

응답의 피크분포에 기초한 마찰감쇠기의 등가선형화

Equivalent linearization of friction damper and brace system based on peak distribution

박지훈*
Ji-Hun Park

민경원**
Kyung-Won Min

문병욱***
Byoung-Wook Moon

ABSTRACT

An equivalent linearization technique based on Rayleigh peak distribution for friction damper and brace system (FDBS) under stochastic excitation is proposed. For verification, shaking table test of a small scale 3-story building model with the FDBS is conducted for various slip moment levels. Using experimental result, equivalent linearization of the FDBS is conducted based on Rayleigh peak distribution, which is compared with measured peak distribution. For comparative study, model updating technique is applied based on identified modal properties. Finally, complex modal analysis and time history analysis for the obtained equivalent linear systems are conducted and compared with experimental result.

1. 서론

건축, 토목 분야에서도 제진을 목적으로 다양한 감쇠장치가 개발되어 실제 적용이 점차 증가하고 있는 추세이다 (Soong and Dargush 1997). 감쇠장치는 일반적으로 속도의존형과 변위의존형으로 구분되어진다. 이런 두가지 방법 중에 변위의존형 감쇠장치는 이력거동에 의한 에너지소산을 통해 구조물의 동적응답을 저감한다. 변위의존형 감쇠장치의 일종인 마찰감쇠기는 에너지 소산 메커니즘이 간단하고 설치 및 제작이 단순한 이점을 가지고 있다. 일반적으로 마찰감쇠기는 반복하중에 대해 안정적인 이력거동을 보임이 실험적으로 검증되어 있다. 또한 볼트를 통해 마찰면에 조임력(clamping force)를 가해주는 경우 볼트에 가해진 토크(torque)와 조임력이 선형관계를 가지므로 적절한 토크를 가해 줌으로써 요구되는 최대마찰력을 쉽게 조절할 수 있다. 또한, 가새의 좌굴방지를 위한 대안으로 다양한 형태의 마찰감쇠기 설치 방법이 개발되었다(Filiatrault and Cherry

* 단국대학교 내진리모델링센터, 연구전임강사

** 단국대학교 건축공학과, 부교수

*** 단국대학교 건축공학과, 석사과정

1990, Mualla and Belev 2002). 그러나 마찰감쇠기는 힘-변위관계가 강한 비선형성을 가지고 있어 구조해석 및 설계를 용이하게 할 수 있는 등가선형시스템의 필요성이 대두된다. 특히 마찰감쇠기의 거동은 슬립(slip)과 잠김(lock) 상태가 교대로 나타나며 전체 거동에서 각각의 상태가 차지하는 비중에 따라서 특성이 달라지므로 따라서 지진과 바람과 같은 무작위적 특성을 가진 하중에 대한 거동의 등가선형화에 있어서 확률통계적인 접근이 필요하다.

본 논문에서는 설치용 가새의 강성을 고려하여 마찰감쇠기-가새 시스템의 등가 선형화 기법을 제안한다. 이 방법은 마찰감쇠기-가새 시스템의 변형의 피크 분포를 Rayleigh 분포로 가정하여 유효강성과 유효감쇠를 계산한다. 실험적 검증을 위하여 회전형 마찰감쇠기를 설치한 3층 건물모형을 대상으로 진동대 실험을 수행하였으며 제안된 등가선형화 기법을 시스템 식별 및 모델갱신 기법과 비교한다.

2. 마찰감쇠기-가새 시스템의 등가선형화

충분히 큰 가새강성을 가진 마찰감쇠기-가새 시스템은 Coulomb 감쇠에 의해 모델링할 수 있다. 그러나 구조물에 비하여 작은 가새강성을 가지는 마찰감쇠기-가새 시스템은 초기 강성을 갖는 완전탄소성 시스템으로 모델링 할 수 있다(그림 1). 완전탄소성 시스템의 거동은 변형과 변형속도 두 변수에 의존한다. 따라서 마찰감쇠기-가새 시스템의 등가선형 시스템은 등가강성과 등가감쇠를 모두 가진다. 이 가운데 등가강성은 최대 변위의 할선강성으로 정의하고, 등가강성에 상응하는 등가 감쇠는 1사이클 동안 소산된 에너지로 정의할 수 있다(Comartin et al. 1996).

이 때 중요한 문제는 최대변위를 예측하는 방법이다. 본 연구에서는 정상상태의 가우스분포 백색잡음을 가진 데이터를 사용하였다. 구조물은 비선형성을 갖는 마찰감쇠기-가새 시스템이 설치되어 있지만 전체적인 거동이 선형에 가깝다고 가정한다. 따라서 Gauss 분포를 갖는 정상적(stationary) 백색잡음에 대한 구조물의 응답은 역시 정상상태의 Gauss 분포를 갖는 확률과정인 것으로 가정할 수 있다. 또한 대상구조물의 불규칙 가진입력에 대한 응답은 감쇠가 크지 않은 최저차 모드의 성분이 지배적인 협대역 확률과정인 것으로 가정한다. 따라서 마찰감쇠기-가새 시스템의 변형은 다음과 같이 정의되는 Rayleigh 분포에 가까운 피크 분포를 갖는다.

