

교량구조물의 지진응답에 대한 등가단자유도 방법의 영향

Effect of Equivalent SDOF Methods for Seismic Evaluation of Bridge Structures

남왕현* 송종걸** 정영화***
Nam, Wang Hyun Song, Jong Keol Chung, Yeong Hwa

ABSTRACT

The capacity spectrum method(CSM) can be used for the evaluation of inelastic maximum response of structures and has been recently used in the seismic design using the incorporation of pushover analysis and response spectrum method. To efficiently evaluate seismic performance of multi-degree-of freedom(MDOF) bridge structures, it is important that the equivalent response of MDOF bridge structures be calculated. In this study to calculate the equivalent response of MDOF system, equivalent responses are obtained by the using Song method, N2 method and Calvi method. Also, these are applied the CSM method and seismic performance of bridge according to the ESDOF method are compared and evaluated.

1. 서론

최근 들어 구조물의 내진성능 평가기법으로 널리 사용되고 있는 역량스펙트럼 방법은 구조물의 비탄성 변형능력을 나타내는 역량곡선(capacity curve)과 탄성응답스펙트럼의 요구도 곡선(demand curve)을 하나의 그래프에 나타내어 구조물의 비탄성 최대변위를 나타내는 성능점(performance point)을 구하는 방법이다.

역량스펙트럼 방법은 비탄성 정적해석을 통하여 구조물의 힘-변위 관계인 역량곡선을 구조시스템을 대표하는 하나의 곡선으로 구하여야 하기 때문에 다자유도 구조계의 비탄성 지진응답들로부터 시스템을 대표하는 하나의 지진응답을 산정하는 방법이 필요하다. 빌딩구조물에 대하여 시스템 지진응답을 산정하여 역량스펙트럼 방법을 적용한 연구는 다수 있으나 교량의 경우에는 적용 예가 드문 실정이다. 본 연구의 목적은 등가단자유도 치환방법에 따른 다자유도 교량구조물의 내진성능을 ATC-40에서 제시한 역량스펙트럼 방법(CSM)을 이용하여 정확성을 검증하며, 각 방법의 특성을 비교 분석하는 것이다. 이를 위해, 다자유도 교량구조물의 지진응답들로부터 구조시스템을 대표하는 하나의 지진응답을 산정하는 방법인 Fajfar가 제안한

* 정회원, 강원대학교 토목공학과 박사수료

** 정회원, 강원대학교 토목공학과 조교수

*** 정회원, 강원대학교 토목공학과 교수

N2 method, 에너지 개념을 도입한 Calvi가 제안한 방법 그리고 본 연구에서 사용된 S1, S2 방법 등 4 개의 등가단자유도 치환 방법을 이용하여 각 방법에 따른 등가응답을 산정하였다. 역량스펙트럼방법에서 사용되는 요구도 곡선인 응답스펙트럼은 탄성응답스펙트럼으로부터 감소계수-연성도-주기($R_{\mu}-\mu-T$)관계를 이용하여 비탄성 응답스펙트럼을 작성하여 적용하였다. 각 방법의 정확성은 역량스펙트럼방법의 결과와 10 종류의 인공지진 파형에 대한 비탄성 시간이력해석 결과의 평균값과 비교하여 평가하였다.

2. 등가단자유도 방법

2.1 N2 방법

다자유도 교량구조물의 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M \ddot{X} + R(X) = -M1\ddot{x}_g \quad (1)$$

여기서, X 와 $R(X)$ 는 변위와 내부 하중을 나타내는 벡터이다. M 은 질량행렬, 1 은 단위벡터이다. 변위형상 ψ 는 구조물에 지진하중이 작용하더라도 변하지 않는 상수벡터라고 가정한다. 변형형상 ψ 를 이용하면 변위벡터 X 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$X = \psi u_i \quad (2)$$

