

## 고차모드의 효과를 고려한 비선형정적평가방법

### Nonlinear Pushover Analysis Considering Higher Mode Effects

임태성\*

Eom, Tae Sung

이혜린\*

Lee, Hye Rin

박홍근\*\*

Park, Hong Gun

#### ABSTRACT

A new nonlinear static analysis method, Effective Modal Pushover Analysis (EMPA) which can evaluate earthquake responses such as story drift and plastic rotation of plastic hinges addressing higher mode effects was developed. Unlike existing nonlinear static procedure based on properties of fundamental vibration mode, the EMPA performs nonlinear static analysis using multiple effective modes constructed by direct combination of natural vibration modes. Therefore higher mode effects can be efficiently considered. In the present study, procedures of the EPMA evaluating inelastic earthquake response were established and the results were verified by nonlinear time history analysis. The EMPA can be applied to seismic evaluation of high-rise buildings and irregular buildings where higher mode effects become conspicuous.

#### 1. 서론

1차모드가 지배하는 거동특성을 보이는 구조물은 복잡한 다자유도 시스템을 등가의 단자유도 시스템으로 치환하여, 어렵고 복잡한 시간이력해석 대신 간편한 정적해석을 통하여 내진성능을 평가할 수 있다. 이러한 이론적 배경을 토대로 ATC-40과 FEMA-273 등에서 미리 규정된 횡하중분포(역삼각형, 1차모드형상 등)에 대한 정적 비선형해석(pushover analysis)을 수행하여 지진응답을 평가하는 방법(Nonlinear Static Procedure, 이하 NSP)이 소개되었다. 항복 이후 구조물의 기본진동모드와 충지진하중패턴이 변함에도 불구하고 NSP를 사용하여 비탄성지진응답을 비교적 정확히 평가할 수 있음이 다수의 연구를 통하여 밝혀졌다. 그러나 NSP를 이용한 비탄성 지진응답의 평가는 주로 중저층 구조물에 국한된다.

고층건물이나 비정형 건물은 1차 이외의 고차모드가 동적거동에 큰 영향을 미치며 복잡한 비선형 거동을 보인다. 이러한 동적거동특성을 반영하여, 비선형 정적해석시 고차모드의 영향을 고려한 다양한 정적지진하중분포가 제안되었다. (Freeman et al. 1998, 이동근 2001, Valles et al. 1996, Sasaki et al. 1998, Kunnath 2004) 비록 이들 방법이 기존의 역삼각형 혹은 1차모드형상에 비례하는 횡하중분포 보다 개선된 예측결과를 보이긴 하지만, 여전히 고차모드의 영향이 큰 구조물의 비탄성 지진응답을 정확히 평가하지는 못한다.

고차모드의 영향을 직접적으로 고려할 수 있는 보다 획기적인 방법으로 탄성영역에서 흔히 사

\* 서울대학교 건축학과 대학원

\*\* 서울대학교 건축학과 부교수

용되는 반응스펙트럼방법을 비탄성 영역까지 확장시킨 MPA(Modal Pushover Analysis, Chpral and Goel 2002)가 제안되었다. MPA는 SRSS (Square Root of Square Sum)나 CQC (Complete Quadratic Combination) 등의 간접적인 모드조합법을 사용하므로, 수치계산이 편리하고 기존의 NSP에 비하여 고차모드의 영향으로 복잡한 구조물의 비탄성 지진응답을 보다 정확히 평가한다. 그러나 SRSS나 CQC 등의 간접적인 모드조합방법은 탄성 영역에서는 사용될 수 있으나, 재하/loading)/제하(unloading) 거동경로가 다른 비탄성 구조물에서 층변형 혹은 소성한지의 회전변형 등의 지진응답 조합방법으로 적용하는 것은 이론적으로 불가능하다.

본 연구에서는 선행연구(엄태성, 이혜린, 박홍근 2005)에서 제안된 모드조합방법을 사용하여 고차모드의 영향이 포함된 유효진동모드를 제안하고, 이를 사용하여 고차모드의 영향이 큰 구조물의 비탄성 지진응답을 평가할 수 있는 비선형정적 내진성능평가방법을 개발하였다.

## 2. 기존 NSP의 고찰

다자유도 구조물의 기본 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{f}_s(\mathbf{u}) = -\ddot{\mathbf{u}}_g \mathbf{ml} \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{m}, \mathbf{c}$  = 각각 질량, 감쇠행렬,  $\mathbf{l}$  = 지진영향벡터(influence vector),  $\ddot{\mathbf{u}}_g$  = 지반가속도,  $\ddot{\mathbf{u}}, \dot{\mathbf{u}}, \mathbf{u}$  = 가속도, 속도벡터, 변위벡터. NSP는 높이에 따른 횡변형 지진응답이 일정한 분포형상에 비례하는 것으로 가정한다. 즉,

