

고차모드 효과를 고려한 모드조합법

Modal Combination Method Considering Higher Mode Effects

엄태성*
Eom, Tae Sung

이혜린*
Lee, Hye Rin

박홍근**
Park, Hong Gun

ABSTRACT

Using existing static methods, it is possible to estimate accurately the responses of structures governed by the fundamental mode. However, these methods do not provide reliable estimates for the structure where higher mode effects are significant. Parametric study was performed to analyze the dynamic characteristics of the structure with long vibration period. Based on the investigations, a new modal combination method using modal combination coefficients, Factored Modal Combination, was developed, and static earthquake load patterns addressing higher mode effects reasonably were proposed. Existing modal combination methods, such as SRSS and CQC, lack a theoretical basis to be applied to inelastic structures. In contrast, the proposed method can be applied conveniently in inelastic range as well as in elastic range.

1. 서론

다자유도 구조물에 대한 동적해석은 해석방법 및 수치계산이 어려우므로 등가의 정적방법을 사용하여 내진성능을 평가하고 설계한다. 건축물하중기준이나 UBC 등에서는 내진설계를 위한 등가 정적지진하중을 정의하고 있으며(그림 1 (a), (b)), ATC-40과 FEMA-273 등에서는 역삼각형, 1차 모드형상 등 미리 규정된 횡하중에 대한 비선형 정적해석(pushover analysis)를 수행하여 비탄성 지진응답을 평가하는 비선형정적방법(Nonlinear Static Procedure, 이하 NSP)이 소개되었다. (그림 1 (c)) 그러나 NSP를 이용한 비탄성 지진응답의 평가는 주로 기본진동주기가 짧아 1차모드에 의하여 지진거동이 지배되는 저층 건물에 국한된다.

고층건물이나 비정형 건물은 1차 이외의 고차모드가 동적거동에 큰 영향을 미치며 복잡한 거동 특성을 보인다. 이러한 동적거동특성을 반영하여, 비선형 정적해석시 고차모드의 영향을 고려한 다양한 정적지진하중분포가 제안되었다. (Freeman et al. 1998, 이동근 2001, 그림 1 (d), (e)) 비록

* 서울대학교 건축학과, 대학원

** 정회원 · 서울대학교 건축학과, 부교수

이들 방법이 기존의 역삼각형 혹은 1차모드형상에 비례하는 횡하중분포 보다 개선된 예측결과를 보이긴 하지만, 여전히 고차모드의 영향이 큰 구조물의 비탄성 지진응답을 정확히 평가하지는 못한다.

