

A Study on the Groundwater Flow in Fractured-Porous Media by Flow Resistance Theory

단열-다공암반에서 유동저항 이론을 이용한 지하수 유동 평가에 관한 연구

Ji-Woong Han, Yong-Soo Hwang, and Chul-Hyung Kang

Korea Atomic Energy Research Institute, 150 Duck-Jin Dong, Yusung-Ku, Daejeon

한지웅, 황용수, 강철형

한국원자력연구소, 대전광역시 유성구 덕진동 150번지

Abstract

On the basis of flow resistance theory the conceptual model and related mathematical descriptions is proposed for resistance modeling of groundwater flow in CPM(continuum porous medium), DFN(discrete fracture network) and fractured-porous medium. The proposed model is developed on the basis of finite volume method assuming steady-state, constant density groundwater flow. The basic approach of the method is to evaluate inter-block flow resistance values for a staggered grid arrangement, i.e. fluxes are stored at cell walls and scalars at cell centers. The balance of forces, i.e. the Darcy law, is utilized for each control volume centered around the point where the velocity component is stored. The transmissivity (or permeability) at the interface is assumed to be the harmonic average of neighboring blocks. Flow resistance theory was utilized to relate the fluxes between the grid blocks with residual pressures. The flow within porous medium is described by three dimensional equations and that within an individual fracture is described by a two dimensional equivalent of the flow equations for a porous medium. Newly proposed models would contribute to develop flow simulation techniques with various matrix characteristics.

Key word : Continuum Porous Medium, Discrete Fracture Network, Combined CPM and DFN Matrix, Flow Resistance, Finite Volume Method

요약

본 연구에서는 유동저항이론을 기초로 하여 연속다공체, 분리단열망 및 연속다공체-분리단열망 공존암반과 같은 3가지 암반을 대상으로 암반 특성에 따른 지하수 유동저항 개념 모델링 및 관계식을 제안하였다. 정상상태조건에서 밀도변동은 고려하지 않았으며 유한 체적법을 이용하였다. 각종 물성치는 블록 중심에서 정의되고, flux는 블록면에서 정의되는 staggered 격자 체계하에서 모든 블록에 대해 Darcy 법칙이 적용되었다. 접촉면에서의 투수계수는 인접면 중심에서 정의된 물성치의 조화평균값을 사용하였다. 유동저항개념을 이용하여 인접한 블록간의 상대압력차와 flux의 관계를 표현하였다. 개개의 단열에서의 유동은 다공암반에서 이용된 방정식과 동일한 형태의 2차원 방정식으로 모사되었다. 본 논문에서 제안된 모델은 추후 다양한 암반 특성별 유동 모사 기법을 개발하는데 많은 기여를 할 것으로 기대된다.