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\phi}_e q_e(t) \quad (2)$$

여기서  $q_e$  = 시간에 따른 스펙트럼변형응답,  $\boldsymbol{\phi}_e$  = 높이에 따른 횡변형 분포형상. 전통적인 NSP의 경우  $\boldsymbol{\phi}_e$ 를 1차모드형상으로 가정한다. 만약  $\boldsymbol{\phi}_e$ 가 모드좌표계의 직교성을 갖는 경우, 식 (2)를 (1)에 대입하고 각 항의 좌측에  $\boldsymbol{\phi}_e^T$ 를 곱하여 가정한 변형형상의 단자유도시스템을 구성한다.

$$\ddot{q}_e + 2\omega_e \zeta_e \dot{q}_e + \frac{f_e}{m_e} = -\Gamma_e \ddot{\mathbf{u}}_g \quad (3)$$

가정한 횡변형 형상에 따른 동적특성값은 다음과 같이 정의된다.

$$m_e = \boldsymbol{\phi}_e^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_e, \quad \Gamma_e = \frac{\boldsymbol{\phi}_e^T \mathbf{m} \mathbf{l}}{m_e}, \quad a_e = \Gamma_e^2 m_e \quad (4)$$

여기서  $\Gamma_e$  = 모드참여계수,  $a_e$  = 모드질량참여율.

구조물의 비탄성거동은 식 (3)의 좌측 세 번째 항으로부터 나타난다.

$$f_e = f_e(q_e) = \frac{\boldsymbol{\phi}_e^T \mathbf{f}_s(\mathbf{u})}{m_e} \quad (5)$$

전통적인 NSP는  $\boldsymbol{\phi}_e$ 로 1차모드형상을 가정하고, 1차모드형상 혹은 역삼각형에 비례하는 횡하중에 대한 비선형 정적해석을 수행하여 식 (5)에 의하여 나타나는 비탄성응답 평가한다. 또한 고층 건물이나 강성 및 질량 비정형이 큰 구조물의 경우 높이에 따른 횡변형과 횡지진하중의 분포가 1차모드 이외의 고차모드에 의하여 크게 영향을 받으므로, 고차모드의 영향을 반영하기 위하여 기존의 연구들은 주로 비선형 정적해석을 위한 횡하중패턴에 집중되었다.

그러나 선행연구(엄태성, 이혜린, 박홍근 2005)에서 밝혀진 바와 같이 탄성구조물 조차도 고차모드의 영향으로 인하여 높이에 따른 변형의 분포가 1차모드에 비례하여 나타나지 않는다. 또한 밀면전단력, 층간변위, 부재력 등 지진응답에 따라 최대응답이 발생하는 순간의 변형형상이 다를 수 있고, 동일 지진응답이라도 저층부와 고층부의 응답이 최대인 순간의 변형분포 패턴이 다르다. 따라서 비선형 정적해석을 사용하여 고차모드의 영향을 반영한 내진성능평가를 수행하기 위해서는 비선형 정적해석을 위한 횡하중패턴 뿐만 아니라 모드형상에도 고차모드의 영향을 포함시켜야 하며, 복수의 모드형상에 대하여 내진성능을 평가하여야 한다.

### 3. 다중 유효모드를 이용한 내진성능평가방법

#### 3.1 이론적 배경

본 연구에서는 선행연구에서 개발된 모드조합법을 사용하여 고차모드의 영향이 포함된 새로운 유효모드형상  $\phi_e$ 를 직교성을 갖는 고유진동모드  $\phi_n$ 의 선형조합으로 정의하였다.

$$\phi_e = R_{10,k}\Gamma_1\phi_1 \pm R_{20,k}\Gamma_2\phi_2 \pm R_{30,k}\Gamma_3\phi_3 \pm \dots \quad (6)$$

여기서,  $\phi_n = n$ 차 고유진동모드,  $\Gamma_n = n$ 차모드 참여계수,  $R_{n0,k}$  = 모드조합계수.  $R_{n0,k}$ 에서  $n$ 은 곱해지는 고유모드를,  $k$ 는 모드조합계수 중 최대값을 갖는 고유모드를 나타낸다. (그림 1) 식 (6)의 이중부호는 고차모드의 영향을 반영하는 유효모드가 복수로 존재할 수 있음을 의미한다.

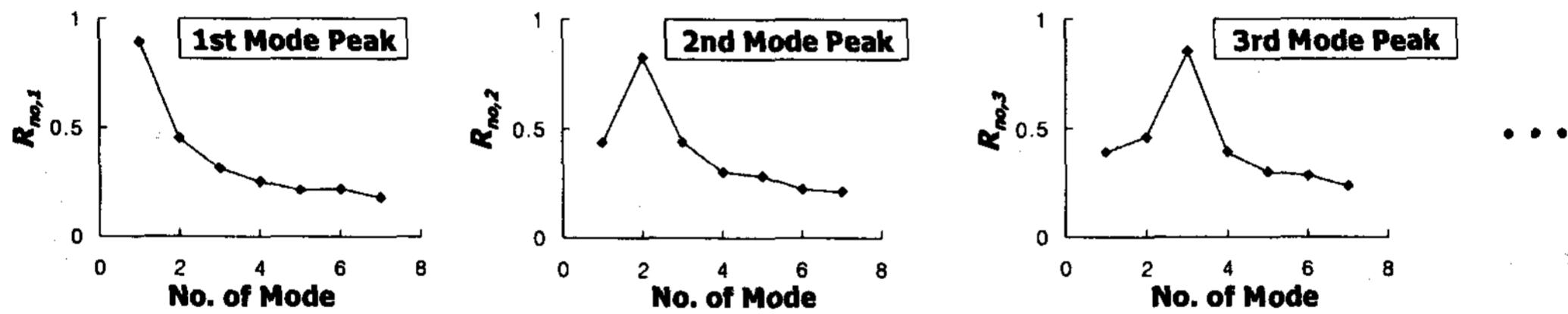


그림 1 모드조합계수 분포  $R_{n0,k}$  (엄태성, 이혜린, 박홍근 2005)

