

# 기하학적 제한 조건에 의한 파티클 필터링 성능 평가 연구

이장용, 이석한  
성균관대학교 전자전기공학부  
e-mail : sgdrizzle@skku.edu

## Representation of Constraint Manifold and its Evaluation for CM-based Particle filter

Jangyong Lee, Sukhan Lee  
School of Information and Communication Engineering, Sungkyunkwan University

### 요 약

융합과 필터링(Fusion and Filtering: F/F) 기법은 신호처리, 제어 등 많은 공학분야에서 사용되며 현재 파티클 필터(Particle Filter: PF)가 최근 가장 각광받고 있다. 그러나 비선형 시스템과 모델링 하기 어려운 에러조건 때문에 기존의 파티클 필터조차 제대로 다루지 못하는 공학환경이 존재한다. 이에 파티클 필터뿐만 아니라 칼만 계열(Kalman varieties)의 필터 방법들을 통합할 수 있는 Constraint Manifold(CM) 기반 융합과 필터링 방법이 제안되었다. 본 논문에서는 CM 기반 필터링을 효과적으로 수행할 수 있도록 제한 조건 표현에 대한 방법론을 제시하면 시뮬레이션을 통해 기존 파티클 필터와의 성능 비교를 수행하였다.

### 1. 서론

융합과 필터링 (Fusion and Filtering: F/F) 기법은 신호처리, 제어 등 많은 공학 분야에 널리 사용된다. 융합 및 필터링의 기본이 되는 Kalman Filter(KF)[1][2]는 가우시안 에러 모델을 적절히 다룰 수 있는 선형 필터이나 비선형 시스템 처리에 어려움을 갖고 있다. 이와 같은 한계를 극복하기 위하여 Extended Kalman Filter(EKF)[3][4]가 개발되었으나 이는 1 차 선형 근사화에 의한 에러가 발생하여 시스템의 비선형 정도와 필터링 수행 빈도에 따라 필터링 성능이 달라질 수 있는 단점이 있다.

EKF의 대안으로 Unscented Kalman Filter(UKF)[5]가 개발되었다. 이 필터는 비선형과 비가우시안 에러 모델 시스템을 다룰 수 있다. 이 필터는 2 차 비선형까지 다룰 수 있는 것으로 알려져 있지만 잘못된 가우시안 근사화로 인하여 필터의 성능이 저하될 수 있고 3 차 이상의 비선형 시스템에 문제가 있을 수 있다.

최근 Particle Filter(PF) [6][7]가 기존 방법의 이러한 한계를 극복할 수 있는 방법으로 대두되었다. PF는 시스템 모델링 식과 측정 식에 에러의 정도를 다양한

가중치를 지닌 입자들로 표현하여 이들을 융합한다. 융합하는 방법[8]으로는 개발자에 따라 차이를 가질 수 있다. 많은 경우에서 이 융합된 결과는 비선형과 임의의 에러 모델뿐만 아니라 모호한 정보를 가지고 있는 시스템에 일반해에 가까운 값을 제공한다. 그러나 PF 역시 잘못된 입자의 예측에 의한 실패가 있을 수 있고 많은 처리시간으로 인해 실시간 문제에 어려움이 있다.

다양한 센서의 데이터를 융합과 필터링할 때, 다양한 제약 조건이 있을 수 있다. 이러한 제약 조건들은 융합공간(Fusion Space) 상에서 차원을 낮추어 줄 수 있고 입자들의 낭비를 막을 수 있기 때문에 융합과 필터링에 큰 도움을 줄 수 있다. 그러나 기존 융합 및 필터링 방법들은 다양한 제약 조건을 결합하여 활용하는데 어려움이 있다. 이러한 문제를 다루고자 Constraint Manifold 기반 융합과 필터링(CM-based F/F) 기법[9]이 제안되었다.

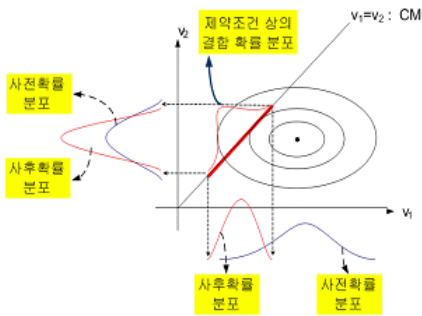
이에 본 논문은 CM-based F/F에 대한 방법론적인 문제인 모델링 식과 측정 식의 샘플링 및 융합공간 상에서 확률분포 전달문제를 고찰하고 시뮬레이션에 적용해 봄으로써 기존의 PF와의 정량적인 비교를 수행

하였다.