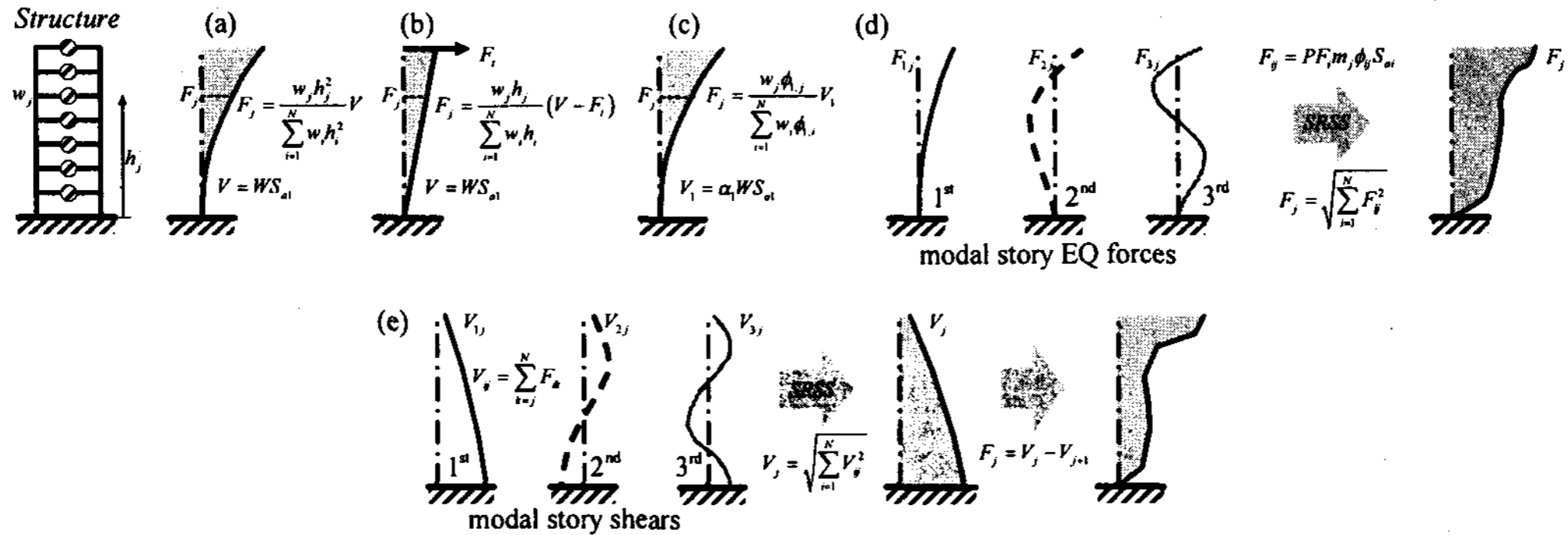


그림 1. 비선형 정적해석(pushover analysis)을 위한 횡하중분포: (a) 건축물하중기준 (2004), (b) UBC (1997), (c) ATC-40 (1996), (d) Freeman et al. (1998) and Valles et al. (2000), (e) 이동근 등 (2002)

이러한 연구결과는 기존의 NSP에서 사용되는 정적지진하중분포가 고차모드의 영향을 정확히 반영하지 못하고 있음을 의미한다. 고차모드의 영향이 커지면 구조물의 지진응답이 단일모드에 의하여 지배되지 않으므로, 다양한 모드의 영향이 복합되어 최대지진응답이 나타난다. 따라서 정확한 지진평가 및 내진설계를 수행하기 위해서는 다양한 모드의 조합으로 나타나는 다수의 정적지진하중분포를 고려하여야 한다. (ATC-40, FEMA-356)

본 연구에서는 장주기 구조물에 대한 시간이력해석을 통하여 고차모드의 영향에 의한 지진거동 특성을 분석하였다. 이를 토대로 모드조합계수를 사용하여 각 고유모드가 갖는 부호의 영향을 반영할 수 있는 개선된 모드조합법을 개발하였다. 개발된 모드조합법을 사용하여 고차모드의 영향이 큰 건물의 지진응답을 정확히 평가할 수 있는 정적지진하중분포를 제안하였다.

2. 장주기 구조물의 동적거동특성

장주기 구조물의 동적거동특성을 연구하기 위하여 수치해석 변수연구를 실시하였다. 그림 2 (a)는 시간이력해석을 위한 10층 프레임 모델을 보여준다. 모든 기둥과 보의 각각 동일한 강성을 갖고, 기둥과 보의 강성비(I_b/I_c)는 1/8이다. 각층의 질량은 균일하다고 가정하였다. 단주기 구조물의 기본진동주기는 1초이고, 장주기 구조물의 기본진동주기는 5초이다. 그림 2 (b)와 표 1은 해석 프레임의 모드형상과 동적특성값을 보여주는데, 질량 및 강성의 분포가 동일하므로 기본진동주기에 관계없이 모드형상, 모드참여계수, 모드질량참여율 등이 같다. 동적시간이력해석을 위한 지진데이터로 El Centro 1940(PGA=0.319g)를 사용하였다.

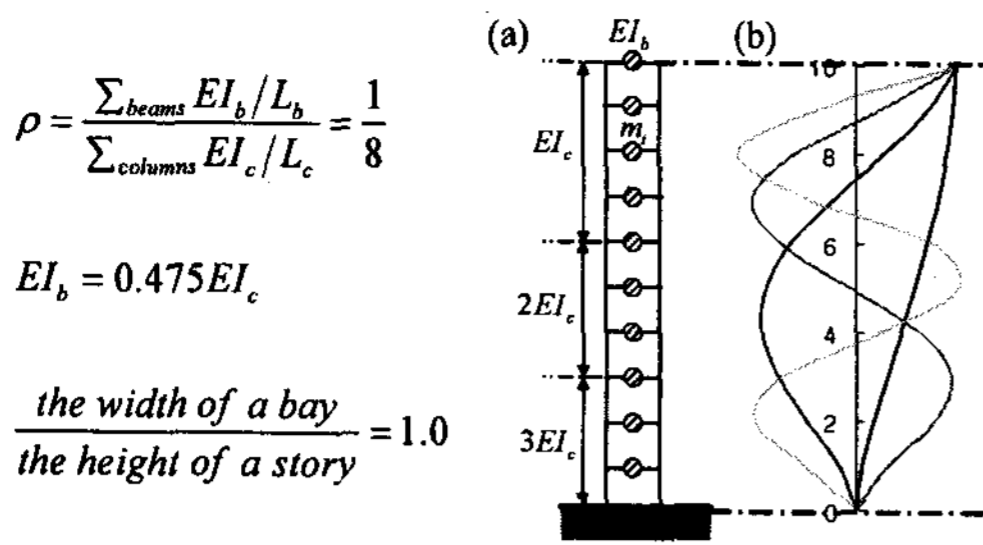


그림 2. 해석프레임의 개요 및 모드 형상

표 1. 해석프레임의 동적특성값

	mode			
	1	2	3	4
participation factor	1.2995	-0.4712	0.2887	-0.1979
modal mass	0.7746	0.1029	0.0424	0.0000