고유진동모드  $\phi_n$ 의 직교성에 의하여 식(4)로부터 유효모드의 동적특성값은 다음과 같이 정의된다.

$$m_e = (R_{10,k}\Gamma_1)^2 m_1 + (R_{20,k}\Gamma_2)^2 m_2 + (R_{30,k}\Gamma_3)^2 m_3 + \dots \quad (7a)$$

$$\Gamma_e = \frac{R_{10,k}\Gamma_1 m_1 \pm R_{20,k}\Gamma_2 m_2 \pm R_{30,k}\Gamma_3 m_3 \pm}{m_e} \quad (7b)$$

여기서,  $m_n = \phi_n^T m \phi_n$ . 또한 유효모드  $\phi_e$ 의 참여질량률  $a_e$ 은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$a_e = \Gamma_e^2 m_e \quad (8)$$

탄성시스템의 경우 유효모드  $\phi_e$ 에 대응하는 층지진하중패턴  $p_e$ 와 층변형패턴  $u_e$ 는 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} p_e &= R_{10,k}\Gamma_1 S_{a1} m \phi_1 \pm R_{20,k}\Gamma_2 S_{a2} m \phi_2 \\ &\quad \pm R_{30,k}\Gamma_3 S_{a3} m \phi_3 \pm \dots \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_e &= R_{10,k} \Gamma_1 S_{d1} \phi_1 \pm R_{20,k} \Gamma_2 S_{d2} \phi_2 \\ &\quad \pm R_{30,k} \Gamma_3 S_{d3} \phi_3 \pm \dots \end{aligned} \quad (10)$$

여기서,  $S_{dn}$ ,  $S_{dn}$ 은 각각  $n$ 차 모드의 진동주기에 대한 스펙트럼 가속도 및 변형값이다. 탄성영역에서 고유진동모드를 사용하는 전통적인 모드해석법과 유효모드를 이용한 정적방법을 개념적으로 비교하여 그림 1에 나타냈다. 유효모드  $\phi_e$ 는 고유치해석으로부터 구한 고유진동모드를 중첩시킨 것이므로, 층질량분포가 균일한 탄성시스템일지라도 횡하중패턴  $p_e$ 와 변형패턴  $u_e$ 는 유효모드형상에 비례하지 않는다.

고차모드의 영향이 큰 탄성 구조물에 대하여 유효모드를 이용한 정적방법을 사용하여 층간변형, 밑면전단력, 부재력 등 다양한 지진응답을 비교적 정확히 평가할 수 있음이 선행연구를 통하여 밝혀졌다. 비록 유효모드를 이용한 정적방법이 탄성영역에서 유도된 방법이지만, 큰 이론적인 모순 없이 비탄성영역까지 손쉽게 확장할 수 있다. 다만, 탄성시스템의 경우 횡하중  $p_e$ 를 가하여 변형  $u_e$ 를 얻을 수 있지만, 비탄성 영역에서는 구조체의 강성이 변형에 따라 달라지므로 횡하중  $p_e$ 에 의한 변형은  $u_e$ 와 다르다. 따라서 유효모드를 이용한 정적방법을 비탄성영역으로 확장하는 경우 하중패턴  $p_e$  혹은 변형패턴  $u_e$  중 어느 한 가지만을 정의하여야 하며, 이때 나머지는 비선형 정적 해석(pushover analysis)을 통하여 결정된다.