중심단어 : 연속다공체, 분리단열망, 연속다공체-분리단열망 공존암반, 유한체적법, 지하수 유동저항

1. 서 론

최근 방사성 폐기물 처분 시설에 대한 안전성 평가 필요성의 증대, 지하매립 폐기물로부터의 침출수 유출에 의한 환경 오염 심화, 무분별한 지하수 개발에 따른 지하 공동 현상 등과 관련하여 지하수 흐름의 정확한 예측 및 모델링에 대한 관심이 증대되고 있다. 이러한 지하수 이동기구에 대한 모델링 방법은 크게 연속 다공체(Continuum Porous Medium) 모델 및 분리 단열망(Discrete Fracture Network) 모델의 2가지로 분류된다[1,2]. 연속 다공체 모델은 단열망이 조밀하고 상호간의 연결이 충분히 많은 경우, 혹은 단열망과 다공암반간의 상호작용이 국부 평형을 수용할 수 있을 정도로 충분한 경우에 적용 가능하다. 이러한 연속 다공체 모델들에 대해 과거에는 지하암반의 수력학적 인자에 대해 다양한 물성치를 대표할 수 있는 균일한 값을 이용하였으나, 최근에는 관련 인자들에 대해 확률론적 개념을 도입한 접근방법이 시도되고 있다. 분리 단열 모델은 개개의 단열들의 특성을 명확하게 고려하는 것으로서, 연속체 모델을 사용할 경우 적절히 모사될 수 없는 개개의 단열을 통한 유동 및 물질 전달 현상을 명확하게 고려할 수 있다[2]. 그로 인하여 분리 단열 모델은 광대역의 유동 및 물질 전달을 해석하는 측면에서 전자계산기의 용량 문제, 혹은 정확한 현장 실사 데이터의 취득의 어려움이 있음에도 불구하고 각종 이론 연구 및 실용 적용에 많이 사용되게 되었다[3,4]. 그러나, 아직까지 기존 연구들의 대부분은 지하 암반을 다공체 혹은 단열망으로 구성되어 있다는 가정하에 모델링하고 있으며, 최근에 와서야 단열암반과 다공암반이 공존하는 단열-다공암반의 특성을 보다 정확히 모사하기 위한 다양한 연구가 시도되고 있는 상황이다[5,6]. 본 논문에서는 유동저항 이론[7]을 기존의 연속다공체, 분리단열망에 적용하여 각각에 맞는 개념 모델 및 관계식을 도출하였다. 또한 기존의 유동저항 이론을 단열-다공암반으로 확대 적용하여 단열-다공암반에 대한 개념 모델 및 관계식을 도출하였으며 관련 이론을 상세하였다.

2. 본 론

2.1 연속다공체

2.1.1 지배방정식

다공체 내에서의 지하수 유동 지배방정식인 Darcy 방정식은 다음과 같다.

$$q = -\frac{k}{\mu} \cdot (\nabla P - \rho g) \tag{1}$$

여기서 방정식 (1)의 압력은 식 (2)와 같은 잔류압력으로 나타낼 수 있다.

$$P^R = P + \rho_0 g (z - z_0) \tag{2}$$

여기서 z_0 는 상대높이를 나타낸다. 만일 지하수 밀도가 일정하다는 가정하에($\rho = \rho_0$), (2)를 (1)에 대입하여 정리하면 식 (1)은 다음과 같이 정리된다.

$$q = -\frac{k}{\mu} \cdot \nabla P^R \tag{3}$$

한편 다공체 내에서 질량보존의 법칙을 적용하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho q) = 0 \tag{4}$$

따라서 정상상태, 밀도가 일정한 상태에서의 지하수 유동 지배방정식은 다음과 같이 정리된다.

$$\nabla \cdot \left(\rho_0 \frac{k}{\mu} \cdot \nabla P^R \right) = 0 \quad (5)$$

2.1.2 유동 저항 개념 모델

연속다공체에서는 각 다공체마다 질량 보존의 법칙이 적용되며, 각 블록에서의 유출입량은 항상 보존된다.

$$Q_{x,i+\frac{1}{2}jk} - Q_{x,i-\frac{1}{2}jk} + Q_{y,ij+\frac{1}{2}k} - Q_{y,ij-\frac{1}{2}k} + Q_{z,ijk+\frac{1}{2}} - Q_{z,ijk-\frac{1}{2}} = 0 \quad (6)$$

이때 각 격자면에서의 유출입량은 다음과 같은 압력차 및 “유동저항”개념으로 표현될 수 있다.

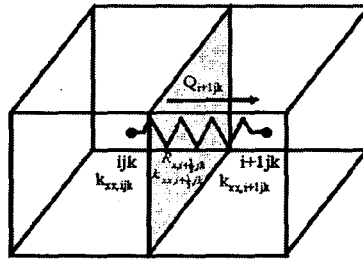


Fig. 1 Flow resistance in CPM

$$Q_{x,i+\frac{1}{2}jk} = - \frac{P_{i+1jk}^R - P_{ijk}^R}{R_{x,i+\frac{1}{2}jk}} \quad (7)$$