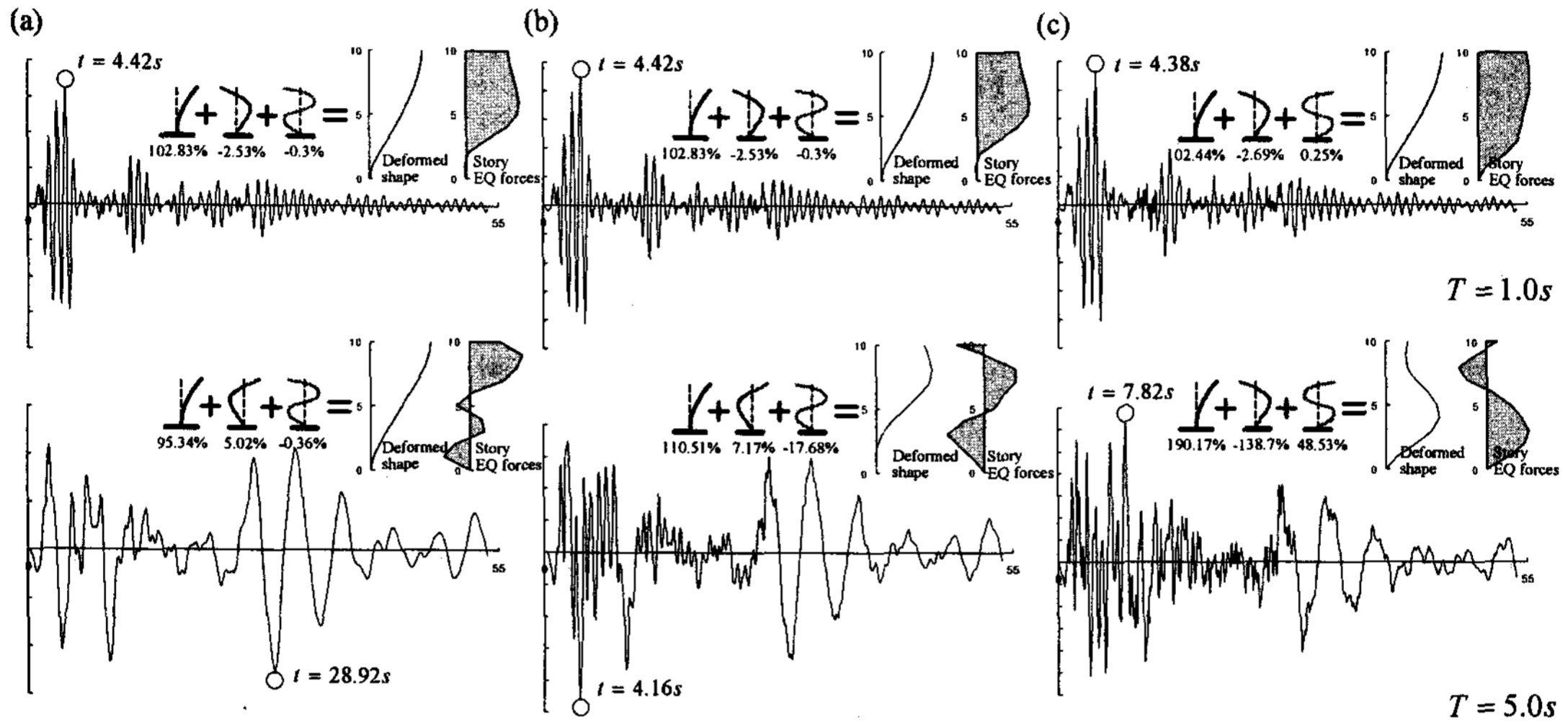


그림 3. 단주기와 장주기 구조물의 응답이력: (a) 지붕층변형, (b) 5층 층간변위, (c) 밀면전단력

그림 3 (a), (b), (c)는 단주기와 장주기 구조물의 시간에 따른 지붕층변형, 5층 층간변위, 밀면전단력 응답이력을 각각 보여준다. 응답 종류별로 최대응답이 발생하는 시간과 그때의 층변형분포, 층하중분포, 1-2차 모드의 중첩방향 및 지붕층 변위에 대한 응답기여율(%) 등을 각 그림에 표시하였다. 모드응답기여율은 특정 n 차모드에 의한 응답치 r_n 을 최대응답 r_0 로 나눈값으로 정의되며, 양수인 경우에는 n 차모드에 의한 응답과 최대응답이 같은 방향의, 음수인 경우 반대 방향의 응답을 각각 나타낸다.