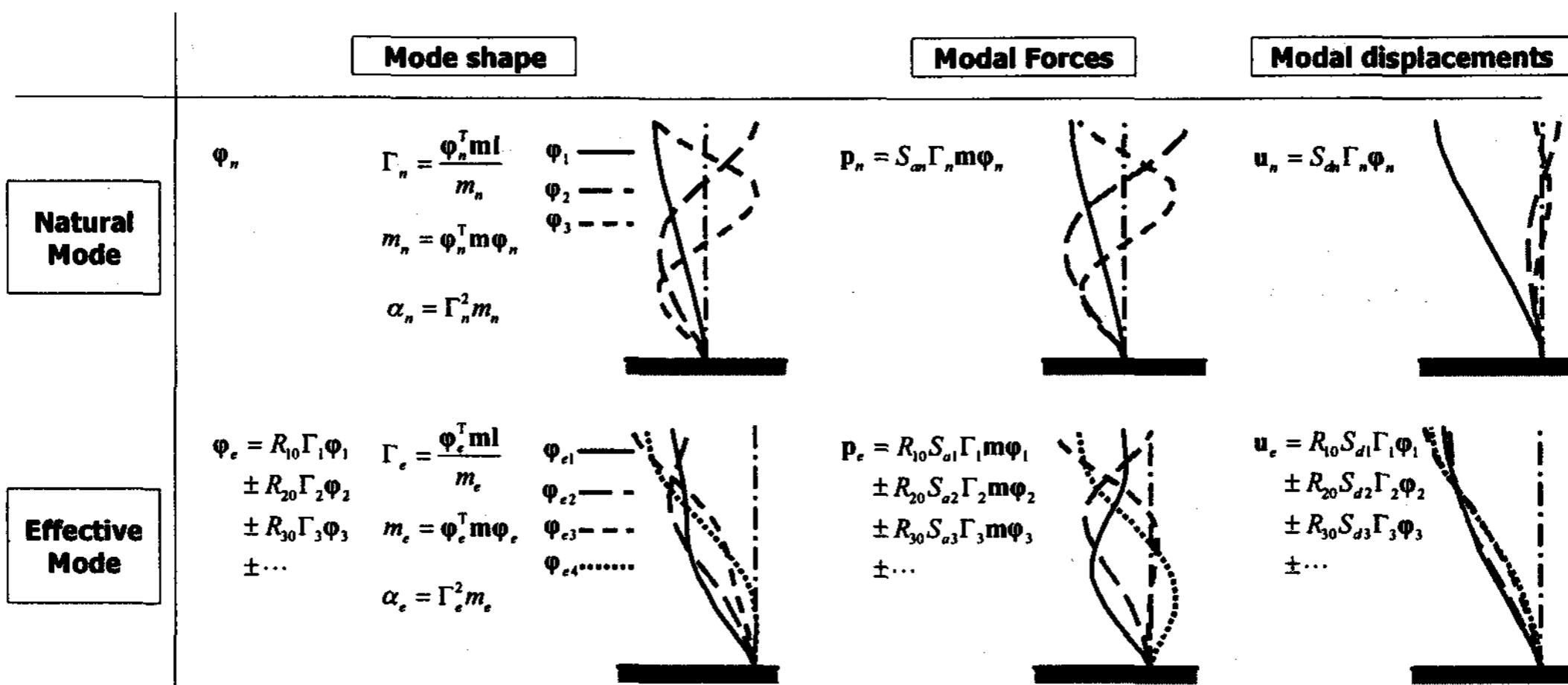


그림 2 고유진동모드 vs. 정적해석을 위한 유효모드

### 3.2 비탄성 내진성능평가 절차

유효모드를 이용한 비선형정적 내진성능평가방법(Effective Modal Pushover Analysis, 이하 EMPA)을 사용하여 비탄성 지진응답을 구하는 절차는 기본적으로 CSM(Capacity Spectrum Method), MPA 등 기존의 NSP와 동일하다. 다만, 기존의 NSP가 주로 1차 고유진동모드  $\phi_1$ 를 사용하여 등가의 단자유도 시스템으로 치환하는 반면, EMPA는 고차모드의 영향을 분명히 반영하기 위하여 3.1장에서 제시된 유효모드  $\phi_e$ 를 이용한다. 주어진 요구지진에 대한 층간변위, 부재 소성현

지의 회전변형 등 변형응답을 구하는 EMPA의 절차는 다음과 같다.

- 1) 구조물에 대하여 탄성의 모드해석을 수행하여, 각 모드의 형상  $\phi_n$ , 참여계수  $\Gamma_n$ , 질량  $m_n$  등 동적특성값을 구한다. (식 (4), 그림 3 (a))
- 2) 계수모드조합법을 사용하여 유효모드의 형상  $\phi_e$ , 참여계수  $\Gamma_e$ , 질량참여율  $\alpha_e$ 를 구한다. (식 (7), (8), 그림 3 (b))
- 3) 유효모드  $\phi_e$ 에 대응하는 횡하중분포  $p_e$ 를 구하고(식 (9)), 이에 대하여 비선형 정적해석(pushover analysis)를 수행하여 지붕층변형  $\Delta_{roof}$ 과 밑면전단력  $V$  관계의 성능곡선(capacity curve)를 구한다. (그림 3 (c))
- 4) 유효모드에 대한 동적특성값을 이용하여 성능곡선을 성능스펙트럼(capacity spectrum)으로 치환한다. (그림 3 (d))

$$S_d = \frac{\Delta_{roof}}{\Gamma_e \phi_{e, roof}}, \quad S_a = \frac{V}{\alpha_e W} \quad (11)$$

여기서  $W$ 는 건물의 전체 중량을 나타낸다.