여기서, u_i 는 최대 변위가 발생하는 특성점에서의 변위이다. 비탄성정적 해석에 사용한 횡하중 벡터 P 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P = pM\psi, \quad P_i = p m_i \psi_i \quad (3)$$

$$P = R(X) \quad (4)$$

여기서, p 는 특성점에서 정규화된 하중이며, m_i, ψ_i 는 각각 i 번째 교각에 작용하는 질량과 형상벡터를 나타낸다. 내부하중 $R(X)$ 는 정적으로 작용하는 외부하중 P 와 같다. 식(2), (3)을 식(1)에 대입하고 양변에 ψ^T 를 곱해주면 식(5)를 얻을 수 있다.

$$\psi^T M \psi \ddot{u}_i + \psi^T M \psi p = -\psi^T M 1 \ddot{x}_g \quad (5)$$

식(5)의 양변의 $\psi^T M 1$ 로 나눠주면, 다음과 같은 등가단자유도 방정식이 유도된다.

$$m \ddot{u}_i + r(u) = -m \ddot{x}_g \quad (6)$$

여기서, m 은 등가질량, $u(t)$ 와 $r(u)$ 는 등가단자유도 시스템의 등가변위와 등가하중을 나타낸다.

$$m = \psi^T M 1 = \sum m_i \psi_i \quad (7)$$

$$u(t) = c u_i \quad (8)$$

$$r(u) = c \sum P_i ; \sum P_i = \psi^T M 1 p = p \sum m_i \psi_i = p m \quad (9)$$

$$c = \frac{\psi^T M \psi}{\psi^T M 1} = \frac{\sum m_i \psi_i^2}{\sum m_i \psi_i} \quad (10)$$

여기서 상수 c 는 다자유도 시스템에서 단자유도 시스템으로 전환시켜주는 역할을 하는 값이다.

2.2 Calvi가 제안한 방법

Calvi는 에너지 개념을 도입하여 지진하중을 받는 다자유도 교량구조물 응답을 등가단자유도의 응답으로 전환하는 식을 제안하였다. 다자유도계의 변위응답은 일정한 값을 갖는 변형형상벡터와

등가단자유도계 응답으로 식(11)과 같이 표현할 수 있다. 또한 가속도의 응답도 변위응답과 같이 형상벡터에 의해 식(12)처럼 나타내었다.

$$\delta_i = c_i \delta_e \quad (11)$$

$$a_i = c_i a_e \quad (12)$$

여기서, δ_i , δ_e 는 각각 다자유도 교량의 변위응답, 등가의 단자유도 변위응답, c_i 는 교량구조물의 교축직각 방향의 횡방향 변형형상을 나타내는 형상벡터이다. a_i , a_e 는 다자유도 교량의 가속도응답과 등가단자유도계의 가속도응답을 나타낸다. 다자유도 교량과 등가단자유도계에 작용하는 모든 하중은 동일하므로 등가하중 p_e 와 등가질량 m_e 은 각각 식(13), (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$p_e = \sum_{i=1}^n p_i = \sum_{i=1}^n m_i a_i = a_e \sum_{i=1}^n m_i c_i \quad (13)$$

$$m_e = \sum_{i=1}^n m_i c_i \quad (14)$$

여기서, P_i , m_i 는 i 번째 교각에서의 전단력과 교각상부에 작용하는 질량을 나타낸다. 다자유도계의 하중은 등가단자유도계의 하중을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다. 식 (11)을 식 (15)에 대입하면 식 (16)과 같이 단순화된 식이 유도된다.

$$p_i = m_i a_i = m_i c_i a_e = p_e \frac{m_i c_i}{\sum_{k=1}^n m_k c_k} \quad (15)$$

$$p_i = p_e \frac{m_i \delta_i}{\sum_{k=1}^n m_k \delta_k} \quad (16)$$

구조물에 작용한 에너지의 총량은 다자유도 교량과 단자유도 교량에 대한 일의 양이 동일하다는 개념 즉, 적용된 에너지의 양은 동일하므로 식 (17)과 같이 나타낼 수 있다.

$$p_e \delta_e = \sum_{i=1}^n p_i \delta_i \quad (17)$$

식(17)을 δ_e 에 대해 정리하여 식(26)을 대입하면, 등가단자유도계에 대한 변위응답을 식(18)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta_e = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \delta_i^2}{\sum_{i=1}^n m_i \delta_i} \quad (18)$$