그림 3에서 보는 바와 같이 단주기 구조물의 경우 세 지진응답이 최대가 되는 시점이 거의 일치하였고, 그 결과 변형형상, 층하중분포가 유사했다. 반면, 장주기 구조물의 경우 지진응답 종류에 따라 최대응답이 발생하는 시점과 그 때의 높이에 따른 변형 및 층하중 분포 또한 크게 달랐다. 지붕층변형과 5층 층간변위가 최대인 시점에서는 1, 2차 모드가 지붕층변형을 증가시키는 방향으로 중첩되었다. (그림 3 (a), (b)) 반면 밀면전단력이 최대인 시점에서는 지붕층변형을 감소시키지만 5층의 층간변위와 밀면전단력을 증가시키는 방향으로 중첩되었다. (그림 3 (c))

그림 3은 단주기 및 장주기 구조물의 동적거동특성을 명확히 보여준다. 단주기 구조물의 경우 대부분 1차모드가 지배하는 거동을 보이므로 지붕층변위, 밀면전단력, 층간변위, 부재력, 부재변형

등의 모든 지진응답이 1차모드에 의하여 결정된다. 따라서 그림 3 (a)에 나타난 바와 같이 모든 지진응답의 최대치가 거의 동일한 시점에 동일한 방향의 모드중첩으로 발생한다. 그러나 장주기 구조물은 고차모드의 효과가 커지므로, 지진응답의 종류에 따라 최대값이 발생하는 시점과 그때의 모드 중첩방향이 다르다. 또한 동일 지진응답이라도 높이와 위치에 따라 최대값이 발생하는 시점과 모드 중첩방향이 달라진다. 이는 정적방법을 사용하여 고차모드의 영향을 정확히 반영한 내진 성능평가/설계를 위해서 다양한 횡하중분포를 고려하여야 함을 의미한다. 이 때, 각 고유모드가 갖는 부호의 영향을 반영하여 조합되어야 한다.

3. 계수모드조합법(Factored Modal Combination)

본 연구에서는 모드조합계수를 이용하여 탄성 및 비탄성 영역에서 적용이 가능한 새로운 계수 모드조합법(Factored Modal Combination)을 개발하였다.

3.1 이론적 배경

다자유도 구조물의 동역학방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$m\ddot{\mathbf{u}} + c\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = -\ddot{\mathbf{u}}_g \mathbf{m}\mathbf{r} \quad (1)$$

여기서 $\mathbf{m}, \mathbf{c}, \mathbf{k}$ = 각각 질량, 감쇠, 강성행렬, \mathbf{r} = 지진영향벡터(influence vector), $\ddot{\mathbf{u}}_g$ = 지반가속도, $\ddot{\mathbf{u}}, \dot{\mathbf{u}}$ = 가속도 및 속도벡터, \mathbf{u} = 변위벡터로 모드좌표계를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{u} = \sum_{n=1}^N q(t)_n \phi_n \quad (2)$$

여기서 $q(t)_n$ = n 차 모드의 스펙트럼변형응답, ϕ_n = n 차 모드형상, N = 총 모드수. 모드좌표계의 직교성으로부터 식 (1)은 N 개의 고유모드에 대한 단자유도 운동방정식으로 분해된다.

$$\ddot{q}(t)_n + 2\omega_n \zeta_n \dot{q}(t)_n + \omega_n^2 q(t)_n = -\ddot{u}_g \Gamma_n \quad (3)$$

여기서 $\omega_n, \zeta_n, \Gamma_n$ = n 차 모드의 진동수, 감쇠비, 모드참여계수. 방정식 (3)을 풀어 식 (2)에 대입하여 다자유도 시스템의 시간이력해석을 간략히 수행할 수 있다. 식 (3)을 풀어 구한 $|q(t)_n|$ 의 최대치를 $\Gamma_n S_{Dn}$ 이라 정의하면, 이로부터 식 (2)를 다음과 같이 치환할 수 있다.

$$\mathbf{u} = \sum_{n=1}^N R_n(t) S_{dn} \Gamma_n \phi_n \quad (4)$$

$$R_n(t) = \frac{q(t)_n}{\Gamma_n S_{dn}} \quad (5)$$

$R_n(t)$ 는 n 차 모드조합계수(modal combination coefficient)로 $0 \leq |R_n(t)| \leq 1$ 을 만족한다. 식 (4)와 (5)는 바는 다자유도 시스템의 탄성지진응답은 각 모드별 스펙트럼변형에 특정한 감소계수를 곱한 값의 조합으로 나타낼 수 있음을 의미한다. 일반적으로 $R_n(t)$ 는 진동하고 있는 시점마다 다르다.

지붕층변형, 1층 층간변형, 밀면전단력 등의 지진응답이 최대인 시점에서 n 차 모드조합계수를 R_{n0} 로 정의하자. 만약 모드조합계수 R_{n0} 가 지진파의 종류에 관계없이 일정한 범위안에 존재하여

예측가능하다면, 전체 진동시간에서의 정확한 지진응답을 모르더라도 내진 평가/설계시 활용되는 최대지진응답만은 모드조합을 통하여 손쉽게 구할 수 있다.