$$P(x_p) = \frac{x_p}{\sigma_x^2} \exp\left(-\frac{x_p^2}{2\sigma_x^2}\right) \cdot U(x_p) \quad (1)$$

여기서 x_p 는 상대변위 x 의 피크, σ_x 는 x 의 표준편차, $U(\cdot)$ 는 단위계단함수이다. 상기 확률분포식에 기초하여 마찰감쇠기-가새 시스템의 평균등가강성 및 평균등가감쇠는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$k_{eq} = \int_0^\infty \frac{f_s}{x_s} P(x_p) dx_p + \int_{x_p}^\infty \frac{f_s}{x_p} P(x_p) dx_p \quad (2)$$

$$c_{eq} = \frac{1}{\omega_n} \int_{x_s}^\infty \frac{4(x_p - x_s)f_s}{\pi x_p^2} P(x_p) dx_p \quad (3)$$

여기서 $f(\cdot)$ 는 그림1과 같은 완전탄소성 이력법칙에 의해서 결정되는 마찰형 보강기구 시스템의 부재력이며 x_s 는 마찰형 보강기구의 슬립모멘트이다.

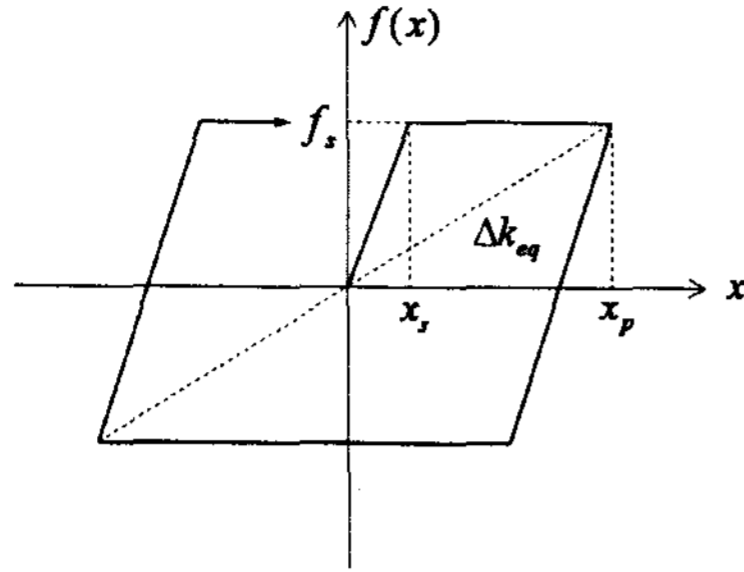


그림 1. 반복하중을 받는 완전탄소성 모델

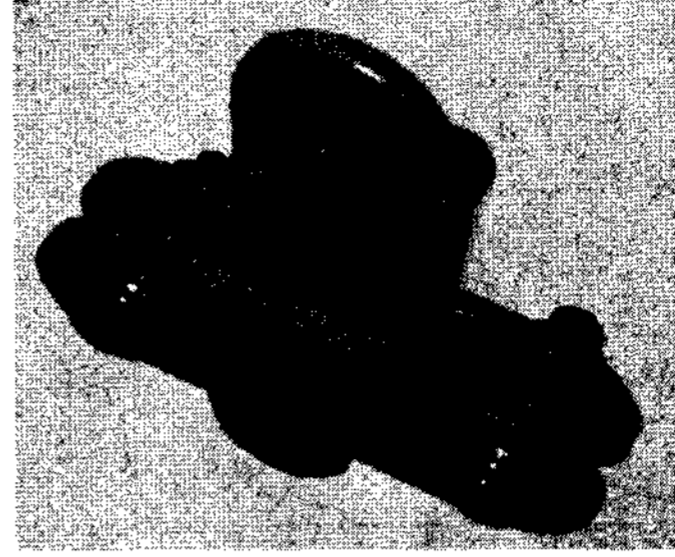


그림 2 실험에 사용된 마찰형 감쇠기

3. 시스템식별에 기초한 모델갱신

3.1 시스템 식별

실험적으로 등가선형 시스템을 얻는 한 방법으로서 진동대 실험에 기초한 시스템 식별이 있다. 시스템 식별은 구조물의 입출력 관계를 나타내는 시스템 행렬을 구성하는 것을 말하며 시스템 행렬은 일반적으로 상태방정식 형태의 수학적 모델을 구성하는 행렬이다. 그러나 구조물에 설치된 보강기구의 성능을 평가하기 위해서는 직접적으로 보강기구의 물리적인 정보를 제공할 수 있는 운동방정식 형태의 수학적 모델을 구성하는 것이 보다 적절하다. 본 연구에서는 Li와 Reinhorn의 연구를 바탕으로 하여 구조물의 전달함수로부터 고유진동수, 모드감쇠비, 모드형상을 추출하고 이에 기초하여 다음 식을 이용하여 강성 및 감쇠행렬을 구성하였다.

$$K = M\Phi\Omega\Phi^T M \quad (4)$$

$$C = M\Phi\Lambda\Phi^T M \quad (5)$$

여기서 M 은 질량행렬 Φ 는 질량에 대해 정규화된 모드 형상 행렬이며 Λ 및 Ω 는 각 모드의 고유진동수 및 감쇠비에 의해 결정되는 대각 행렬이다.