2.3 제안된 방법

지진하중을 받는 다자유도 운동방정식으로부터 등가단자유도계의 운동방정식을 유도하면 다음과 같다. 지진하중을 받는 다자유도 교량구조물의 운동방정식은 식(19)와 같이 나타낼 수 있다.

$$M \ddot{X} + C \dot{X} + R(X) = -M1\ddot{x}_g \quad (19)$$

여기서 X 는 지반에 대한 상대변위벡터, M 은 질량행렬, C 는 감쇠행렬, $R(X)$ 는 저항력 벡터, 그리고 1 은 구조물의 자유도에 대하여 입력지반가속도에 연관된 단위벡터이다. 구조물의 거동을 다음과 같은 형태로 근사적으로 가정한다.

$$X = \psi u \quad (20)$$

여기서 ϕ 는 교량구조물의 교축직각 방향의 횡방향 변형형상을 나타내는 형상벡터이고 이것은 상수벡터이다. 이 변형형상은 단조증가하중에 대한 비탄성 정적 해석을 수행하여 탄성 거동시의 횡방향 변형형상으로부터 구한다. u 는 구조시스템을 대표하는 등가단자유도 변위이다. 위와 같이 교량구조물의 속도와 가속도를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{X} = \psi \dot{u} \quad (21)$$

$$\ddot{X} = \psi \ddot{u} \quad (22)$$

식(20), (21)와 식(22)를 식(19)에 대입하고 운동방정식의 양변에 ϕ^T 를 곱해주면, 등가단자유도 방정식이 다음과 같이 유도된다.

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + r(u) = -l\ddot{x}_g \quad (23)$$

여기서, $m = \phi^T M \phi$, $c = \phi^T C \phi$, $l = \phi^T M 1$ 이고, $r(u)$ 는 등가저항력으로써 다음과 같이 정의된다.

식(24)의 경우는 빌딩구조물에 관련하여 등가저항력을 산정하는 식이며, 교량구조물인 경우에는 형상벡터를 이용하여 식(24)와 같이 등가저항력을 계산하면 교대의 전단력을 고려하지 못하게 된다. 따라서 본 연구에서는 형상벡터를 적용하여 교각의 전단력만을 이용하여 등가저항력을 계산하는 경우(S1 방법)와 교대와 교각의 전단력을 모두 고려하는 식(25)를 이용하여 계산하는 경우(S2 방법)로 나누어 등가저항력을 산정하였다.

$$r(u) = \psi^T R(X) \quad (24)$$

$$r(u) = 1R(X) \quad (25)$$

아래와 같은 조건을 만족하도록 형상벡터 ϕ 를 정규화 한다.

$$\psi^T M \psi = \psi^T M 1 \quad (26)$$

위의 정규화 과정에 의하여 식(23)의 지진하중계수 l 은 m 과 같게 된다. 그러면 식(23)는 다음과 같이 지진하중을 받는 단자유도계의 운동방정식의 형태와 같아진다.

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + r(u) = -m\ddot{x}_g \quad (27)$$

식(26)을 이용하고 식(20)에 $\phi^T M$ 를 곱하면 식(28)의 구조시스템을 대표하는 등가단자유도 변위 u 를 다음과 같이 평가할 수 있다.

$$u(t) = \frac{\psi^T M X(t)}{\psi^T M 1} \quad (28)$$

3. 예제교량 및 지진하중

본 연구에 사용된 3가지 종류의 교량인 C232, C123 및 C213의 형상 및 단면제원을 그림 1에 나타내었다. 교량 C232는 교량의 형상이 교축방향으로 좌우대칭인 교량이며, 교량 C123과 C213은 비대칭인 교량이다. 예제해석에서 상부거더는 탄성거동한다고 가정하였으며 비탄성 거동은 교각에만 발생하는 것으로 모델링하였다. 교대 및 교각과 상부거더와의 연결은 핀으로 가정하였으며, 상부거더의 자중은 1600kN/m로 가정하였다. 예제해석에 사용된 지진하중에 관한 설계스펙트럼은 도로교 설계기준에 의하여 내진 I 등급, 지반계수 II 등급을 적용하여 작성하였다.