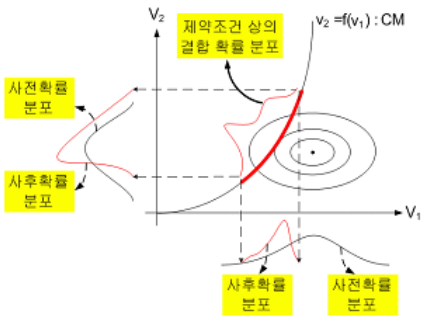
본 논문의 구성은 다음과 같다. 2 장에서는 이미 제안된 CM 기반 융합과 필터링 기법에 대한 기본 개념을 설명하고 3 장에서는 이에 대한 알고리즘에 대해 설명한다. 4 장에서는 구현 방법론과 수행 시뮬레이션 결과를 보이고 5 장에서는 결론을 내렸다.

## 2. CM 기반 융합과 필터링 기법

CM 기반 융합과 필터링 기법[9]은 융합 및 필터링 공간과 제약조건을 정의하고 주어진 사전 확률 분포(Prior Probability Distribution)가 제약조건 상으로 진행된 결과를 토대로 결합 확률 분포(Joint Probability Distribution)를 도출하여, 주변 확률 분포(Marginal Probability Distribution)를 통해 사후 확률 분포(Posterior Probability Distribution)를 구하는 방법이다.



(그림 1) 선형 제약 조건 경우



(그림 2) 비선형 제약 조건 경우

(그림 1)과 (그림 2)는 제약 조건이 선형과 비선형인 경우이다. 두 개의 센서 V1 과 V2 에 대한 사전 확률 분포는 이미 알고 있다고 가정한다. V1 과 V2 를 통해 결합 확률 분포를 구하게 되는데 이는 제약 조건을 만족해야 하므로 제약조건 위에 있는 결합 확률 분포만을 고려한다. V1 과 V2 의 주변 확률 분포는 제약조건 상의 결합 확률 분포를 통해 구할 수 있으며, 이 두 개의 주변 확률 분포가 각각 V1 과 V2 의 사후 확률 분포가 된다.

(그림 1)과 (그림 2)은 제약조건이 각각 선형과 비선형인 경우이다. 여기서 사전 확률 모델은 보통 가우시안 확률 분포로 가정한다. 따라서 선형 제약 조건

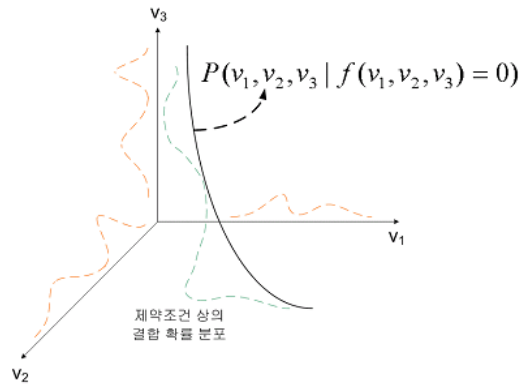
경우에 사후 확률 분포는 (그림 1)처럼 가우시안 확률 분포임을 알 수 있으며 이러한 결과는 Kalman 필터와 동일하다. 그러나 비선형 제약 조건 경우에 사후 확률 분포는 가우시안 확률 분포처럼 되지 않게 된다.

## 3. 기본 알고리즘

다음은 CM 기반 융합과 필터링 방법의 기본적인 알고리즘이다.

- (1) 융합 및 필터링 공간과 제약조건 정의
- (2) 각 변수의 사전 확률 분포의 정의
- (3) 제약 조건을 만족하는 결합 확률 분포를 구함
- (4) 제약 조건을 만족하는 결합 확률 분포를 통해 각 변수의 사후 확률 분포를 구함
- (5) (2)~(4) 과정 반복 수행

(그림 3)은 3 차원에서의 CM 기반 융합과 필터링의 개념을 나타내는 예이다.