3.2 모델갱신

시스템식별에 의해서 구해진 강성 및 감쇠행렬은 순수하게 측정결과로부터 얻어진 것으로서 실제 부재의 연결구조에 대한 물리적 정보는 제공하지 못한다. 따라서 보강기구에 의해 국부적으로 발생하는 강성 및 감쇠의 변화에 대한 정보를 얻을 수 없다. 또한 고전적 감쇠를 가정하고 있다는 점에서 감쇠기가 설치된 실제 구조물과 괴리가 있을 수 있다. 이와 같은 문제점을 해결 하기 위해

서 시스템 식별 결과로부터 얻어진 고유진동수 및 모드감쇠비에 기초하여 대응되는 유한요소 모델의 특정 부분에 위치한 요소의 강성 및 감쇠의 변화량을 구할 수 있으며 결과적으로 본 연구에서와 같이 국부적으로 설치된 감쇠기의 특성을 효과적으로 파악할 수 있다. 먼저 고유진동수 및 감쇠비에 관한 오차함수를 요소강성 및 요소감쇠의 함수로서 정의하면 다음과 같다.

$$g_k(k) = \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_i - \omega_i^2 \quad (6)$$

$$g_c(c) = \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{C} \boldsymbol{\varphi}_i - 2\xi_i \omega_i \quad (7)$$

여기서 k 는 갱신할 요소강성, K 는 강성행렬, C 는 감쇠행렬, $\boldsymbol{\varphi}_i$ 는 i 번째 모드형상, ω_i 는 i 번째 목표고유진동수, ξ_i 는 i 번째 모드감쇠비이다. 요소강성 및 요소감쇠의 증분에 의한 오차함수의 증분이 각각의 오차를 0으로 만든다고 가정하면 요소강성 및 요소감쇠의 증분은 다음과 같다.

$$\Delta k = -\left\{ g_k(k) + 2(\Delta \boldsymbol{\varphi}_i)^T \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_i \right\} \left(\boldsymbol{\varphi}_i^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial k} \boldsymbol{\varphi}_i \right)^{-1} \quad (8)$$

$$\Delta c = -\left\{ g_c(c) + 2(\Delta \boldsymbol{\varphi}_i)^T \mathbf{C} \boldsymbol{\varphi}_i \right\} \left(\boldsymbol{\varphi}_i^T \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial c} \boldsymbol{\varphi}_i \right)^{-1} \quad (9)$$