3.2 계수모드조합법(Factored Modal Combination)

그림 4에서 보는 바와 같이 지붕층변위나 밀면전단력 등 특정 지진응답이 최대인 순간의 변형 분포가 다음과 같다고 가정하자.

$$\mathbf{u}_0 = \sum_{i=1}^N q_i \boldsymbol{\phi}_i = q_1 \boldsymbol{\phi}_1 + q_2 \boldsymbol{\phi}_2 + q_3 \boldsymbol{\phi}_3 + \dots \quad (6)$$

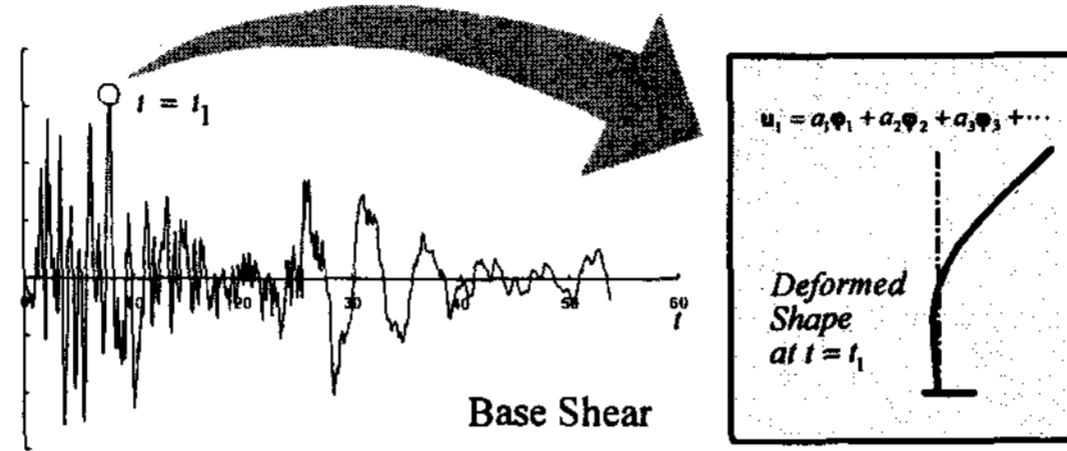


그림 4. 밀면전단력이 최대인 순간의 변형분포

모드좌표계의 직교성에 의하여 q_n 은 다음과 같다.

$$q_n = \frac{\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_n}{\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \mathbf{u}_0} \quad (7)$$

식 (5)로부터 모드조합계수 R_{n0} 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R_{n0} = \frac{q_n}{\Gamma_n S_{dn}} = \frac{\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_n}{\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \mathbf{u}_0} \frac{1}{\Gamma_n S_{dn}} \quad (8)$$

여기서, S_{dn} 은 n 차모드에 의한 스펙트럼변형응답을 나타낸다. 본 연구에서는 개별 지진응답이 최대값인 순간에 모드조합계수 R_{n0} 의 분포를 분석하였다. 이를 위하여 1~9초 사이의 기본진동주기를 갖는 다양한 구조물에 대하여 33개의 지반가속도데이터를 사용하여 시간이력해석을 수행하였다. 구조물의 횡지방식은 골조방식과 코어월방식을 고려하였다. 코어월 구조방식의 경우 쉐일러 벽체와 기본진동모드형상이 유사한 것으로 가정하였다. 모드조합계수는 지붕층변형, 밀면전단력, 밀면전도모멘트 등이 최대인 순간의 변형분포에 대하여 구하였다.

그림 5은 주기가 7.75초인 골조방식 구조물에 대하여 지붕층변형이 최대인 순간에 구한 R_{n0} 분포를 보여준다. 33개의 지진을 사용하여 구한 33개의 분포가 한 평면에 나타나 있다. 각 지진에 대한 R_{n0} 는 7차까지 구하였고, R_{n0} 는 0과 1사이의 값을 갖는다. 그림 5 (a)는 모든 R_{n0} 분포를 한 평면에 나타낸 것이고, (b)~(d)는 최대의 R_{n0} 를 보이는 모드별로 분포를 분리하여 각기 다른 평면에 나타낸 것이다. 그림 5 (a)에서 보는 바와 같이 모든 R_{n0} 분포를 한 평면에 모두 나타내는 경우 뚜렷한 경향이 없이 분산된 형태를 보이지만, 그림 5 (b)~(d)와 같이 모드별로 분리한 경우 분명한 경향을 나타내었다. 이와 같은 방법을 사용하여 진동주기(10가지), 지진응답(3가지), 구조방식(2가지) 등에 따라 각각 33개의 R_{n0} 분포를 구하였고, 그 평균을 구하여 비교·분석하였다.

(1980개의 R_{n0} 분포 비교) 그 결과를 나타내면 다음과 같다.