다른 수치계산 프로그램과 마찬가지로 본 계산에서도 컴퓨터 메모리 및 계산 시간을 고려하여 투수계수의 주방향은 각각 주축의 방향과 평행하다는 가정하에 투수계수의 주방향 성분만 고려하였다. 이 경우 격자면에서의 투수계수는 각각 격자면에 인접한 두 블록에서의 투수계수의 조화평균으로부터 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$k_{xx,i+\frac{1}{2}jk} = \frac{\left(\frac{1}{2} \Delta x_i + \frac{1}{2} \Delta x_{i+1} \right)}{\left(\frac{\frac{1}{2} \Delta x_i}{k_{xx,ijk}} + \frac{\frac{1}{2} \Delta x_{i+1}}{k_{xx,i+1jk}} \right)} \quad (8)$$

이를 이용하여 연속다공체에서의 유동저항을 표현하면 최종적으로 다음과 같다.

$$R_{x,i+\frac{1}{2}jk} = \mu \left(\frac{0.5 \Delta x_i}{k_{xx,ijk} \Delta y_j \Delta z_k} + \frac{0.5 \Delta x_{i+1}}{k_{xx,i+1jk} \Delta y_j \Delta z_k} \right) \quad (9)$$

2.2 분리단열망

2.2.1 지배방정식

단열망 모델에서 개개 단열에서의 유동은 식 (6)과 같이 다공체 내의 유동 지배방정식과 유사한 형태의 2차원 방정식으로 표현될 수 있다.

$$\nabla_2 \cdot \left(\frac{\rho_0 g T}{\mu} \cdot \nabla_2 h \right) = 0 \tag{10}$$

여기서, ∇_2 는 단열 좌표계 위에서의 2차원 연산자를 의미하며, T 는 단열에서의 투수계수를 의미한다. 따라서 단열망에서의 지하수 유동 지배방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{Q} = -\mathbf{n} \cdot \frac{\rho_0 g T}{\mu} \cdot \nabla_2 h \tag{11}$$

\mathbf{Q} 와 \mathbf{n} 은 각각 지하수 유출량과 교차면의 법선을 나타낸다.

2.2.2 유동 저항 개념 모델

2차원으로 모사된 단열의 경우 다수개의 직각 격자블록으로 구분되어지며, 일부 격자 블록은 그림

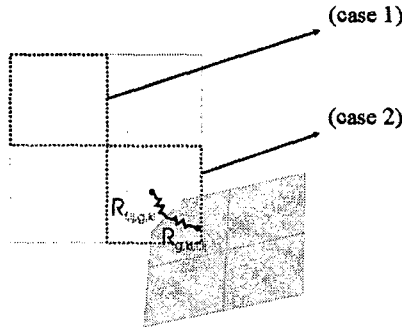


Fig. 2 Non-intersecting block and intersecting block in DFN

과 같이 서로 교차하여 교차선을 포함하기도 한다. 이와 같이 분리 단열망에서는 다른 단열과의 교차 유무에 따라 격자 블록을 두 가지로 구분하여 칠량보존법칙을 적용한다.

여기서, f, g 는 각 단열 이름을 나타내며, i, j 는 각 격자블록의 x, y 색인이다.

2.2.2.1 교차선을 포함하지 않는 격자 블록

교차선이 존재하지 않는 격자 블록에서는 연속 다공체와 마찬가지로 각 격자면을 통한 유출입량의 총합은 보존되며, 격자면을 통과하는 유량에 대해 “유동저항” 개념을 도입하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Q_{x,f,i+\frac{1}{2}j} - Q_{x,f,i-\frac{1}{2}j} + Q_{y,f,ij+\frac{1}{2}} - Q_{y,f,ij-\frac{1}{2}} = 0 \tag{12}$$

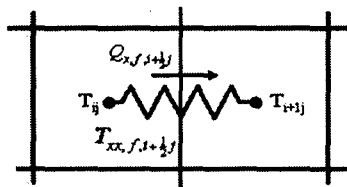


Fig. 3 Flow resistance in non-intersecting block of DFN

$$Q_{x,f,i+\frac{1}{2}j} = -\frac{(P_{f,i+1j}^R - P_{f,ij}^R)}{R_{x,f,i+\frac{1}{2}j}} \quad (13)$$

이때 격자면에서의 투수계수는 각각 격자면에 인접한 두 격자블록의 투수계수들의 조화평균으로부터 계산할 수 있으며, 최종적으로 분리단열망에서 교차선을 포함하지 않는 격자 블록에서의 유동저항은 다음과 같다.