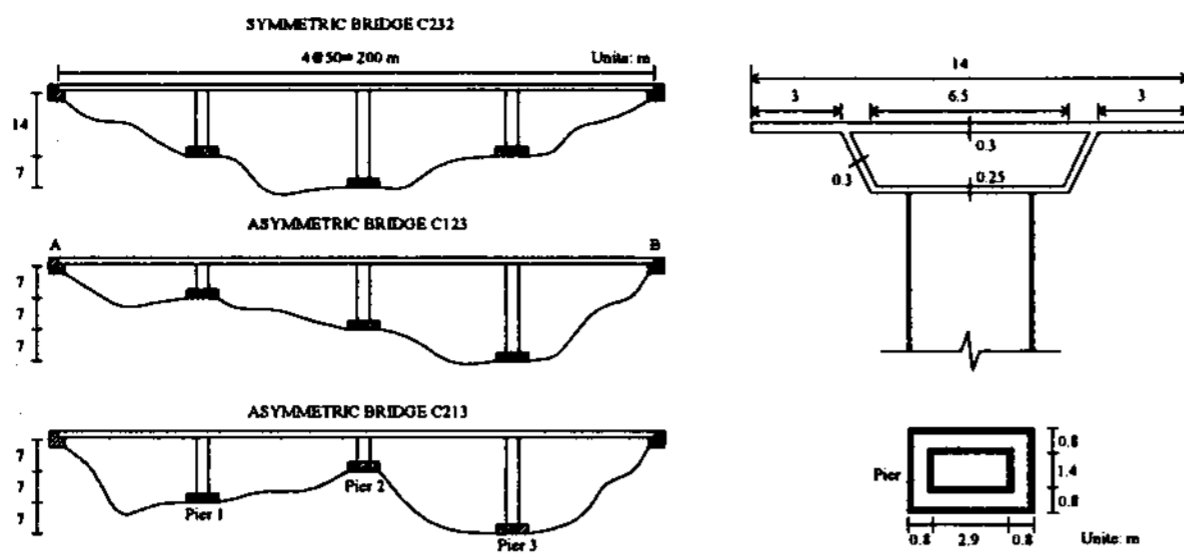


그림 1. 예제교량의 형상 및 단면제원

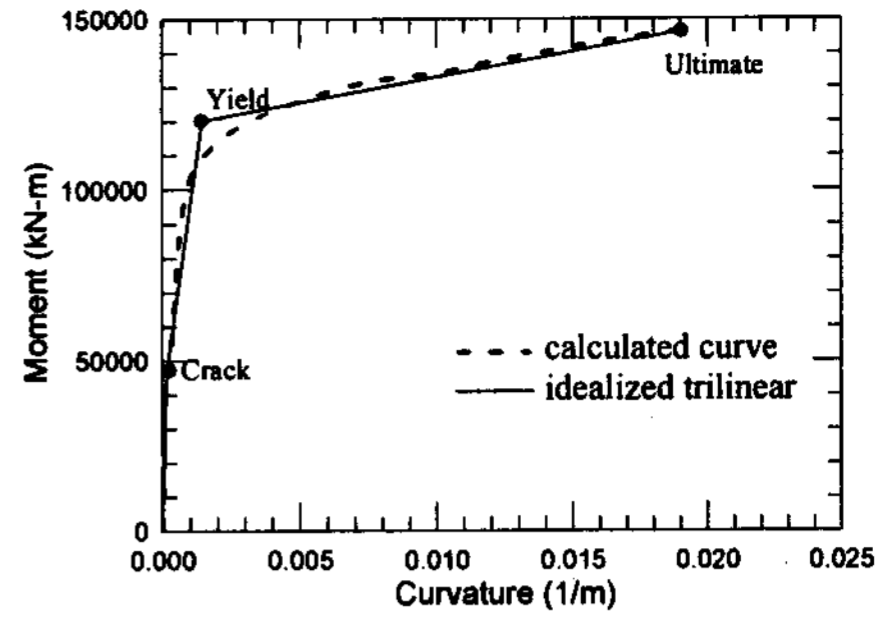


그림 2. 교각단면의 모멘트-곡률 관계

4. 역량스펙트럼 방법과 비탄성 시간이력해석과의 비교

비탄성 정적해석에 의한 교각별 힘-변위 관계를 등가단자유도 치환방법을 이용하여 구조시스템을 대표하는 하나의 등가단자유도 시스템의 힘-변위 관계로 그림 3에 나타내었다. 각 방법들에 따른 붕괴점의 변위는 Calvi 방법과 S1, S2방법은 유사하지만, N2방법에서는 약간 작게 평가되었다. 이는 N2방법은 최대변위가 발생할 것으로 예상되는 교각의 변위값을 이용하여 식(8)과 같이 등가변위를 산정하므로 그 값이 상대적으로 작다. 유효질량은 형상벡터와 각 교각에 작용하는 질량을 이용하여 구하는데, N2방법에서는 형상벡터의 최대값을 1로 정규화하기 때문에 유효질량을 다른 방법들에 비해 작게 평가하게 된다. 대칭교량인 C232의 경우에는 등가응답산정 방법에 관계없이 등가하중과 등가변위응답이 유사하게 나타나 강성의 차이가 크지 않았다. 그러나 비대칭 교량인 C123과 C213에서는 탄성구간에서는 등가단자유도 방법에 따른 강성의 차이가 작지만, 비탄성구간인 항복점 이후의 응답은 방법에 따라 차이를 나타내고 있다