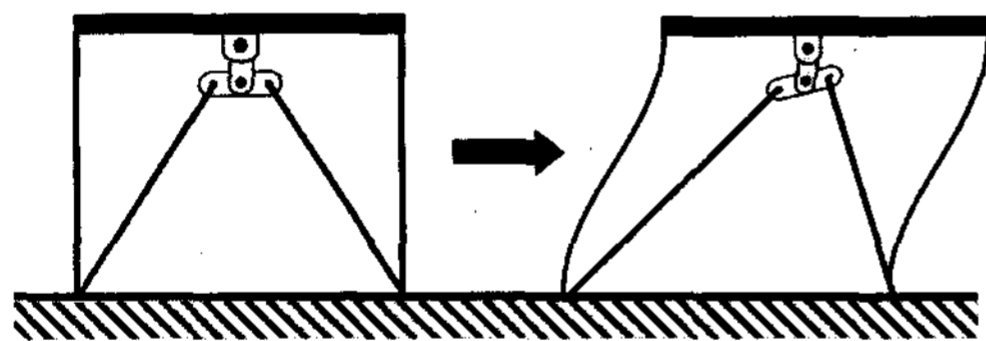


그림 3. 마찰감쇠기-가새 시스템의 형상과 거동

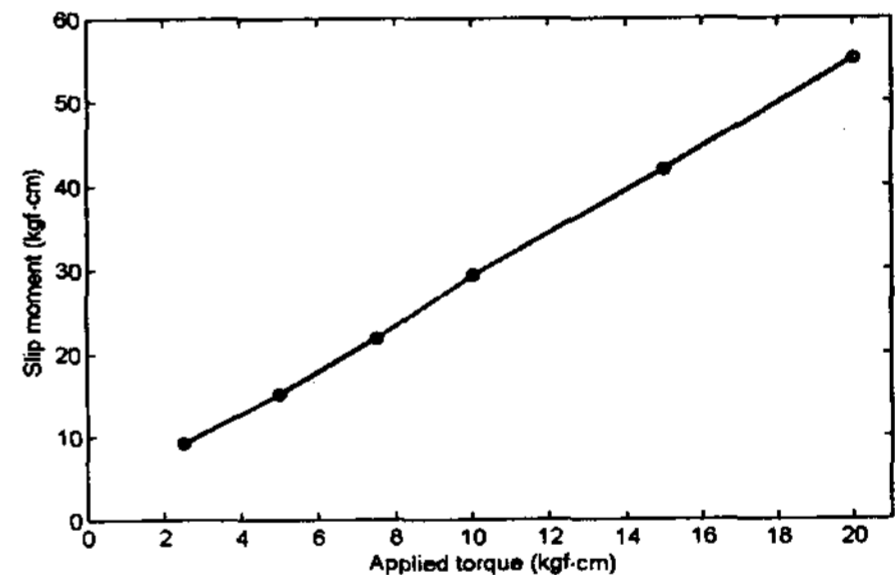


그림 4. 회전형 마찰감쇠기의 슬립모멘트와 토크의 관계

5. 실험 결과

단국대학교 동역학 연구실의 진동대 실험실을 이용하여 다음과 같이 실험 하였다. 축소모형의 구조물은 3층의 1경간 철골조 구조로서 마찰형 보강기구는 1층에만 설치하였으며 구조물의 응답 측정은 진동대 바닥판 및 구조물의 각 층에 설치된 가속도계를 통해 이루어졌다. 실험에 사용된 마찰감쇠기는 DAMPTECH사에서 개발된 회전형 마찰감쇠기를 원형으로하고 있으며 그림2와 같이 2개의 수평 강판과 1개의 수직 강판 사이에 마찰패드를 2개를 삽입하고 볼트와 너트로 조립하였다. 그림3은 마찰감쇠기-가새 시스템의 거동을 나타내고 있으며 가새에는 인장력만 작용하게 된다. 본연구에 적용된 회전형 마찰감쇠기의 슬립모멘트는 마찰감쇠기-가새 시스템의 성능을 결정하

는 중요한 요소이며 이론적으로는 조임력을 가해주기 위해 볼트에 가해주는 토크의 크기에 선형 비례한다. 본 연구에서는 실험을 통해 슬립모멘트와 토크 사이의 관계를 구하였으며 그림4와 같이 선형비례 관계에 가깝다. 토크의 영향을 고려하기위해 4가지 케이스로 구분하여 실험을 수행하였으며 A는 마찰감쇠기-가새 시스템을 설치하지 않은 경우이고 B, C, D는 마찰감쇠기-가새 시스템을 설치한 경우이다. 후자의 경우에 토크는 각각 5, 10, 15 kgf·cm이다.

5.1 시스템식별

실험을 통해 얻어진 각 층의 변위 전달함수는 그림 6과 같고 고유진동수 및 감쇠비의 변화는 표 1과 같다. 가속도 전달함수에서는 고차모드의 영향이 크지만 변위 전달함수에서는 보강기구 설치 전후에 모두 1차 모드가 지배적인 구조물임을 알 수 있다. 특히 보강기구가 설치되면서 감쇠비와 고유진동수가 모두 증가하는 것을 볼 수 있다. 특히 조임력이 증가함에 따라 전달함수가 일정한 형태로 수렴함을 관찰할 수 있으며 결과적으로 고유진동수와 감쇠비도 수렴하게 된다. 이는 조임력의 증가로 인해 슬립의 발생이 감소하는데 따른 것으로 보인다.

표 1 시스템식별에 의한 고유진동수 및 모드 감쇠비

Applied torque (kgf·cm)	Natural frequency (Hz)			Modal damping ratio (%)		
	1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd
No damper	2.52	7.00	10.48	1.02	0.69	0.45
5	3.08	8.97	11.13	4.24	3.74	4.71
10	3.08	8.80	11.16	2.65	2.90	4.07
15	3.08	8.84	11.29	2.43	2.62	3.84