$$T_{xx,f,i+\frac{1}{2}j} = \frac{\left(\frac{1}{2}\Delta x_i + \frac{1}{2}\Delta x_{i+1}\right)}{\left(\frac{\frac{1}{2}\Delta x_i}{T_{xx,f,ij}} + \frac{\frac{1}{2}\Delta x_{i+1}}{T_{xx,f,i+1j}}\right)} \quad (14)$$

$$R_{x,f,i+\frac{1}{2}j} = \mu \left(\frac{0.5\Delta x_i}{T_{xx,f,ij}\Delta y_j} + \frac{0.5\Delta x_{i+1}}{T_{xx,f+1,ij}\Delta y_j} \right) \quad (15)$$

2.2.2.2 교차선을 포함하는 격자 블록

$$Q_{x,f,i+\frac{1}{2}j} - Q_{x,f,i-\frac{1}{2}j} + Q_{y,f,ij+\frac{1}{2}} - Q_{y,f,ij-\frac{1}{2}} + \sum Q_{f,ij,g,kl} = 0 \quad (16)$$

교차선이 존재하는 격자 블록내의 지하수 흐름은 f단열에서 교차선으로 유입되는 동안은 수렴하게 되며, 교차선으로부터 g단열로 유출되는 동안은 발산하게 된다. 만일 교차선의 길이가 격자블록면의 길이에 비해 작은 경우 유동은 교차선 부근에서 방사상의 유동(radial flow)으로 모사될 수 있으며, 동일 위치에서의 압력은 로그형태로 변화한다. 여기서 주목해야 할 사항은 교차선이 격자블록면과 임의각을 이루고 있으며, 이 경우 투수계수는 비등방성이 된다. 따라서 이러한 비등방성 투수계수의 좌표계는 식(1)와 같이 적절한 변환을 통하여 등방성 투수계수를 적용할 수 있는 새로운 좌표계(x'y')로 변화시켜야 한다.

$$x' = \sqrt{\frac{T'}{T_{xx}}} x, \quad y' = \sqrt{\frac{T'}{T_{yy}}} y, \quad T' = \sqrt{T_{xx}T_{yy}} \quad (17)$$

또한 격자 블록중심으로부터 교차선까지의 거리는 다양하게 분포할 수 있다. 예를 들어 교차선이 격자 블록 중심에 위치하는 경우엔 유동저항은 없을 것이며, 반대로 중심에서 멀리 위치하는 경우엔 유동은 유동저항은 매우 크게 증가할 것이다. 본 계산에서는 이러한 거리에 대해 중심선으로부터 격자 경계에 이르는 거리의 0.5배를 이용하였다.

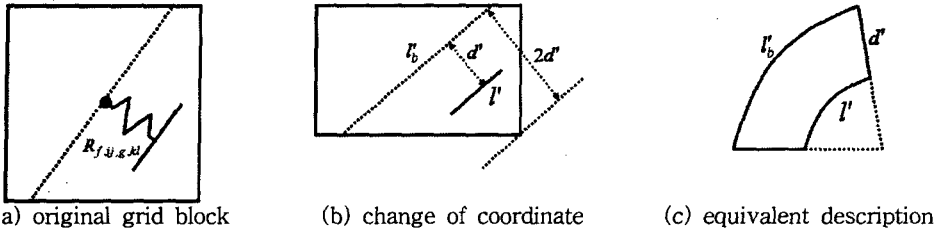


Fig. 4 Steps in the derivation of the flow resistance in non-intersecting block of DFN

전술한 방법으로 g 단열에 대해서도 유동저항을 계산할 수 있으며, 교차선에서의 총유동저항은 f 단열과 g 단열의 유동저항의 합으로 표현되지만, 본 논문에는 지면 관계상 f 단면의 유동저항만을 표시하였다.