다자유도 교량구조물의 1차 진동모드에 대한 고유진동특성과 등가단자유도 방법별 고유진동주기를 표 1에 나타내었다. 등가단자유도계의 고유진동주기는 유효질량(M_{ESDOF})과 유효강성(K_{ESDOF})을 이용하여 $T_{ESDOF} = 2\pi \sqrt{M_{ESDOF} / K_{ESDOF}}$ 와 같이 계산하였다.

N2 방법, Calvi 방법 그리고 S2 방법은 등가단자유도계의 고유진동주기를 다자유도계의 값보다 과소평가하고 있으며, S1 방법은 과대평가하고 있다. 이는 N2 방법, Calvi 방법 그리고 S1 방법은 교각의 전단력만을 고려하여 등가하중을 산정하였으며, S2 방법은 교대와 교각의 전단력을 모두 고려하여 등가응답을 산정하므로 상대적으로 등가하중값이 커져 고유진동주기를 작게 평가한다. 또한 비대칭 교량인 C123과 C213의 경우가 대칭인 교량 C232 경우에 비하여 보다 더 크게 과대평가되었음을 알 수 있다. 예제 교량에 대한 등가단자유도 방법에 따른 역량스펙트럼 방법의 적용예를 그림 4와 5에 나타내었다. 모든 예제 교량에 대하여 역량스펙트럼 방법과 비탄성 시간이력해석에 의한 최대변위의 값의 평균값을 비교하여 표 2에 나타내었다.

N2 방법의 해석결과는 가정한 형상벡터(ϕ)의 영향을 가장 많이 받는다. 교량C123과 C232의 경우에서 역량스펙트럼 방법을 이용한 결과가 비탄성 시간이력해석의 결과값을 과소평가함을 알