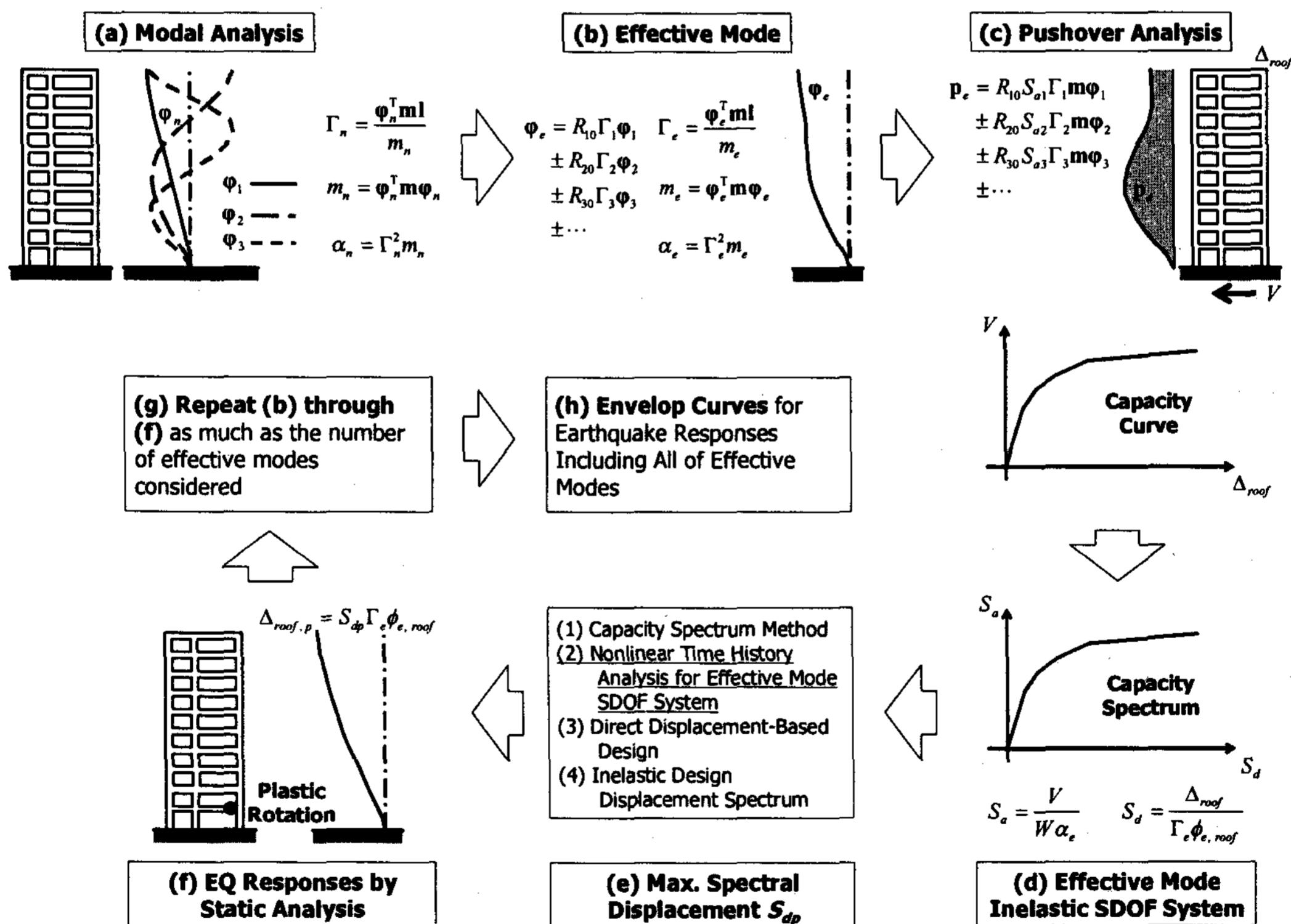


그림 3 유효모드를 이용한 비선형정적 내진성능평가(Effective Modal Pushover Analysis) 절차

- 5) 요구지진에 대하여 기존의 다양한 비탄성 지진응답평가방법을 사용하여, 유효모드  $\phi_e$ 에 관계된 비탄성 단자유도시스템의 최대변형응답  $S_{dp}$ 를 구한다. (그림 3 (e))

능력스펙트럼(Capacity Spectrum Method)방법, 직접변위기초설계법, 비선형 시간이력해석, 비탄성 설계변형스펙트럼, 기타 경험식 등을 사용하여  $S_{dp}$ 를 결정할 수 있으며, 본 연구에서는 비선형 시간이력해석을 이용하는 방법을 사용하였다.

- 6)  $S_{dp}$ 에 대응하는 지붕층 최대변형  $\Delta_{roof}$ 를 구한다. (그림 3 (f))

$$\Delta_{roof} = S_{dp} \Gamma_e \phi_{e, roof} \quad (12)$$

- 7) 3)항의 비선형 정적해석 결과로부터 지붕층변형이  $\Delta_{roof}$ 일 때의 층간변형과 각 부재의 소성변형을 구한다. (그림 3 (f))

- 8) 모든 유효모드에 대하여 1)~7)의 과정을 반복하여 층간변형과 각 부재의 소성변형을 구한다. 이때 복수의 유효모드에 대한 응답 중 최대값이 구조물의 비탄성지진응답이다. (그림 3 (g))

$m$ 차 모드까지 고려하는 경우 원칙적으로 선행연구에서 제안된 모드조합계수  $R_{n0,k}$ 는  $m$ 가지 ( $k = 1, 2, \dots, m$ )를 사용하여야 하며, 따라서 고려할 수 있는 유효모드의 총 수는  $m!^{m-1}$  가지이다. 그러나, 고차모드의 영향이 큰 장주기 구조물에 대하여 층간변위, 부재의 소성회전각 등 지진에 의한 변형응답을 평가하는 경우  $S_{d1}$ 이  $S_{dn}$  ( $n = 2, 3, \dots$ )에 비하여 훨씬 크므로, 1차 모드에 대한 계수치가 최대인  $R_{n0,1}$ 분포(그림 1 의 1st Mode Peak)만을 고려하더라도 충분히 정확하나 비탄성 변형응답의 평가가 가능하다.