(그림 3) 3 차원에서의 CM 기반 융합과 필터링의 예

$$\begin{aligned}
 P(v_1) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(v_1, v_2, v_3 | f(v_1, v_2, v_3) = 0) dv_2 dv_3 \\
 P(v_2) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(v_1, v_2, v_3 | f(v_1, v_2, v_3) = 0) dv_1 dv_3 \\
 P(v_3) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(v_1, v_2, v_3 | f(v_1, v_2, v_3) = 0) dv_1 dv_2
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

식(1)은 (그림 3)에서 보여지는 각 변수의 주변 확률 분포를 구하는 식이다. 그러나 다차원 공간과 복잡한 비선형 식을 적분하는 것이 현재의 수학 방법으로 불가능할 때가 많다. 또한 수치 해석적 방법으로 접근하더라도 매우 복잡할 경우가 많고 계산량 처리에 문제가 있을 수 있다.

## 4. 실제 구현 방법 및 시뮬레이션

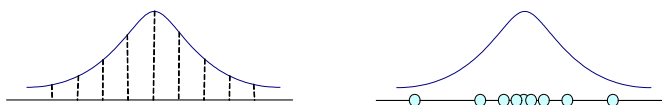
$$\begin{aligned}
 x_n &= f(x_{n-1}) + u_n \\
 z_n &= h(x_n) + v_n
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

식(2)는 각각 시스템 모델링 식과 측정 식을 나타낸

것이다.  $u_n, v_n$ 은 각각의 에러를 의미한다.  $x_{n-1}$  이  $x_n$ 으로 진행하는데 있어서 통계학적인 확률 분포 표현 방법인 샘플링이 있다. 샘플링에는 크게 일정 간격 샘플링과 확률 분포에 의한 샘플링이 있다.

일정 간격 샘플링은 함수의 입력 변수에 전구간에 걸쳐 일정한 간격으로 샘플링을 하고 각 샘플마다 가중치를 주는 방식이다. 모든 구간을 고려하므로 일반화에 가깝게 접근할 수 있다는 장점이지만 현실적으로 모든 구간에 대한 샘플링이 가능한 공학 문제가 많지 않으며 가능하다고 해도 처리 문제가 만만치 않다는 문제가 있다. 결정적으로 차원이 늘어났을 때 심각한 계산 문제에 직면할 수 있다.

이에 반해 확률 분포에 의한 샘플링은 보다 적은 샘플 개수로 확률 분포를 표현할 수 있는 장점이 있다.

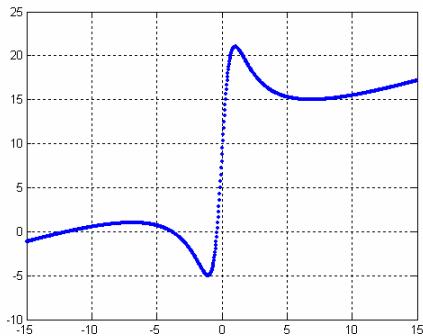


(그림 4) 일정 간격 샘플링과 확률 분포에 의한 샘플링

그러나 이 방법은 융합공간상의 제약 조건의 기하학적 형태를 제대로 표현했다고 할 수 없다. 심지어 일정 간격 샘플링조차 비선형 함수에 따라 진행되기 때문에 기하학적 형태를 제대로 표현하지 못한다. 제약조건의 기하학적 형태를 제대로 표현하기 위해서는 제약조건상에서의 일정간격 샘플링이 필수적이다. 이에 본 논문에서는 저차원 신호처리 문제에서 대표적으로 사용되고 있는 UNGM(Univariate Nonstationary Growth Model)[7]을 사용하여 이 문제에 대해서 다루어 보았다.

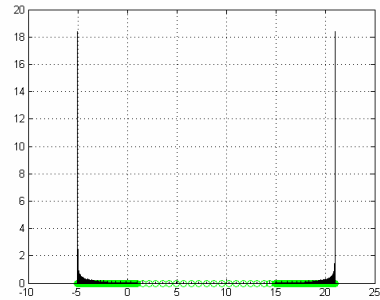
$$\begin{aligned}
 x_n &= \alpha x_{n-1} + \beta \frac{x_{n-1}}{1 + x_{n-1}^2} + \gamma \cos(1.2(n-1)) + u_n \\
 y_n &= \frac{x_n^2}{20} + v_n, \quad n = 1, \dots, N
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

식(3)은 UNGM의 시스템 모델링식과 측정식을 나타낸 것이다. ( $\alpha=0.5, \beta=25, \gamma=8, x_0=0.1$ )