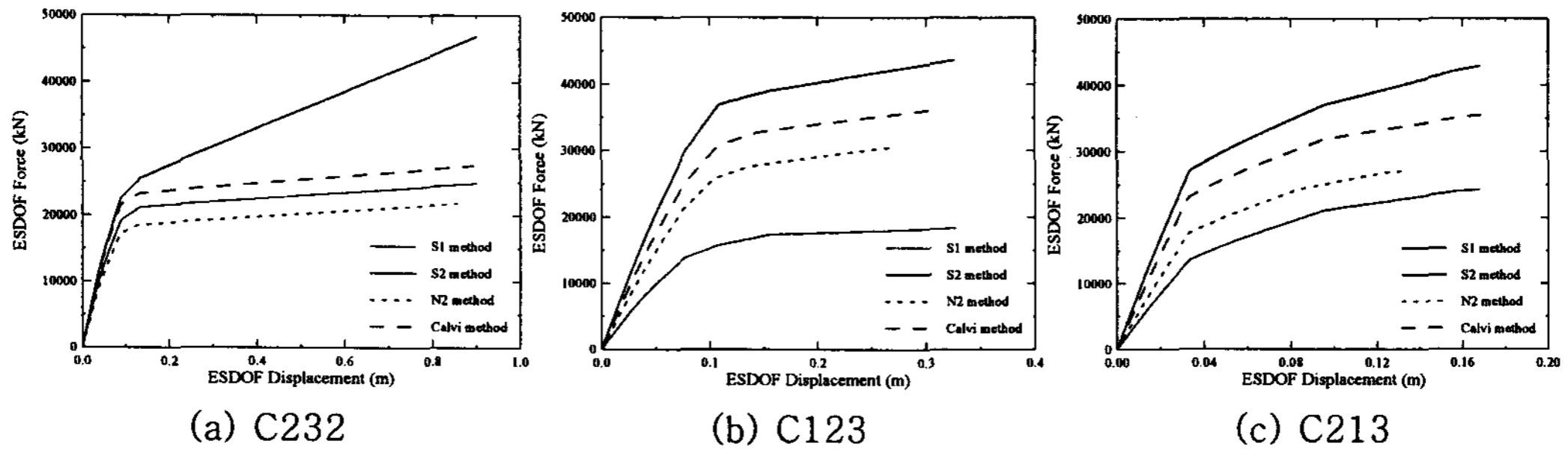


그림 3. 예제교량의 역량곡선

표 1. 교량의 고유진동주기

교량 명칭	다자유도 교량 (T_{MDOF})	등가단자유도 방법 (T_{ESDOF})			
		N2 방법	Calvi 방법	S1 방법	S2 방법
C232	1.776	1.741	1.741	1.852	1.722
C123	1.608	1.390	1.390	1.834	1.286
C213	1.282	1.051	1.051	1.378	0.968