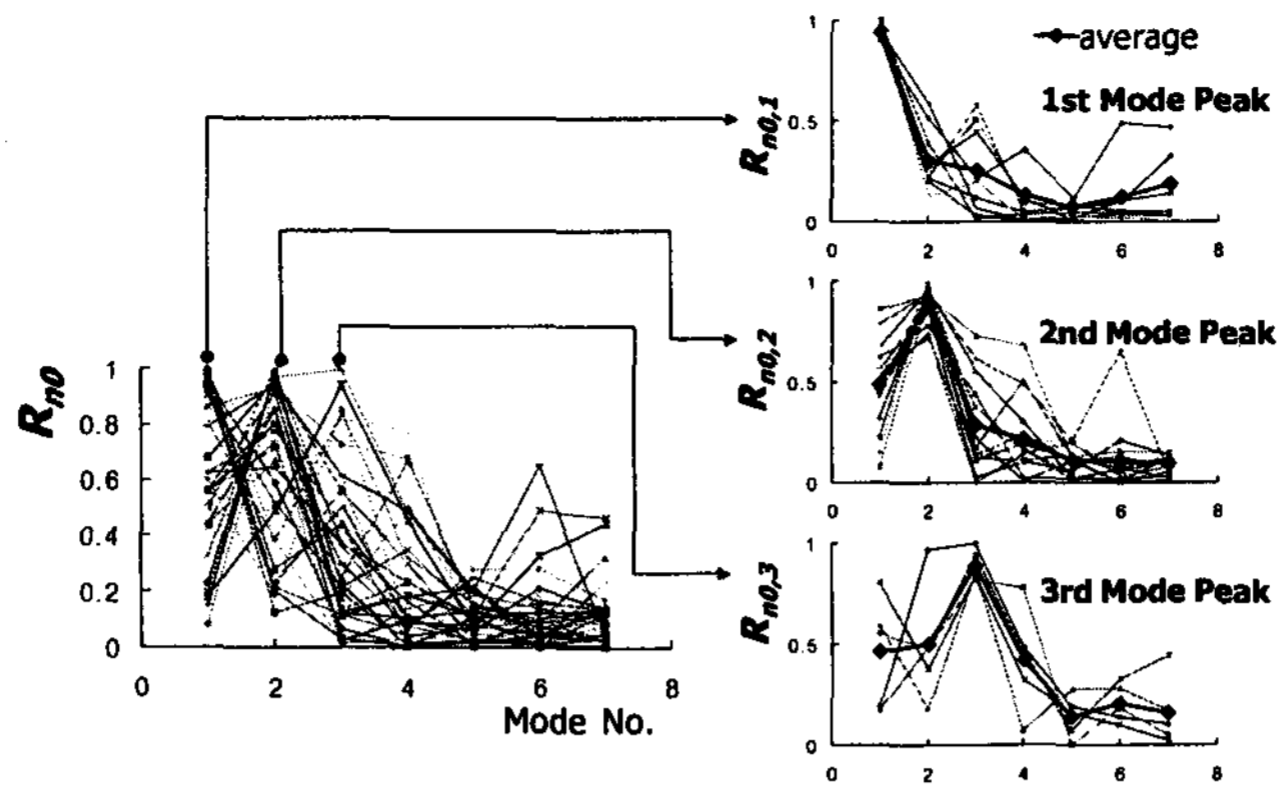


그림 5. 지붕층변위가 최대일 때의 R_{n0} 분포

(a) R_{n0} : 전체분포, (b) $R_{n0,1}$: 1차모드 최대분포, (c) $R_{n0,2}$: 2차모드 최대분포, (d) $R_{n0,3}$: 3차모드 최대분포

- 1) 지붕층변형, 밀면전단력, 밀면전도모멘트 등 지진응답의 종류에 따른 평균 R_{n0} 분포의 변화는 거의 없었다. 다만, 지붕층변형에 대한 R_{n0} 분포가 밀면전단력 혹은 밀면전도모멘트에 대한 분포보다 분산이 작아 고른 분포를 보였다.
- 2) 밀면전단력 혹은 밀면전도모멘트에 대한 평균 R_{n0} 분포에서 고차모드에서 R_{n0} 의 최대값을 보이는 경우가 더 많았다. 그 이유는 변형보다 층하중의 모드조합에 따른 민감도가 높기 때문이다.
- 3) 구조물의 진동주기와 구조방식에 따른 평균 R_{n0} 분포의 변화는 일정한 패턴을 보이지 않았다.

요컨대, 평균 R_{n0} 분포에 대한 지진응답종류, 진동주기, 구조방식 등의 영향은 거의 없다. 따라서 한 평면에 1980개의 모든 R_{n0} 분포 나타내어 Fig. 5의 방법으로 분리한 후, 그 평균과 표준편차를 구하여 그림 6에 나타냈다. 그림에서 보는 바와 같이 본 연구에서는 최대 R_{n0} 이 발생하는 모드별로 7가지 모드조합계수의 분포를 제안하였다. 각 분포의 평균과 표준편차는 표 2에 나타내었다.