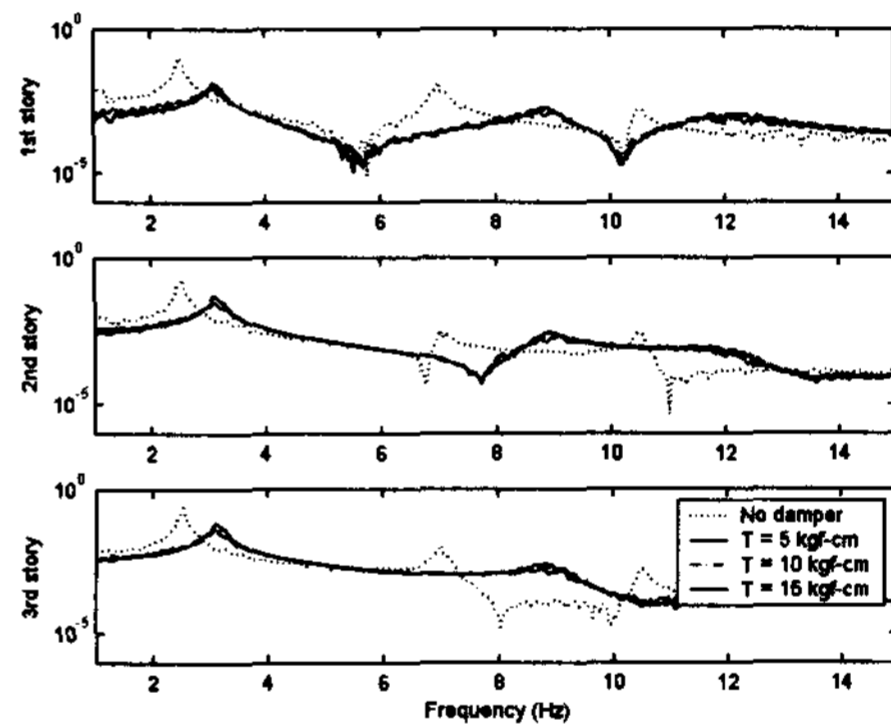


그림 6. 각 층 상대변위 전달함수

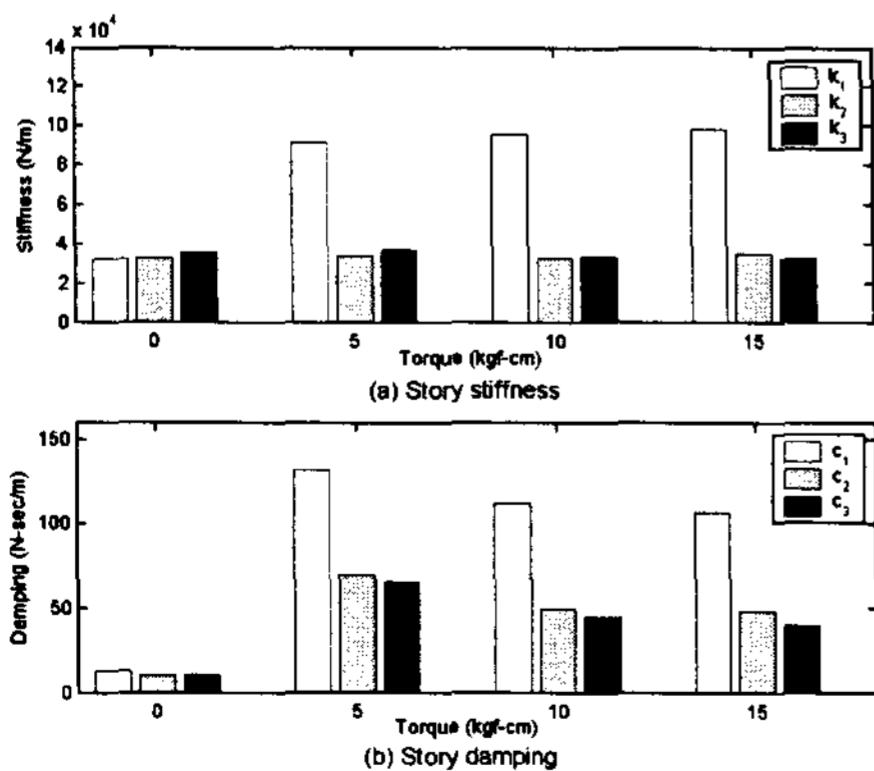


그림 7. 시스템 식별로부터 얻어진 층강성 및 감쇠

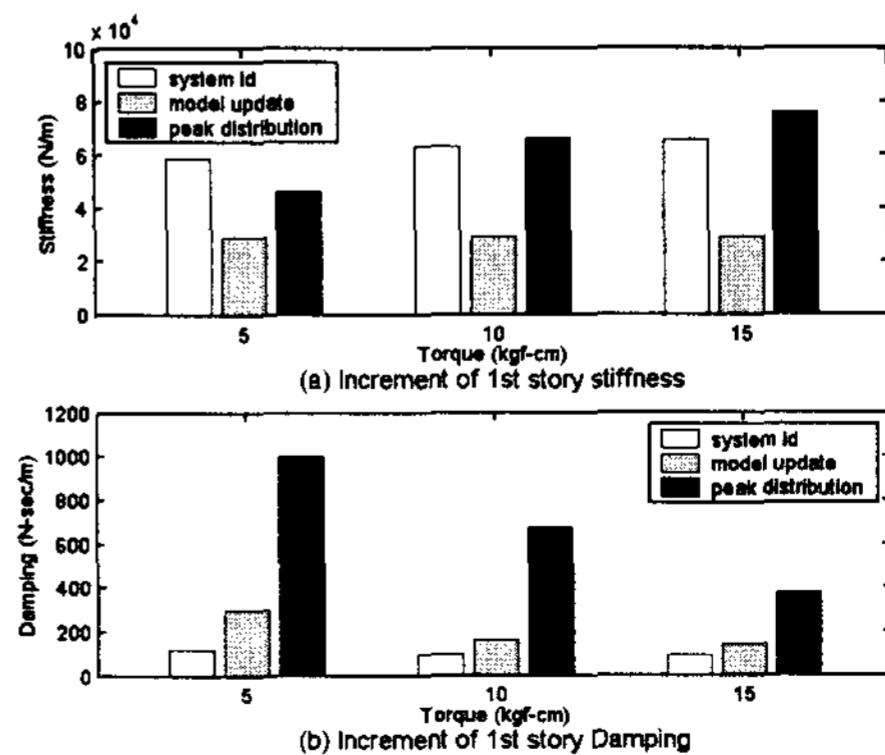


그림 8. 감쇠기 설치로 인한 1층 강성 및 감쇠의 증가량

각각의 시스템 식별결과로부터 식(4)과 식(5)에 이용하여 강성과 감쇠 행렬을 구하였으며 이로

부터 층 강성 및 감쇠를 추출하여 그림 7에 나타내었다. 구조물의 1층에만 보강기구가 설치되었으므로 물리적으로는 1층의 층 강성 및 감쇠에만 변화가 있어야 한다. 강성의 경우에는 1층의 강성 증가량에 비해 2층 및 3층의 층강성 변화는 미미하였다. 반면에 감쇠의 경우에는 2층 및 3층에서도 상당한 감쇠의 변화가 발생하였으며 특기할 만한 것은 보강기구가 설치된 1층에 인접한 2층보다도 3층의 감쇠 변화량이 더 크다. 이와 같은 현상은 크게 두 가지 원인이 있는 것으로 추정된다. 첫 번째는 보강기구가 1층에만 설치되어 감쇠행렬이 비고전적 감쇠를 갖고 따라서 모드의 직교성을 상실하여 이로부터 구해진 강성 및 감쇠행렬의 오차가 크다는 것이다. 두 번째는 보강기구에 의한 에너지 소산이 변위의존적이기 때문에 이를 속도의존성만을 갖는 점성감쇠로 표현하는데 있어서 오차가 발생한다고 할 수 있다.

5.2 모델갱신

보강기구가 설치되기 전의 구조물은 표 1에서 볼 수 있듯이 감쇠가 작은 선형탄성 구조물이기 때문에 모드의 직교성을 가정하여 강성 및 감쇠 행렬을 구하여도 충분한 정확성을 확보할 수 있다. 따라서 보강기구가 설치되기 전의 구조물의 강성 및 감쇠 행렬은 정확한 것으로 가정하고 이를 갱신한다. 감쇠가 1층에만 설치되었으므로 식(8) 및 (9)에 포함된 강성행렬의 등가강성에 대한 변화율 및 감쇠행렬의 등가감쇠에 대한 변화율은 다음 식과 같다.