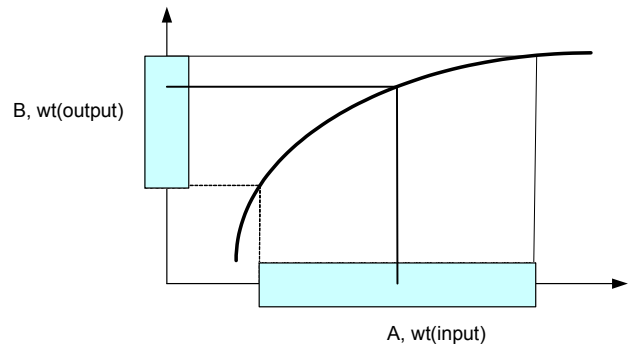
(그림 5) 일정 간격 샘플링하여 진행한 결과 (n=1)  
(그림 5)는 UNGM 시스템 모델링식에서 입력단을

일정 간격 샘플링(간격 0.1)하여 함수에 진행시킨 결과이다. (그림 5)에서 보듯이 입력단에서 일정 간격 샘플링을 하여도 진행된 결과는 일정한 간격으로 나오지 않는다. 이는 기하학적 형태를 온전하게 표현했다고 보기 어렵다.



(그림 6) 일정 간격 샘플링하여 진행한 결과 (n=1)

(그림 6)은 (그림 5)의 조건에서 입력단에  $N(0.1, 1)$ 의 가우시안 조건으로 진행시킨 후의 결과이다. 0.1부근의 입력 확률이 높음에도 불구하고 진실값인 5.4241 값에 가중치가 나타나지 않은 것은 기하학적 형태가 일정하게 표현되지 않았기 때문이다. 또한 입력단의 샘플과 진행된 후 결과를 나타내는 샘플간의 간격 역시 중요한 요소가 된다.



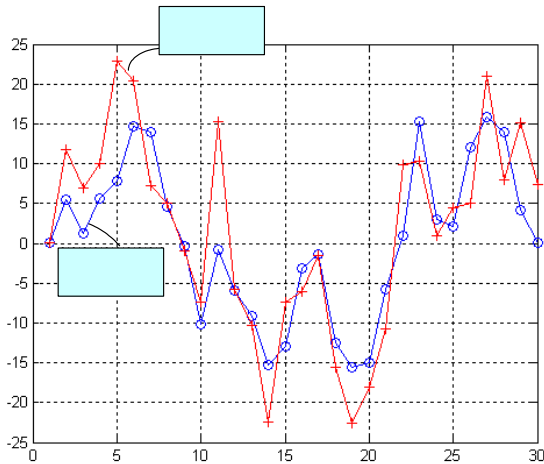
(그림 7) 입력단 샘플간격과 출력단 샘플간격

(그림 7)에서 보는 바와 같이 기존의 많은 PF에서는 입력단의 샘플 가중치(wt(input))가 그대로 출력 가중치(wt(output) = wt(input))로 전달되었다. 그러나 샘플은 그 자체의 가중치뿐만 아니라 밀집도 역시 고려되어야 할 것이다. 따라서 입력단 샘플간격(A)과 출력단 샘플간격(B)이 고려되어야 할 것이다. 즉,  $wt(output) = (A/B) \times wt(input)$ 이 되어야 할 것이다.

이에 본 논문에서는 입력단의 샘플을 일정하게 하는 것이 아닌 제약조건상의 샘플을 일정하게 하고 또한 진행된 가중치를 입력단과 출력단의 샘플간격과 함께 고려하여 UNGM 모델을 필터링하였고 이 결과를 [7]에서 제시된 결과와 비교하였다. 제약조건상에서 샘플을 일정하게 하는 방법은 먼저 입력단에서 일정간격으로 샘플링 한 뒤 나오는 입출력 관계 집합에서 일정 거리만 떨어져있는 입출력 항만 추출했으며, UNGM 모델의 진실값은 -17에서 17 사이에 있으며

로 구간 제한 문제는 존재하지 않는다.

(그림 8)은 이와 같은 과정을 거쳐 나온 필터링 결과와 진실값을 보여주는 그림이다. 이 결과를 도출하기 위해 사용된 입자의 개수는 295~303 개이며, 사용된 입자의 개수가 조금씩 다른 이유는 제약 조건의 기하학적 형태를 일정하게 샘플링 하려고 하였기 때문이다. 제약 조건상에서는 매 샘플 간격을 완벽하게 똑같이 맞추어 줄 수는 없기 때문에 이와 같은 현상이 일어났다. N=30 이고 3.0GHz Intel Pentium IV Processor 컴퓨터 환경에서 MATLAB 을 이용하여 구현하였다.