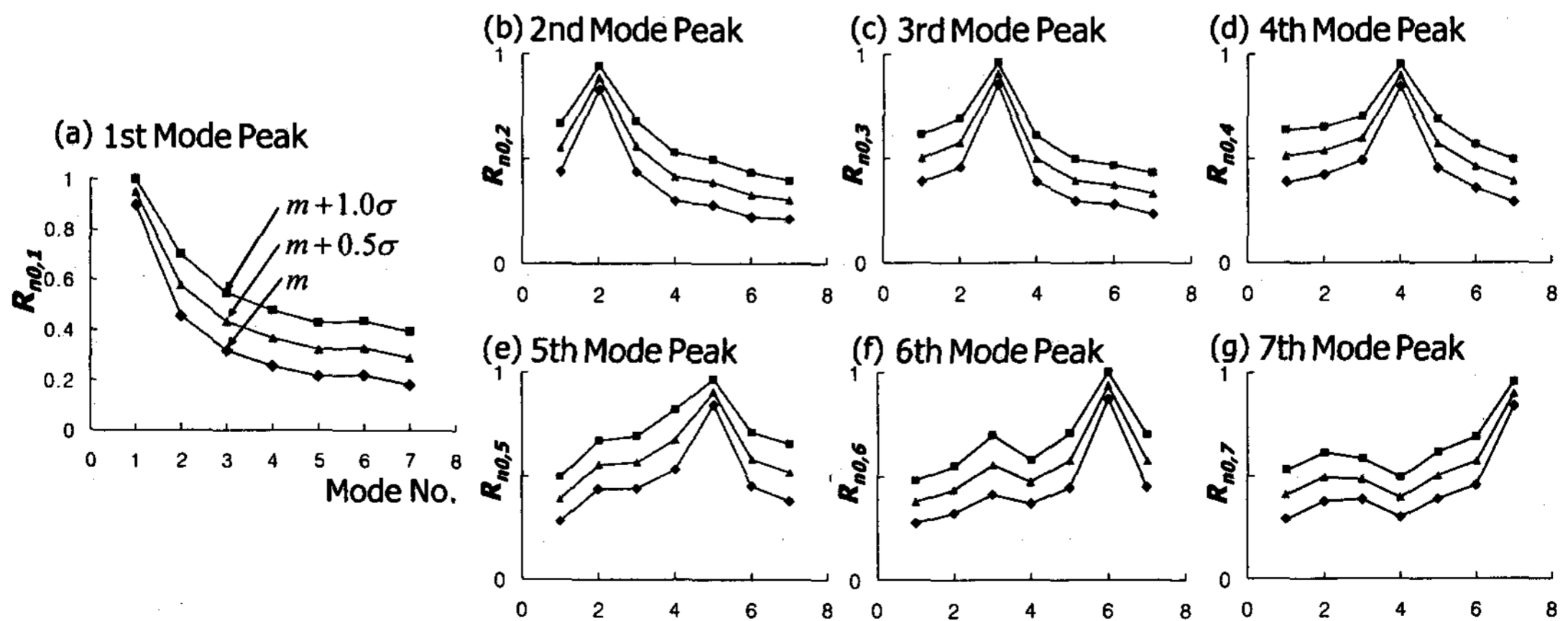


그림 6. 제안된 모드조합계수 분포

표 2. 제안된 모드조합계수 분포의 평균과 표준편차

combination		mode						
		1	2	3	4	5	6	7
$R_{n0,1}$	평균	0.909	0.480	0.303	0.235	0.208	0.225	0.201
	표준편차	0.095	0.245	0.246	0.224	0.213	0.223	0.213
$R_{n0,2}$	평균	0.411	0.857	0.441	0.290	0.253	0.203	0.196
	표준편차	0.231	0.104	0.240	0.222	0.195	0.188	0.174
$R_{n0,3}$	평균	0.372	0.497	0.858	0.367	0.277	0.264	0.231
	표준편차	0.230	0.225	0.107	0.218	0.193	0.191	0.194
$R_{n0,4}$	평균	0.385	0.427	0.477	0.857	0.415	0.345	0.299
	표준편차	0.256	0.241	0.237	0.106	0.247	0.217	0.215
$R_{n0,5}$	평균	0.274	0.455	0.417	0.473	0.848	0.468	0.364
	표준편차	0.219	0.230	0.259	0.275	0.121	0.254	0.263
$R_{n0,6}$	평균	0.274	0.322	0.414	0.368	0.447	0.872	0.450
	표준편차	0.207	0.227	0.284	0.211	0.264	0.127	0.252
$R_{n0,7}$	평균	0.291	0.378	0.388	0.300	0.391	0.458	0.840
	표준편차	0.240	0.237	0.198	0.195	0.228	0.233	0.115