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial k_{eq}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial c_{eq}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

1차 모드의 고유진동수 및 모드감쇠비를 기초로 식 (8) 및 (9)를 사용해서 얻은 1층의 강성 및 감쇠 증가량은 각각 그림 8과 같다. 1차 모드의 고유진동수 및 모드형상의 변화량은 보강기구에 가해진 토크에 관계없이 거의 유사하므로 강성의 증가량은 거의 동일하다. 반면에 1차 모드의 감쇠비는 토크가 5 kgf·cm인 경우에 가장 크므로 계산된 감쇠 증가량도 이 경우에 가장 크다. 특히 강성 및 감쇠의 증가량이 시스템식별 결과에 의한 증가량과 큰 차이를 보이므로 비고전적 감쇠를 갖는 구조물에서는 모드의 직교성에 기초한 감쇠행렬이 큰 오차를 가짐을 확인할 수 있다.

5.3 변형의 피크분포에 기초한 등가선형화

피크변위 확률분포에 기초한 등가 선형화를 결정짓는 파라미터는 회전 마찰형 보강기구 시스템의 항복강도 및 초기 강성과 보강기구가 설치된 층의 층간변위 표준편차이다. 항복강도는 실험적으로 구해진 슬립모멘트-토크 관계(그림 4)를 이용하여 산정하였다. 초기강성은 토크렌치에 의해 보강기구에 가해 주는 토크를 조절하여 보강기구에 슬립이 일어나지 않은 경우의 1층 강성과 보강기구가 설치되지 않은 경우의 1층 강성의 차이로 산정하였다. 층간변위의 표준편차는 층간 가속도를 적분하여 얻어진 층간변위 시간이력으로부터 계산하였다. 실험을 통해 얻어진 층간변위의 통

계적 피크분포는 그림 9과 같으며 Rayleigh 분포와 비교적 비슷한 양상을 보이고 있다. 그러나 실험에 의한 피크분포의 경우에는 Rayleigh 분포에 비해 낮은 피크레벨의 분포도가 큰 편이다. 수식 (2)와 (3)를 이용하여 등가선형화한 강성과 감쇠를 그림 10에 나타냈다. 여기서 알 수 있듯이 토크가 클수록 등가선형 강성은 증가하고 등가선형 감쇠는 감소한다.