$$Q_{f,ij,g,kl} = - \frac{(P_{g,ij}^R - P_{f,kl}^R)}{(R_{f,ij,g,kl} + R_{g,kl,f,ij})} \quad (18)$$

$$R_{f,ij,g,kl} = \frac{\mu}{\sqrt{T_{xx,f,ij} T_{yy,f,ij}}} \frac{d'}{(l'_b - l')} \ln\left(\frac{l'_b}{l'}\right) \quad (19)$$

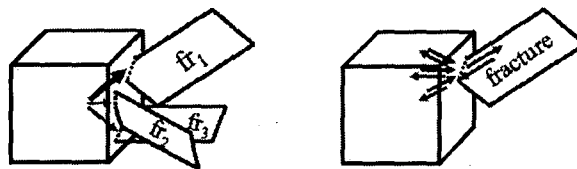
만일 교차선의 길이가 격자블록면의 길이와 거의 대등한 경우는 교차선으로의 유동은 1차원으로 묘사될 수 있으며, 이 경우의 유동저항은 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$R_{f,ij,g,kl} = \frac{\mu}{\sqrt{T_{xx,f,ij} T_{yy,f,ij}}} \frac{d'}{l'_b} \quad (20)$$

2.3 연속다공체-분리단열망 공존압반

연속다공체와 분리단열망이 연결된 압반에서의 유동저항을 도출하는 방법도 기존의 방법과 크게 다른 점은 없지만, 두 가지 해결되어야 할 문제점이 있다. 우선 복수개의 단열이 하나의 다공체에 연결된 경우 각 단열에 적절하게 유동을 분배하는 방법이 마련되어야 한다. 또한 다공체와 단열 연결부위의 유동 수렴 혹은 발산에 따른 추가적인 “교차면 저항”을 적절히 고려할 수 있는 방법을 고안해야 한다. 이 중 첫 번째 다수개의 단열로 유출되는 유량을 적절하게 분배하기 위해 각 단열로의 유출량에 분율($f_{f,ij}$)을 곱해주는 방법을 도입하였다. 이 분율에 균일한 값, 단열의 개수에 반비례한 값, 혹은 투수계수에 비례한 값 등을 대입하여 유출량을 적절히 분배할 수 있다.

$$f_{f,ij} = 1, f_{f,ij} = \frac{1}{N_{frac}}, f_{f,ij} \propto T_{f,ij} \quad (21)$$



(a) effective division of flow (b) incorporation of appropriate resistance

Fig. 5 Potential complications in simulation of combined CPM and DFN

다공체와 단열 연결부위의 교차면 저항을 고려하기 위해서는 우선 교차선을 포함하는 단열망 격자블록에서와 마찬가지로 비등방성 투수계수가 등방성 투수계수로 표현될 수 있도록 좌표변환을 하여야 하며, 이에 관계된 식은 다음과 같다.

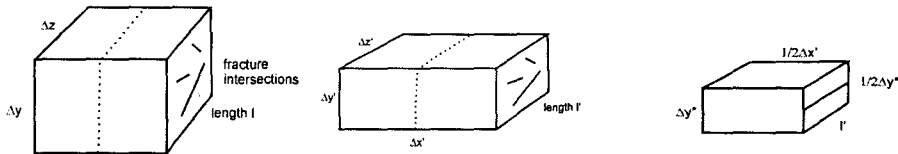
$$x' = x \sqrt{\frac{k'}{k_{xx}}}, y' = y \sqrt{\frac{k'}{k_{yy}}}, z' = z \sqrt{\frac{k'}{k_{zz}}} \quad (22)$$

여기서 $k' = \sqrt[3]{k_{xx}k_{yy}k_{zz}}$ 이다.

이 경우 변환 전의 좌표축을 기준으로 l_y 및 l_z 성분을 갖는 교차선은 변화된 좌표계에서 그 길이가 다음과 같이 표현된다.

$$l' = \sqrt{\frac{k'}{k_{yy}}(l_y)^2 + k'overk_{zz}(l_z)^2} \quad (23)$$

초기의 연속다공체-분리단열망 공존블록은 전술한 일련의 좌표변환과정을 통하여 최종적으로 가로, 세로, 높이가 각각 $\frac{1}{2}\Delta x'$, l' , Δy^* = $\frac{f_{f,ij}\Delta y'\Delta z'}{l'}$ 인 블록으로 모사될 수 있다.