(그림 8) 제안된 방법에 의한 필터링 결과와 진실값의 변화 추이

매번 스텝마다 필터링 된 결과값과 진실값 사이의 MSE(Mean Square Error)는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$MSE = \sum_{(n=1:N)} (\text{필터링 결과} - \text{진실값})^2 / N \quad (4)$$

[7]에서 제시한 MSE 는 10~12 사이의 값을 가지고 있었으며 본 논문에서 제시한 방법의 MSE 는 7.082 이었다. 참고로 입력단에서만 일정 간격으로 샘플링하여 필터링을 하였을 경우의 MSE 역시 10~15 사이의 값을 가지고 있었다.

이는 제안된 방법이 성능면에서 가장 우수하다는 것을 보여준다.

## 5. 결론

본 논문에서는 기존에 제안된 CM 기반 융합 및 필터링 기법의 실제적인 방법론에 대하여 논의하였다. 기존에 제안된 CM 기반 융합 및 필터링 기법은 통계학적인 샘플을 이용해 제약 조건상의 결합 확률 분포를 효과적으로 구하고 이를 통해 각 변수의 사후 확률 분포를 구하는 것이다. 이에 대한 구체적인 방법론으로서 저차원 모델일 경우, 제약 조건상의 기하학적인 특성을 온전히 고려하기 위해서 제약 조건상의 샘플

플 간격을 일정하게 하였고 입력단의 샘플 간격과 출력단의 샘플 간격 역시 고려하여 필터링을 진행하였다.

이러한 방법론을 통해 기존의 PF 방법보다 더 좋은 성능을 갖는다는 것을 시뮬레이션 결과를 보여 입증하였다.

지금까지 고려된 문제는 어디까지나 저차원일 경우이므로 현재 고차원상의 문제를 어떻게 다루어야 할지에 대한 논의가 필요하다. 실제로 로봇 이동주행 분야는 5 차원이상의 고차원을 요구하며 융합공간도 UNGM 모델과 비할 바가 못 된다. 이에 고차원 문제를 해결하기 위하여 클러스터링 기법 중 하나인 Hyper-Ellipsoid 클러스터링 방법을 이용하여 필터링에 적용하는 방법을 연구하고 있다.

또한 PF 가 갖고 있는 치명적인 문제점 중 하나인 Impoverishment Problem 이 잘 나타나는 공학적 문제들을 찾아 이와 같은 방법을 여러 샘플링 수로 적용해 봄으로써 다양한 성능평가가 이루어져야 할 것이다.

## 참고문헌

- [1] H. W. Sorenson, "Kalman Filtering : Theory and Application." Piscataway, NJ: IEEE Press, 1985.
- [2] R. Moose and M. Caputi, "A convergence analysis of a passive underwater tracking system with nonlinear feedback," IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 34, Issue. 6, pp. 1401-1409, 1986.
- [3] L. Jetto, S. Longhi and G. Venturini, "Development and experimental validation of an adaptive extended Kalman filter for the localization of mobile robots," IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 15, Issue. 2, pp. 219 - 229, 1999.
- [4] I.A.R. Ashokaraj, P.M.G. Silson, A. Tsourdos and B.A. White, "Implementation of an adaptive EKF to multiple low cost navigation sensors in wheeled mobile robots," International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV 2002), Vol. 2, pp. 608-612, 2002.
- [5] W. Li and H. Leung, "Simultaneous Registration and Fusion of Multiple Dissimilar Sensors for Cooperative Driving," IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, Vol. 5, Issue 2, pp. 84-98, 2004.
- [6] T. Ghirmai, N.F. Bugallo, J. Miguez and P.P. Djuri, "A novel particle filtering approach to blind symbol detection and timing estimation," IEEE 58th Vehicular Technology Conference (VTC2003), Vol. 2, pp. 1147-1151, 2003.
- [7] J.H. Kotecha and P.M. Djuric, "Gaussian sum particle filtering," IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 51, Issue. 10, pp. 2602-2612, 2003
- [8] D. Crisan and A. Doucet, "A survey of convergence results on particle filtering methods for practitioners," IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 50, Issue. 3, pp. 736 -746, 2002.
- [9] SH. Lee, SM. Baek, SS. Lee, SH. Kim, YB. Kim, DE. Kim, JY. Lee, JM. Choi, KH. You, and DS. Kim, "CM filter," Artificial Intelligence and Soft Computing (ASC), 2005