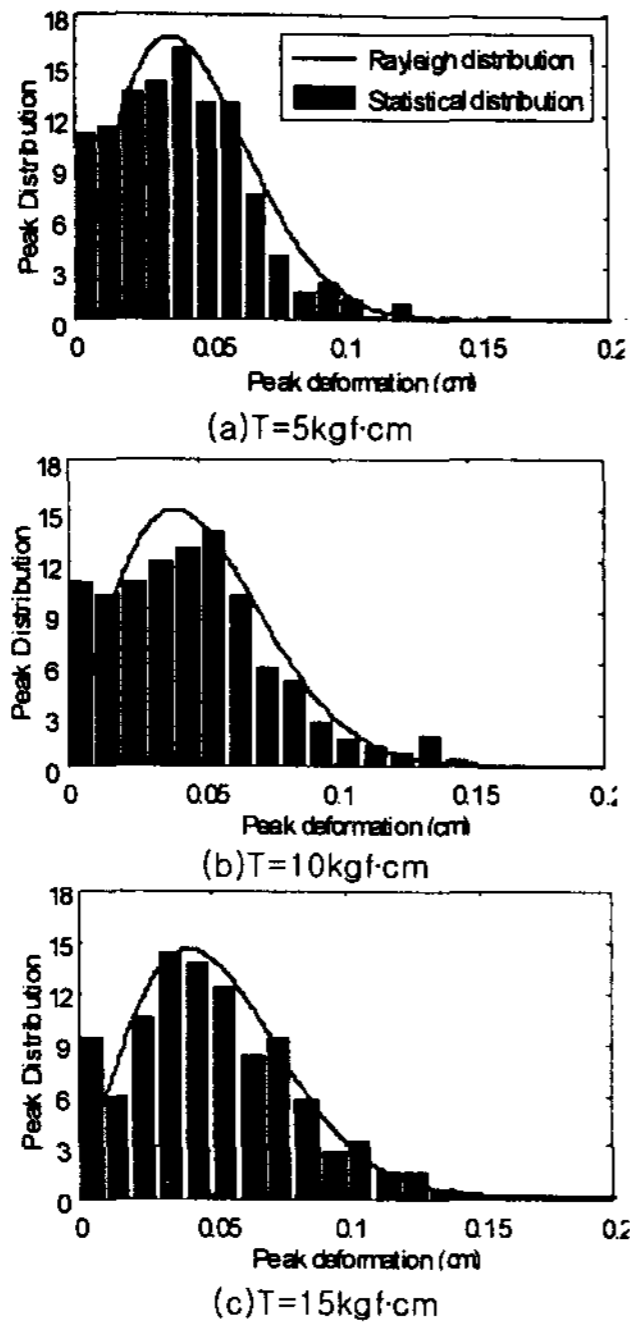


그림 9. 마찰감쇠기-가새 시스템 변형의 피크분포

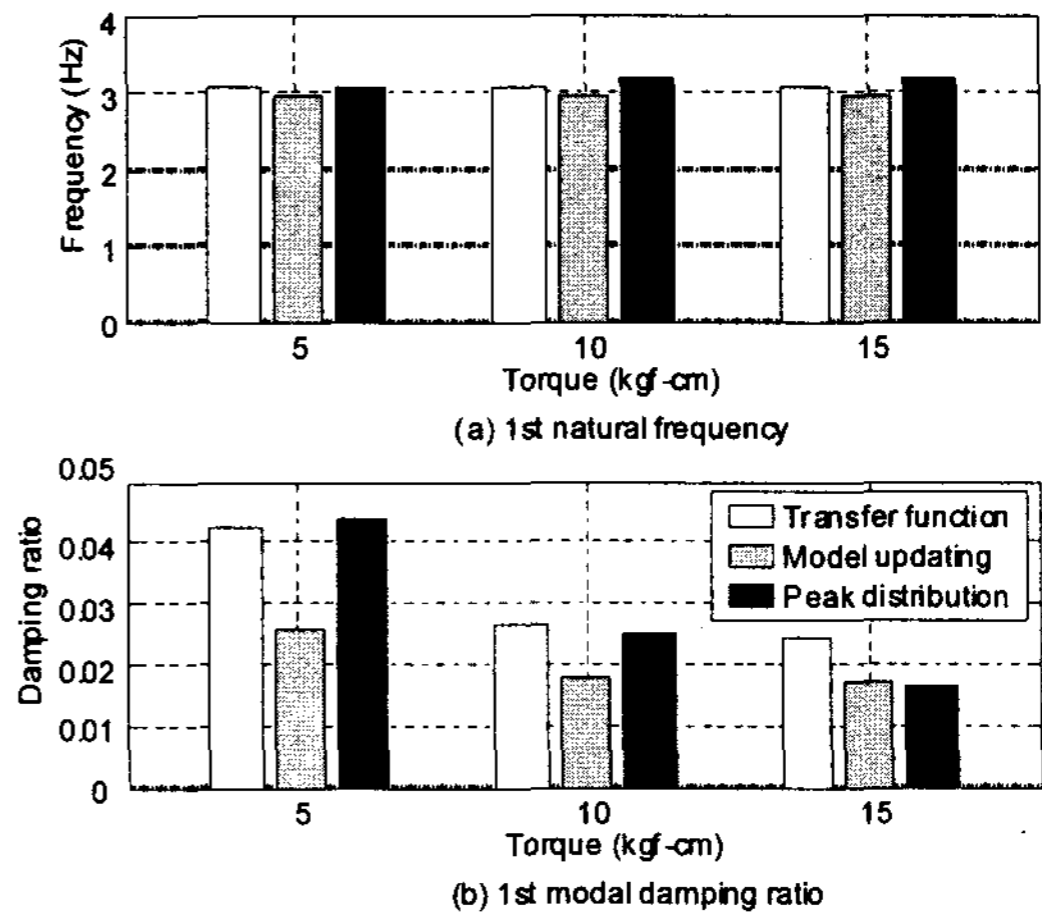


그림 10. 1차모드 고유주기와 감쇠비

5.4 등가선형 시스템의 평가

모델갱신 및 피크변위 확률분포에 의한 선형화 결과가 서로 상당한 차이를 보이기 때문에 각각의 정확성을 평가할 필요가 있다. 먼저 각각의 방법으로부터 구해진 등가선형 모델들의 1차 모드 고유진동수와 감쇠비를 복소모드해석을 통해 계산한 뒤 그림 6의 전달함수로부터 구해진 값과 비교하였다 (그림 10). 고유진동수의 경우에는 두 가지 방법이 모두 유사한 정확도를 보유하고 있으나 모드감쇠비의 경우에는 모델갱신이 30~40% 정도의 오차를 보인다. 이는 감쇠행렬에 있어서 모드의 직교성이 파괴되기 때문인 것으로 판단된다. 따라서 비고전적 감쇠를 고려하여 상태방정식에 기초한 모델 갱신을 수행할 필요가 있을 것으로 보인다. 반면에 이선형 시스템의 피크분포에 기초해서 구해진 모델은 상대적으로 높은 정확도를 보여준다. 그러나 이 가운데 토크치가 가장 큰 15 kgf·cm에 대해서는 상대적으로 오차가 큰 편인데 운동상태에서는 조임력을 증가시켜도 그림 4에 나타낸 만큼 충분히 슬립모멘트가 증가하지 않기 때문인 것으로 보인다.

두 번째로는 등가선형 시스템의 시간이력 해석을 수행하여 마찰감쇠기-가새 시스템의 RMS 및 최대 변형을 실험치와 비교하였다 (표 2 및 3). 표 2에서 나타난 것처럼 피크분포에 기초한 등가선형 시스템은 RMS응답이 실험치와 잘 일치 하는 것을 볼 수 있다. 반면에 최대변위를 비교하면 등가 선형 시스템의 오차는 좀 더 증가하는 경향을 볼 수 있으며 좀 더 많은 실험결과와 비교한

다면 오차의 평균치는 낮아질 수 있을 것으로 예상된다. 반면에 모델갱신의 경우에는 오차가 훨씬 크기 때문에 응답을 예측하기에 부적절한 것으로 판단된다.

표 2 마찰감쇠기가새 시스템의 RMS 변형 (괄호는 오차율백분율)

Torque (kgf-cm)	Experiment (cm)	Equivalent linear system (cm)	
		Model updating	Peak distribution
5	0.0363	0.0691 (-90.5)	0.0379 (-4.6)
10	0.0403	0.0848 (-110.6)	0.0398 (1.2)
15	0.0419	0.0866 (-106.8)	0.0448 (-6.9)

표 3 마찰감쇠기가새 시스템의 최대 변형 (괄호는 오차율백분율)

Torque (kgf-cm)	Experiment (cm)	Equivalent linear system (cm)	
		Model updating	Peak distribution
5	0.156	0.239 (-53.7)	0.126 (19.1)
10	0.149	0.287 (-92.2)	0.130 (13.0)
15	0.149	0.286 (-92.5)	0.139 (6.5)

5. 결 론