#### 4. 유효모드를 이용한 내진성능평가 예제

EMPA(Effective Modal Pushover Analysis)를 사용하여 25층 전단벽(높이 100m) 구조물의 지진응답을 평가하였다. 그림 4는 예제 건물의 형상과 비선형 정적 및 동적해석을 위한 모델을 보여준다. 층고는 4m이고, 보 경간과 벽체의 길이는 6m이다. 각 층의 질량은 45.5 ton이며, 31.1 kN/m의 계수중력하중이 작용하고 있다. 기둥과 벽체는 1층 하부에서만 소성현지가 발생하고, 보의 양단부에서는 전층에 걸쳐 소성현지가 발생할 수 있는 것으로 가정하였다. 주요부재의 크기와 항복강도는 그림 4에 나타나 있다. 축강성은 부재 전단면적을 사용하였고, 벽, 기둥, 보의 휨강성은 전단면에 대하여 구한 단면2차모멘트에 각각 0.5, 0.7, 0.5를 곱한 균열강성을 사용하였다. 보의 경우 슬래브의 역할을 고려하여 균열강성의 두배를 사용하였다. 탄성모드해석으로부터 구한 1-3차 고유진동모드의 형상 및 특성값이 그림 4에 나타나 있다. 해석에 사용된 자진데이터는 El Centro 1940(PGA = 0.319g)이며, 제안된 방법의 특징을 명확히 보여주기 위하여 지반가속도의 PGA를 4배로 증가시켜 사용하였다.

구조물의 내진성능평가시 3차 고유진동모드까지 포함하였고(질량참여율 0.89), 3.2장에서 언급한 바와 같이 1차모드에 대한 조합계수 값이 최대인  $R_{n0,1}$ 분포(그림 1 의 1st Mode Peak)만을 고려하였다. 따라서 그림 4에서 보는 바와 같이 본 예제에서 고려된 유효모드의 총 수는 4 가지이다. 각 유효모드에 대하여 3.2장과 그림 3에 제시된 절차에 따라 구조물의 비탄성 지진응답을 평가하였다.

성능점의 스펙트럼 변형값을 결정하는 방법으로 MPA에 제시된 방법을 사용하였다. 즉,  $p_e$ 에 대한 비선형 정적해석을 수행하여 구한 성능스펙트럼(그림 3)을 2선형모델(bilinear model)로 나타

낸다. 이선형 모델로 정의된 유효모드  $\phi_e$ 에 대한 비탄성 단자유도시스템(식 (3))의 최대 변형응답  $S_{dp}$ 를 구하고, 식 (12)를 이용하여 유효모드  $\phi_e$ 에 관계된 지붕층 최대변형  $\Delta_{root,p}$ 를 구한다. 각 유효 모드에 대한 성능스펙트럼과 최대 스펙트럼변형  $S_{dp}$  및 지붕층변형  $\Delta_{root,p}$ 을 그림 5에 나타냈다.

유효모드  $\phi_{e1} \sim \phi_{e4}$ 로부터 구한 층간변위와 보-기둥 접합부 소성회전각의 높이에 따른 분포를 각각 그림 6에 나타냈다. 이때  $\phi_{e1} \sim \phi_{e4}$ 에 대한 지진응답 중 최대값만을 연결하는 포락곡선(envelop curve)이 EMPA로 평가된 예제건물의 비탄성 지진응답이다.