평균 R_{n0} 분포를 사용하여 최대지진응답을 조합하는 방법은 식 (4)로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u}_0 &= \sum_{n=1}^N R_{n0,k} S_{dn} \Gamma_n \phi_n \\
 &= R_{10,k} S_{d1} \Gamma_1 \phi_1 \pm R_{20,k} S_{d2} \Gamma_2 \phi_2 \\
 &\quad \pm R_{30,k} S_{d3} \Gamma_3 \phi_3 \pm \dots
 \end{aligned} \tag{9a}$$

여기서 k 는 k 번째 모드에서 조합계수가 최대인 R_{n0} 분포를 나타낸다. (그림 6) 식 (9)는 변형성분에 대한 응답만을 나타낸 것으로, 층지진하중에 대한 조합은 구조동역학 이론으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{f}_0 &= \sum_{n=1}^N R_{n0,k} S_{an} \Gamma_n \mathbf{m} \phi_n \\
 &= R_{10,k} S_{a1} \Gamma_1 \mathbf{m} \phi_1 \pm R_{20,k} S_{a2} \Gamma_2 \mathbf{m} \phi_2 \\
 &\quad \pm R_{30,k} S_{a3} \Gamma_3 \mathbf{m} \phi_3 \pm \dots
 \end{aligned} \tag{9b}$$

여기서 S_{an} 은 n 번째 고유모드의 스펙트럼가속도응답을 나타낸다. 식 (9)는 지붕층변형, 밀면전단력, 층간변위 등의 지진응답이 최대로 발생하는 시점에서 있을 수 있는 모드조합형태를 나타낸다. 만약 지진 시 발생하는 지붕층변형 혹은 1층 층간변위의 최대지진응답을 구하고자 한다면, 식 (9a)의 다수의 조합으로부터 구한 지붕층변형 중 최대값을 선택한다. 또한 지진에 의하여 요구되는 1층기둥의 최대전단력과 모멘트를 구하고자 한다면, 식 (9b)로부터 생성되는 다수의 층지진하중에 대하여 정적해석을 수행하여 구한 전단력과 모멘트 중 최대값을 선택한다.

식 (9)를 사용하여 층간변위, 층전단력, 부재력 등의 최대지진응답을 평가하기 위해서는 고려해야 하는 모드조합의 개수는 다소 증가한다. 1차부터 n 차까지의 n 개의 모드에 대하여 그림 7의 R_{n0} 분포 중 $m(\leq n)$ 가지를 사용한다면, 총 $m2^{n-1}$ 가지의 조합을 고려하여야 한다.

식 (9)의 물리적인 의미는 다음과 같이 설명할 수 있다. 실제 탄성진동하는 구조물의 거동은 고

유 모드별 지진응답의 조합으로 나타낼 수 있으며, 이 때 모든 모드의 응답이 동시에 최대로 발생할 확률은 거의 없다. 그림 6의 R_{n0} 분포는 이를 잘 보여준다. 그림 6 (a)에서 보는 바와 같이 $R_{10,1}$ 가 1.0에 근접하여 1차모드의 영향이 최대가 되면, 나머지 모드의 영향 $R_{n0,1}$ ($n=2,3,\dots,7$)은 줄어든다. 또한 $R_{20,2}$ 가 1.0에 근접하여 2차모드의 영향이 최대가 되면, 1차모드를 포함한 나머지 모드의 영향 $R_{n0,2}$ ($n=1,3,4,\dots,7$) 역시 줄어든다.

4. 결론

본 연구에서는 고차모드의 영향에 의한 지진거동특성을 분석하기 위해 변수연구를 수행하고 고차모드의 영향을 고려할 수 있는 개선된 모드조합법(Factored Modal Combination, FMC)을 개발하였다. FMC는 모드조합계수를 사용하여 부호의 영향이 반영된 직접적인 모드조합을 수행하므로 고차모드의 영향을 고려할 수 있다. FMC를 사용하여 고차모드의 영향이 큰 건물의 지진응답을 정확히 평가할 수 있는 다양한 정적지진하중분포를 제안하고 시간이력해석을 통하여 검증하였다. 본 연구에서 제안된 모드조합법은 비선형 정적 방법에도 쉽게 적용될 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 지진공학센터(KEERC)와 건교부(과제번호: 03 산학연 C04-01)의 재정적 지원을 받아 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. 이동근, 최원호, 안지희, "건축구조물의 비선형 지진응답 평가를 위한 개선된 지진하중 분배방법", 한국지진공학회 논문집, 제5권, 제2호, 2001, 33-47
2. ATC, "Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings", ATC-40 Report, Applied Technology Council, Redwood City, California, 1996
3. Chopra, A. K. and Goel, R. K., "A Modal Pushover Analysis Procedure for Estimating Seismic Demands for Buildings", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 31, 2002, 561-582
4. Kunnath, S. K., "Identification of Modal Cominations for Nonlinear Static Analsysis of Building Structures", Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 19, 2004, 246-259