본 논문은 피크분포에 기반한 등가선형화 기법을 제시하고 시스템 식별에 기초한 모델갱신 방법과 비교하였다. 마찰형감쇠기-가새 시스템을 구조물에 설치하면 고유진동수가 증가하지만 조임력을 부과하기 위한 토크의 크기에는 민감하지 않았다. 비교전적 감쇠의 영향으로 인해 모델갱신 방법은 큰 오차를 보였으며, 그에 비해 피크분포에 기초한 등가선형화 기법은 상대적으로 우수한 감쇠비의 예측결과를 보여준다. 또한 시간이력 해석을 통한 RMS 및 최대 응답의 비교에서도 모델갱신 방법보다 피크 분포에 기초한 등가선형화의 결과가 실험결과와 비교적 잘 일치하는 것으로 확인되었다.

감사의 글

본 연구는 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁시행한 2004년도 건설핵심기술연구개발사업(03산학연C103A2000010-03A0200-00910)에 의한 것으로서 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- Comartin, C. D., Niewiarowski, R., W., Rojahn, C. 1996. *Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings, Report ATC-40*. Applied Technology Council.
- Filiatrault A., Cherry S. 1990. Seismic design spectra for friction-damped structures. *Journal of Structural Engineering*. Vol. 116: 1334-1355.
- Li, C., Reinhorn, A. M. 1995. *Experimental and Analytical Investigation of Seismic Retrofit of Structures with Supplemental Damping: Part II - Friction Devices, Technical Report, NCEER-95-0009*. National Center for Earthquake Engineering Research.
- Lutes, L. D., Sarkani, S. 1997. *Stochastic Analysis of Structural and Mechanical Vibrations*, New Jersey: Prentice Hall.
- Mualla, I. H., Belev, B. 2002. *Performance of steel frames with a new friction damper device under earthquake excitation. Engineering Structures*. Vol. 24. 365-371.
- Park, J. C., Jung, J. C., Song, J. B., and Nam Gung, J. G. 2001. *Mechanical Design*, Seoul: Chung-Moon-Gak.
- Soong, T. T. and Dargush, G. F. 1997. *Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering*. John Wiley & Sons.