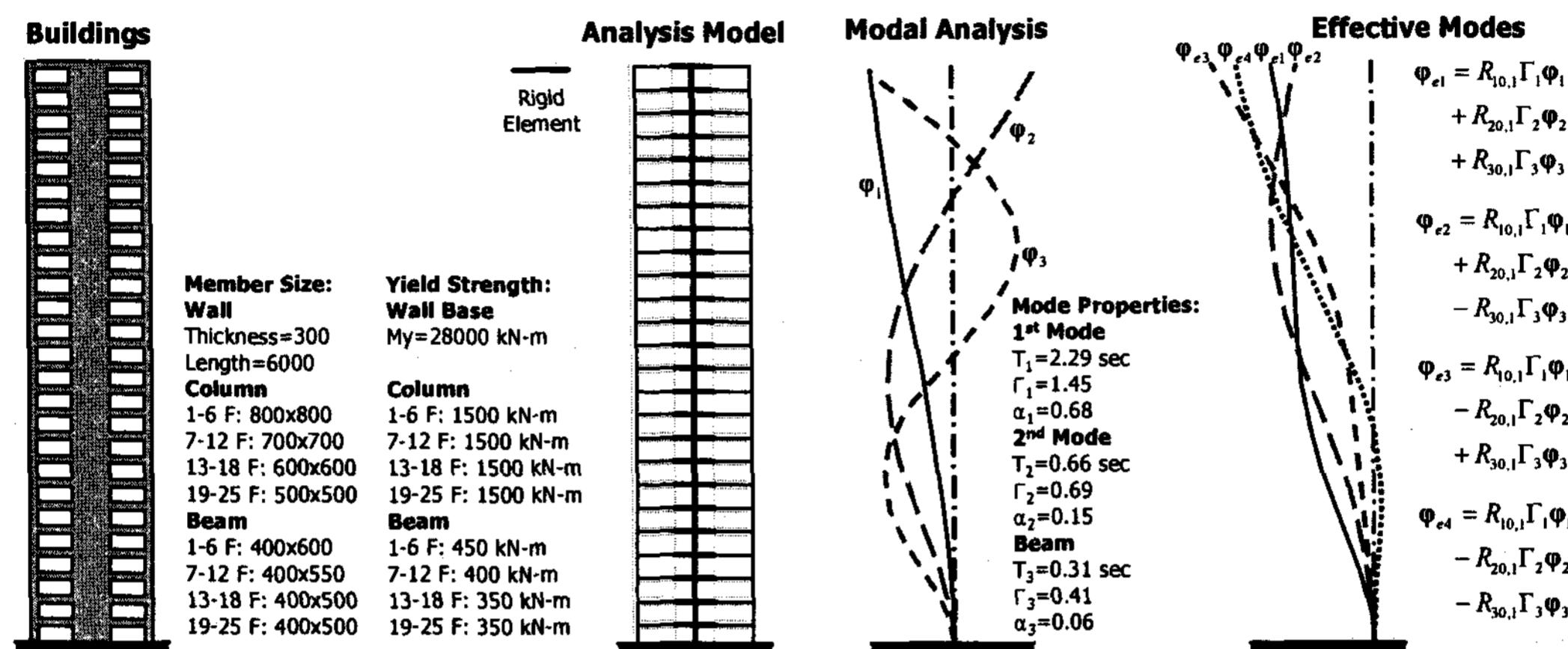


그림 4 예제건물의 형태, 해석모델, 고유진동모드, 유효모드

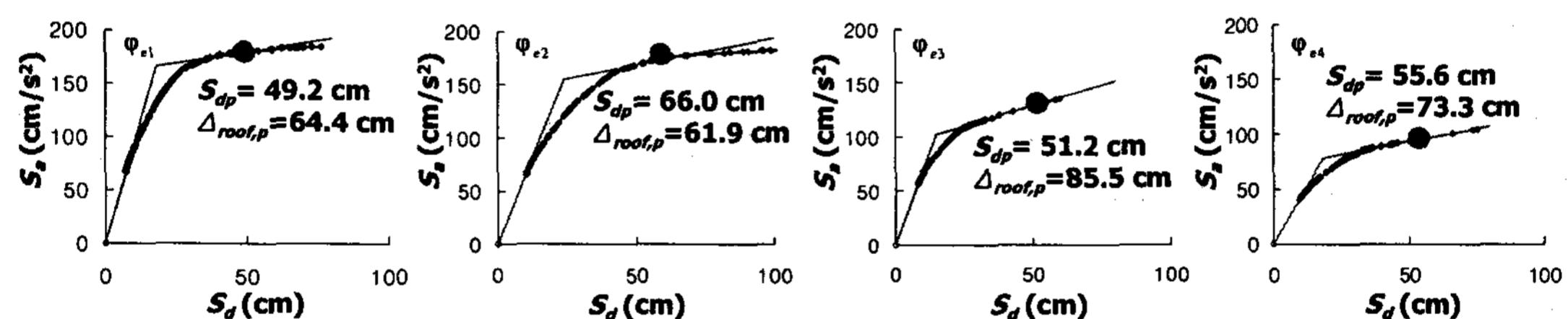


그림 5 유효모드를 이용한 내진성능평가방법: 등가 단자유도 시스템의 비탄성변형스펙트럼 결정

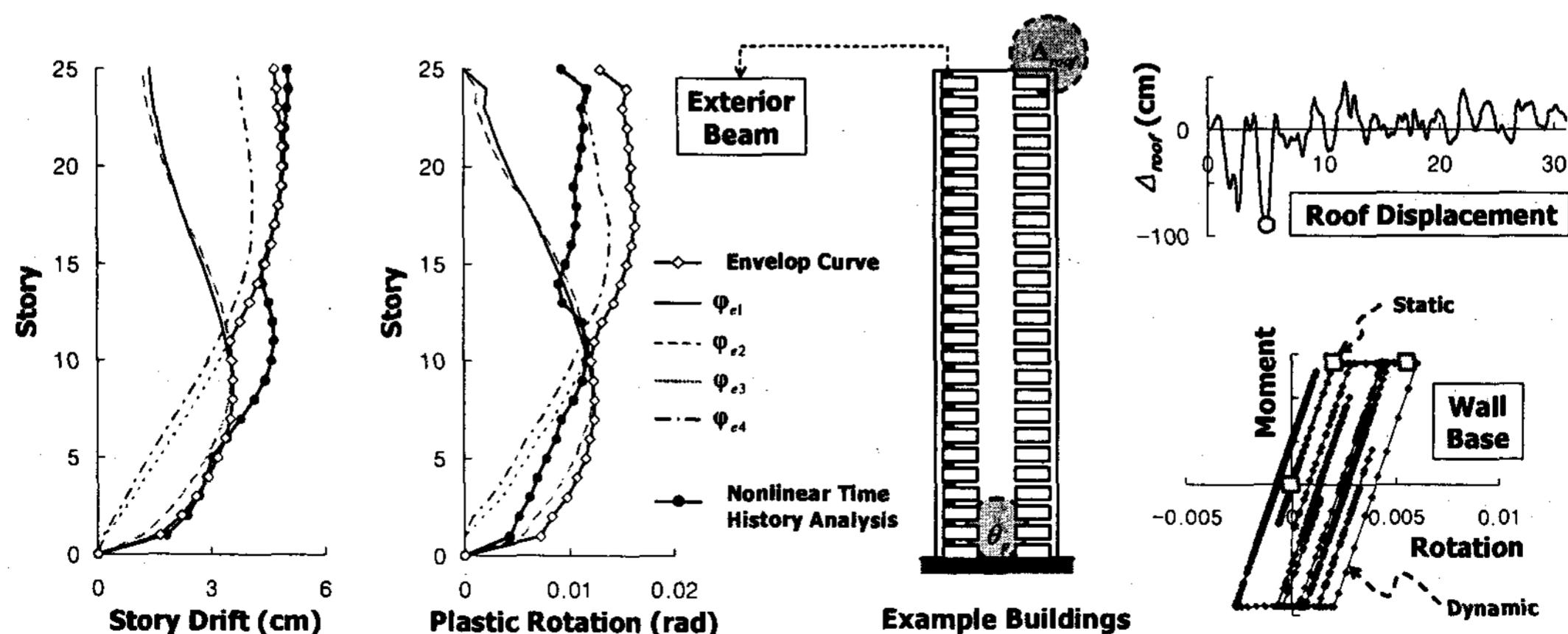


그림 6 등가 단자유도 시스템의 비탄성변형스펙트럼 결정

예제 건물에 대하여 DRAIN-2DX로 수행한 비선형 시간이력해석 결과를 그림 6에 나타냈다. 그림에서 보는 바와 같이 지진거동 동안 구조물은 고차모드에 의하여 복잡한 비탄성 거동을 보였다. 기둥과 벽체는 1층 하부에서만 소성힌지가 발생하였고, 보는 전층에서 소성변형이 발생하였다.

그림 6은 예제건물에 대한 비선형 시간이력해석과 EMPA로 예측한 지진응답을 비교하여 보여준다. 두 방법으로 예측된 층간변위는 저층과 고층부에서 거의 동일하게 예측되었고, 중층부에서는 다소 저평가되었다. 외부 보의 소성힌지에서 발생한 소성변형의 경우 층간변형이 정확하게 예측되었음에도 불구하고 EMPA에 의한 예측값이 비선형 시간이력해석보다 다소 과대평가되었다. 벽체 하부에서 발생한 소성변형은 거의 일치하였다. 고차모드의 영향으로 매우 복잡한 비탄성 거동을 보임에도 불구하고, 본 연구에서 제안된 EMPA는 층간변위, 보의 소성변형 등을 비교적 정확하게 예측하였다.

## 5. 결론

본 연구에서는 유효모드를 이용한 새로운 비선형정적 내진성능평가방법(Effective Modal Pushover Analysis, EMPA)을 개발하였다. EMPA는 정적해석을 수행하므로 편리하고, 부호의 영향이 반영된 복수의 유효모드를 사용하므로 고차모드의 영향으로 복잡한 장주기 구조물의 비선형 지진응답을 비교적 정확히 평가할 수 있다. 본 연구에서는 EMPA의 절차를 정립하였고, 25층 벽식 구조물에 대하여 제안된 내진성능평가방법을 검증하였다. 향후 다양한 건물과 지진에 대하여 면밀한 검증이 필요하다.

## 감사의 글

본 연구는 지진공학센터(KEERC)와 전교부(과제번호: 03 산학연 C04-01)의 재정적 지원을 받아 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

1. 엄태성, 이혜린, 박홍근, “고차모드효과를 고려한 모드조합법 및 정적지진하중”, 한국지진공학회 학술발표회 논문집, 2005
2. 이동근, 최원호, 안지희, “건축구조물의 비선형 지진응답 평가를 위한 개선된 지진하중 분배방법”, 한국지진공학회 논문집, 제5권, 제2호, 2001, 33-47
3. ATC, "Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings", ATC-40 Report, Applied Technology Council, Redwood City, California, 1996
4. Chopra, A. K. and Goel, R. K., "A Modal Pushover Analysis Procedure for Estimating Seismic Demands for Buildings", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 31, 2002, 561-582
5. Kunnath, S. K., "Identification of Modal Combinations for Nonlinear Static Analyses of Building Structures", Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 19, 2004, 246-259