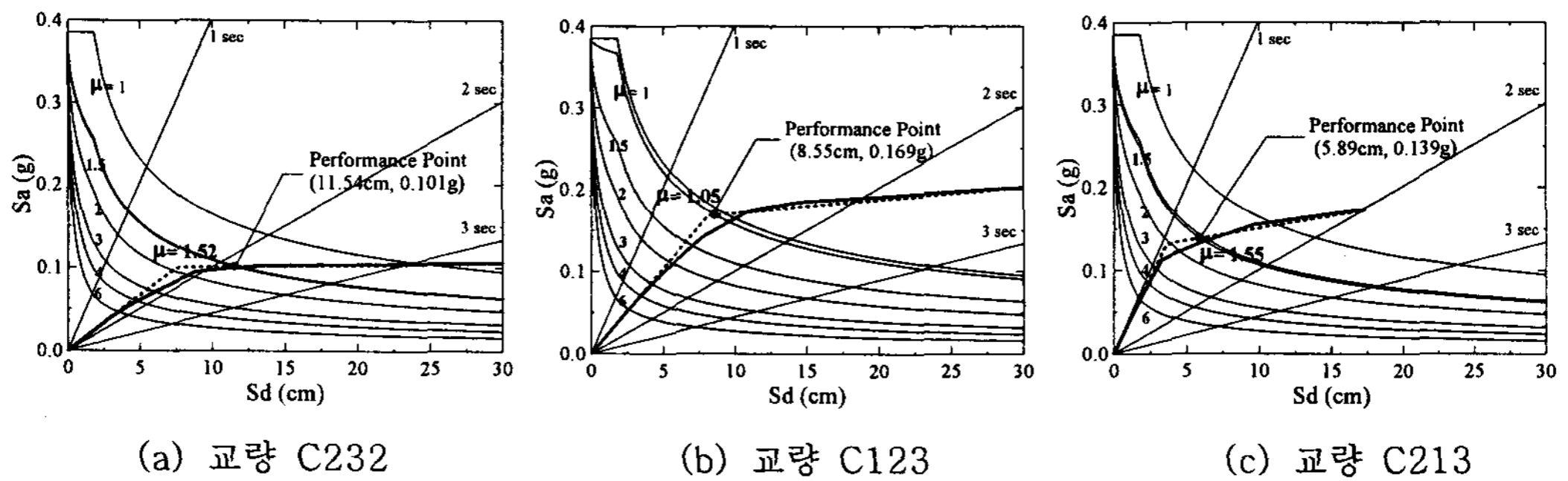


그림 4. Calvi 방법을 이용한 예제 교량의 역량스펙트럼 해석

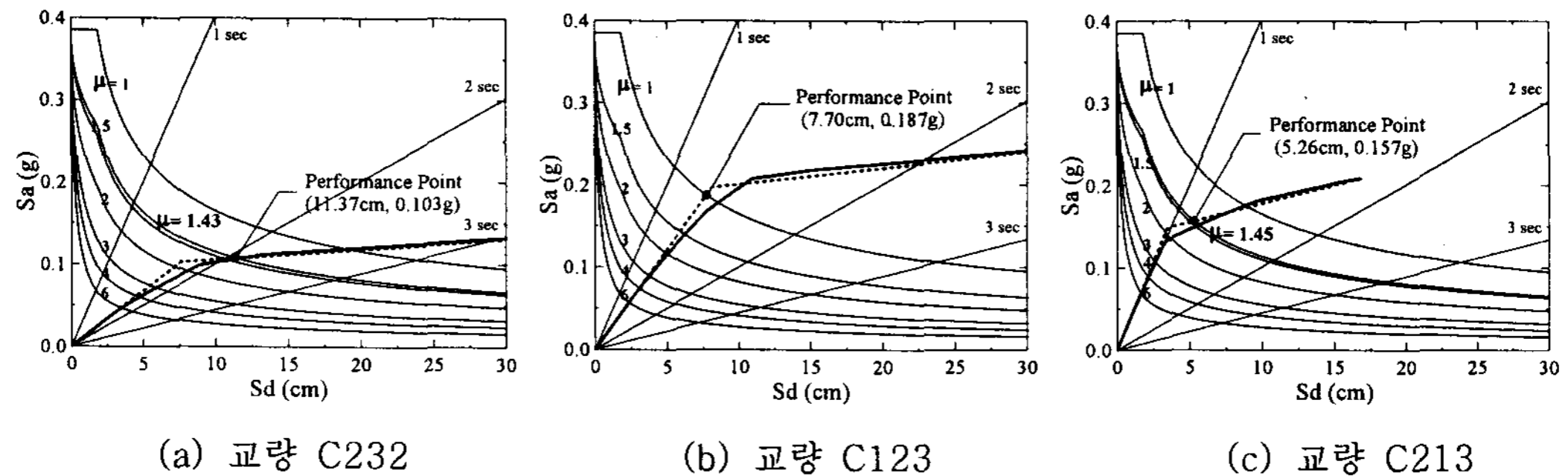


그림 5. S2 방법을 이용한 예제 교량의 역량스펙트럼 해석

수 있다. 이는 역량스펙트럼 방법을 이용하여 구한 시스템의 최대변위를 최대변위교각의 변위로 환산하는 과정에서 N2방법에서 제시하고 있는 형상벡터는 앞에서도 설명한 것처럼 최대변위 발생 교각을 특성점(characteristic point)으로 정하여 이 교각에서의 형상벡터(ϕ)를 1로 가정하였기 때문이다. 그러나 교량 C213에서는 비대칭 경향이 가장 크게 나타나므로 교대에서의 경계조건과 편심에 의한 영향이 많이 작용하므로 최대변위 과대평가하는 것으로 사료된다.

Calvi의 방법은 전체적으로 최대변위를 과대평가하는 경향을 나타내고 있지만, 등가단자유도 치환방법들 중 시간이력해석 결과와의 불일치율이 교량 C123, C213 그리고 C232에 대해서 각각 2.5%, 54.7%, 15.4%로 나타났다.