(a) original coordinate (b) change of coordinate (c) dimension of equivalent block

Fig. 6 Steps in the derivation of the interface resistance of combined CPM and DFN

이때 연속다공체-분리단열망 공존블록은 x' 방향의 블록크기 및 방사상의 유동 영역간의 상대적인 크기에 따라 Fig. 7과 같은 2가지 유형으로 분류된다. 즉 (a)의 경우 방사상의 유동은 $\frac{1}{2}\xi\Delta y^* \times l' \times \frac{1}{2}\Delta y^*$ 영역에서 발생하지만, (b)의 경우엔 $\frac{1}{2}\Delta x \times l' \times \Delta x'$ 영역에 한정되어 발생한다.

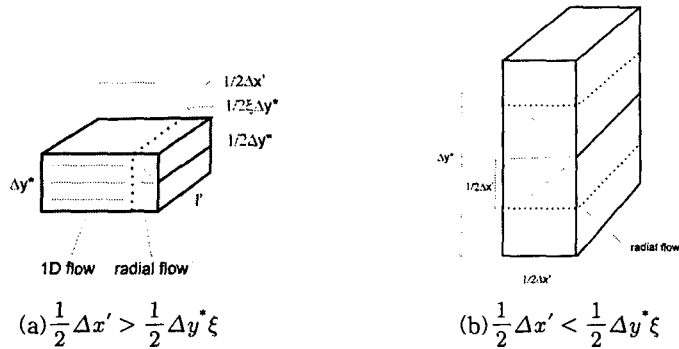


Fig. 7 The geometry of the interface resistance in combined CPM and DFN

따라서 두 경우에 대하여 각각 유동저항을 도출하면 다음과 같다.

$$R = \frac{\mu}{k'} \left\{ \left(\frac{\frac{1}{2} \Delta x' - \frac{1}{2} \Delta y'}{\Delta y' \Delta z'} \right) + \frac{1}{\pi l'} \ln \left(\frac{\frac{1}{2} \Delta y'}{\frac{1}{2} a_{f,ij}} \right) \right\} \quad (24)$$

$$R = \frac{\mu}{k'} \left\{ \frac{2}{\pi l'} \ln \left(\frac{\frac{1}{2} \Delta x'}{a_{f,ij}} \right) - \frac{\frac{1}{2} \Delta x'}{f_{f,ij} \Delta y' \Delta z'} \right\} \quad (25)$$

3. 결론

본 논문에서는 연속다공체, 분리단열망 및 연속다공체와 분리단열망이 공존하는 암반을 대상으로 각 암반의 접촉면에서의 지하수 유동 저항을 모사할 수 있는 개념모델을 제안하였다. 또한 각 암반 특성별 유동저항 관계식을 도출하였다. 본 논문에서 제안된 모델은 향후 다양한 암반 특성별 유동 모사 기법을 개발하는데 많은 기여를 할 것으로 기대된다.

4. 참고문헌

- (1) Mary P. Anderson and William W. Woessner, Applied groundwater modeling, Simulation of flow and advective transport, Academic Press. Inc., San Diego, p.381,1992.
- (2) Brian Berkowitz, Characterizing flow and transport in fractured geological media : A review, Advances in water resources, Vol. 25, pp.861, 2002.
- (3) Sahimi M., Flow and tranport in porous media and fractured rock ; from classical methods to modern approaches, Weinheim, Germany:VCH, 1995.
- (4) Lee CH and Farmer I, Fluid flow in discontinuous rocks, Chapman & Hall, London, 1993.
- (5) Ji-Woong Han, Yong-Soo Hwang, Chul-Hyung Kang, Algorithm for constructing fracture network using discrete fracture model, Proceedings of Korean Radioactive Waste Society, 2004.
- (6) B. Swift, C. P. Jackson, S. Joyce and D. Holton, The MDPSA Multi-dimensional PSA Code, Serco Report, SA/ENV-0737, 2004.
- (7) Frank P. Incropera and David P. Dewitt, Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 5th ed., John Wiley & Sons, New York, 2002.