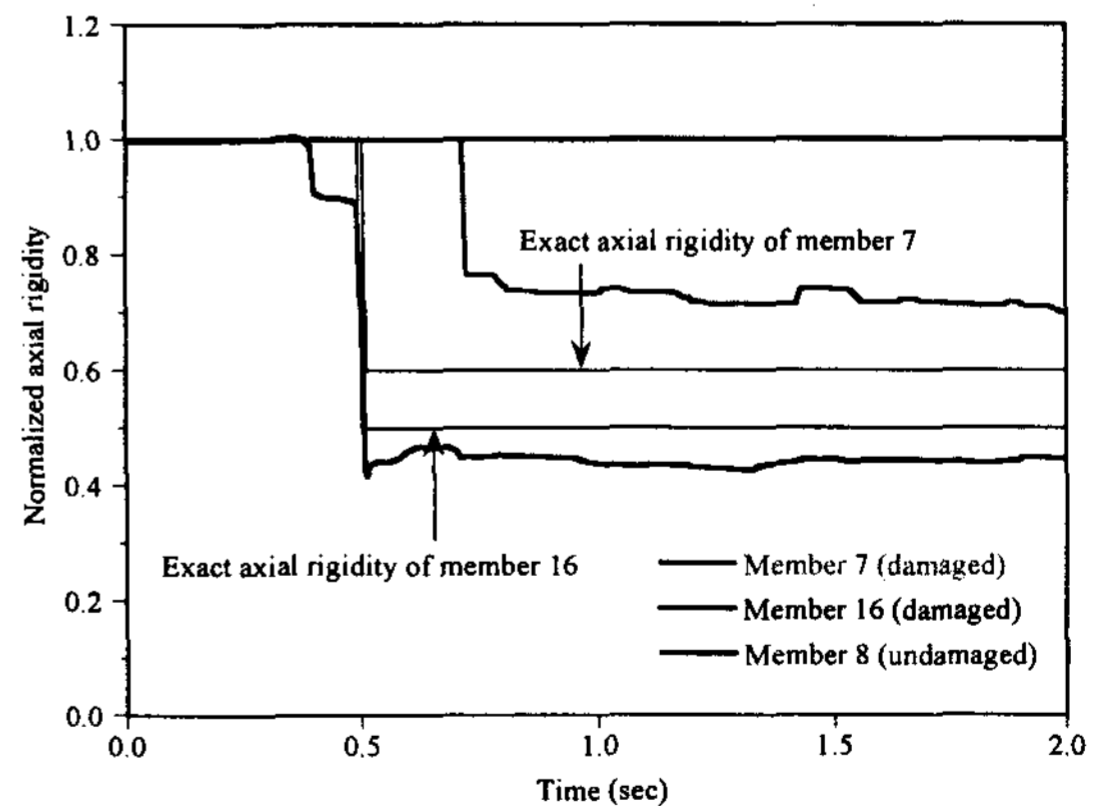


그림 5. Variation of stiffness properties of members

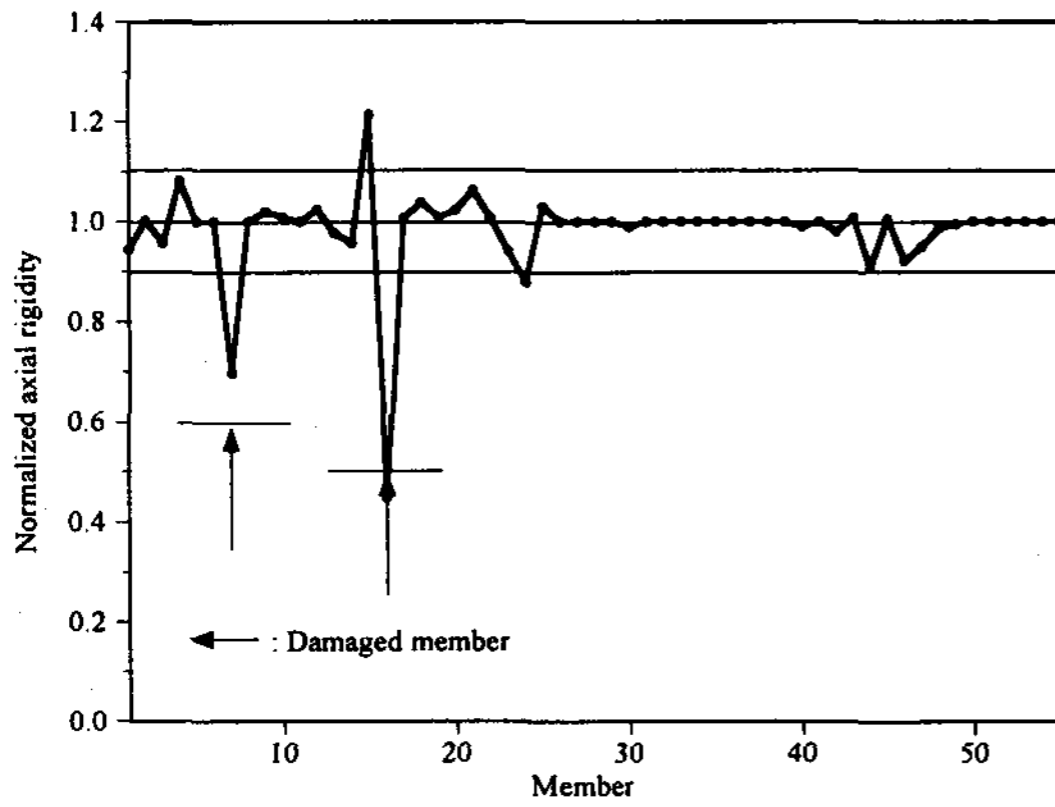


그림 6 : Stiffness properties at the final timestep

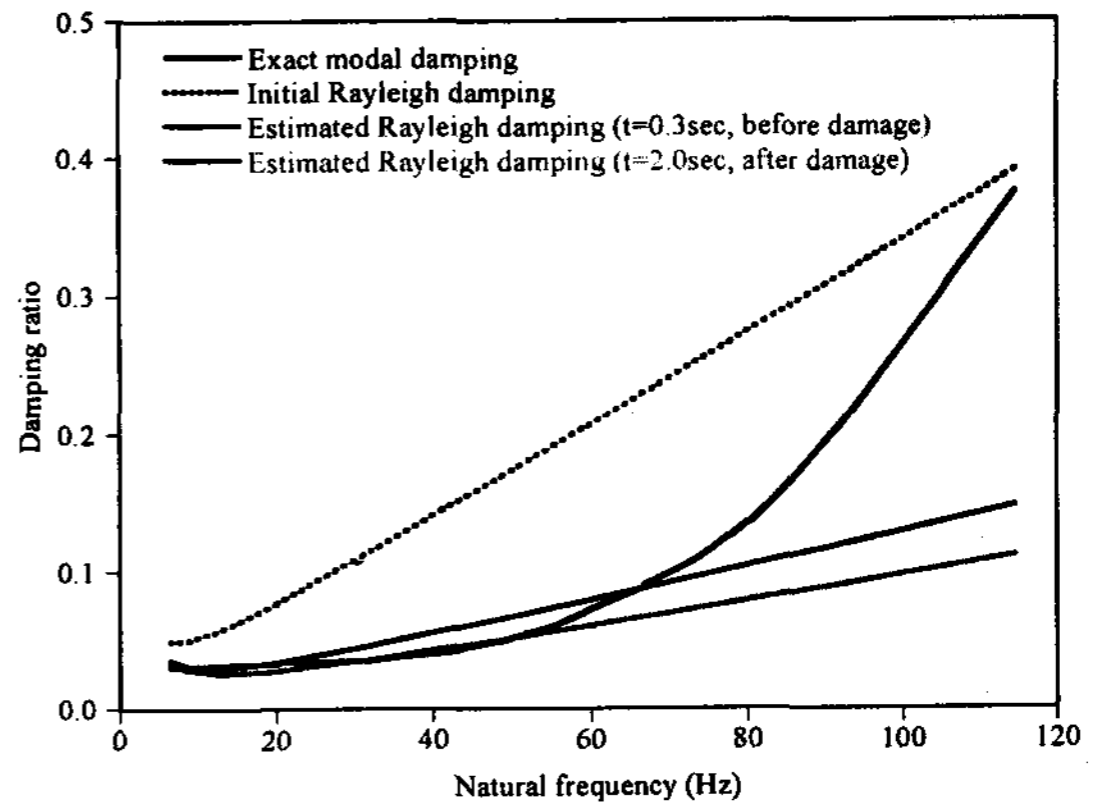


그림 7 : Estimated damping properties

4. 결론

측정 가속도를 이용하는 시간 영역에서의 SI 기법을 제안하였다. 구조물의 강성변수 뿐만 아니라 감쇠변수 까지도 시스템 변수에 포함되어 SI를 수행하였다. 일정한 시간내에서의 측정 가속도와 계산 가속도간의 최소 자승오차를 오차함수로 사용하였으며, SI 문제의 불안정을 제거하기 위하여 안정화 기법을 도입하였다. 시간에 따른 시스템 변수의 변화를 추정하기 위하여 Time Windowing Technique을 제안하였다. 역해석 기법의 불안정성을 제거하기 위한 정규화 기법으로는 L_1 -Regularization을 사용하였다. 구조물의 감쇠 특성은 Rayleigh 감쇠로 근사하였다. 실제의 지진가속도를 이용한 수치 해석 예제에서 적절한 손상탐지를 하였고, 손상의 발생시점 추정도 적절히 수행되었다. 그리고 추정된 감쇠 특성 또한 실제의 감쇠 특성을 잘 근사화하는 것을 알 수 있었다.

참고문헌

1. I. H. Yeo, S. B. Shin, H. S. Lee and S. P. Chang, "Statistical damage assessment of framed structures from static responses," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 126, No. 4, 2000, pp. 414-421.
2. Z. Y. Shi, S. S. Law and L. M. Zhang, , "Damage localization by directly using incomplete mode shapes", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 126, No. 6, 2000, pp. 656-660.
3. F. Vestouni and D. Capecchi, "Damage detection in beam structures based on frequency measurements", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 126, No. 7, 2000, pp. 761-768.
4. J. S. Kang, I. H. Yeo, and H. S. Lee, "Structural damage detection algorithm from measured acceleration", *Proceeding of KEERC-MAE Joint Seminar on Risk Mitigation for Regions of Moderate Seismicity*, 2001, pp. 79-86.
5. P. C. Hansen, *Rank-deficient and discrete ill-posed problems : Numerical aspects of linear inversion*, SIAM, Philadelphia, 1998.
6. P. C. Hansen and K. Mosegaard, "Piecewise polynomial solutions without a priori break points", *Numerical Linear Algebra with Applications*, Vol. 3, 1996, 513-524.
7. A. K. Chopra, *Dynamics of Structures (theory and applications to earthquake engineering)*, Prentice Hall, 1995.