본 연구에서는 두 가지 등가응답산정 방법을 제안하였다. 첫번째로 S1 방법은 형상벡터를 이용한 교각의 전단력만을 고려하여 등가저항력을 산정하였다. 이 방법을 이용하면 표 1에서처럼 고유진동주기를 과대평가하기 때문에 구조물의 변위응답을 지나치게 크게 산정하게 된다. 모든 예제교량에서 역량스펙트럼 방법이 비탄성 시간이력해석의 결과보다 과대 평가되어지고 있음을 알 수 있다. 그 정도는 C123, C213 그리고 C232에서 각각 48.4%, 122%, 25.4%를 나타내고 있다. 이는 빌딩과 같은 경계조건을 갖는 경우에 매우 유용한 방법이지만 교대부분의 경계조건이 구조물의 전체거동에 많은 영향을 미치는 교량구조물에 이 방법을 적용하는 것은 무리가 있다고 판단된다. 두번째로 S2 방법은 등가저항력 계산시 사용했던 형상벡터 대신에 단위벡터를 사용하여 교각뿐만 아니라 교대에 적용된 전단력의 영향도 고려하였다. 이러한 원인으로 등가하중의 값이 증가하였으며, 이는 고유진동주기의 감소로 이어져 결국에는 구조물의 변위응답을 작게 평가하였다.

표 2. 역량스펙트럼 방법과 비탄성 시간이력해석과의 비교(최대변위의 단위 : cm)

교량 명칭	역량스펙트럼방법		비탄성 시간이력해석 (D_T)	불일치(%) $\left(\frac{D_C - D_T}{D_T} \times 100\right)$
	등가단자유도방법	최대변위 (D_C)		
C232	N2	11.54 (11.54)	12.59 (Pier 2)	-8.3
	Calvi	11.54 (14.53)		15.4
	S1	12.54 (15.79)		25.4
	S2	11.37 (14.32)		13.7
C123	N2	8.55 (8.55)	9.89 (Pier 3)	-13.5
	Calvi	8.55 (10.14)		2.5
	S1	12.37 (14.67)		48.4
	S2	7.70 (9.14)		-7.6
C213	N2	5.89 (5.89)	5.00 (Pier 3)	17.8
	Calvi	5.89 (7.74)		54.7
	S1	8.45 (11.10)		122.0
	S2	5.26 (6.91)		38.2

참고) ()의 값 = 최대변위 발생 교각의 변위로 환산한 값

5. 결 론

본 연구에서는 다자유도 구조계의 응답으로부터 시스템을 대표하는 등가단자유도계의 응답을 산정하는 방법들을 이용하여 교량구조물의 비탄성 변위응답을 평가하였다. 이들 방법중에서 S1 방법을 제외한 N2 방법, Calvi 방법 그리고 S2 방법들은 비탄성 시간이력해석과의 불일치 정도가 유사하게 나타났다. 제안된 S2 방법은 교각과 교대에 작용한 전단력을 모두 고려하여 등가저항력을 계산하므로 S1 방법을 이용한 최대변위보다 비탄성 시간이력해석과의 불일치율이 감소하였다. 이러한 경향은 대칭교량보다 비대칭교량에서 더욱 현저하게 나타나는 것을 알 수 있다. 이는 대칭교량보다 비대칭교량의 교대에 작용하는 전단력의 영향이 더 크기 때문이라 판단된다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호:R05-2003-000-10493-0)지원으로 수행되 되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. 송종걸, "역량스펙트럼 방법을 이용한 다자유도 교량의 비탄성 지진응답 평가", 대한토목학회, 제 24 권, 제 3A 호, 2004, pp.541-550.
2. Applied Technology Council, "Seismic Evaluation and Retrofit of concrete Buildings", ATC-40 Report, Redwood city, California, 1996.
3. Calvi, G.M., "Displacement-based seismic design of multi-degree-of-freedom bridge structures", Earthquake Engineering and Structural Dynamic, Vol. 24, pp. 1995, pp.1247-1266.
4. Fajfar, P., Gaspersic, P., "A simplified nonlinear method for seismic evaluation of RC bridges", Proceeding of the 6th National Conference on Earthquake Engineering, EERI, Seattle, Washington, 1998.
5. Miranda, E. and Bertero, V.V., "Evaluation of strength reduction factors for earthquake resistant design", Earthquake Spectra, Vol. 10, 1994, pp.357-379.