

구조합성법을 이용한 큰 구조물에서의 구조동특성변경법

Structural Dynamics Modification for a Large Structure using Component Mode Synthesis Methods

이문석† · 박윤식* · 박영진**
Moonseok Lee, Youn-sik Park and Youngjin Park

Key Words : CMS, Modal-strain Energy, SDM.

ABSTRACT

Structural Dynamic Modification(SDM) is a technique to improve structure's dynamic characteristics by adding and removing substructures or changing material properties and shape of structures. This paper describes SDM techniques applied to a large structure with too many DOFs. The goal of this SDM technique is to modify a large structure efficiently for its natural frequencies to avoid excitation frequencies. In this case, models reduced by Component Mode Synthesis(CMS) method that is a coupling technique are used to analyze a large structure efficiently. This paper considers a helicopter deck model with 55,000 DOFs as an application..

기호설명

M	: Mass element
K	: Stiffness element
$[\Phi_{in}]$: Component Normal mode
$[\Phi_{ic}]$: Constraint mode
$\{A, B p_k\}$: Component Normal mode value of A, B substructure
$\{u_c\}$: Interface dofs vector
ϕ	: Mode-shape
$K_{element}$: Stiffness matrix of each element
E_{strain}^E	: Modal-strain energy
$[T]$: Transformation matrix
ω	: Natural frequency of component normal mode

1. 서 론

구조물의 진동문제는 구조물의 가진 주파수가 고유 진동수가 근접할 경우 쉽게 발생한다. 이 진동문제를 간단히 해결하는 방법은 구조물의 고유 진동수가 가진 주파수에서 멀어지도록 구조물을 변경하는 것이다. 이 방법 중 유한요소모델은 구조물의 고유 진동수를 예측하는데 매우

유용한 방법이다. 하지만 자유도수가 매우 많은 구조물의 경우 이를 해석하는데 매우 많은 시간이 소요된다. 그 결과 유한요소모델을 그대로 이용하여 최적화 과정을 수행하기는 불가능하다. 그러므로 큰 구조물을 부분 구조물을 나누어 각 부분의 축약된 모델을 만들어 사용하는 방법이 매우 효과적일 수 있다. 이 중 구조합성법(CMS)은 큰 구조물을 나누어 해석하는데 매우 효과적인 방법이다[1]. 이를 위해 먼저 구조물의 가진 주파수와 근접한 고유진동수에 민감한 영역을 선택해야 한다. 이를 위해 modal-strain energy[2]을 이용하여 원하는 고유진동수에 민감한 영역을 선택한다. Modal-strain energy는 그 값이 높을수록 그 모드에 민감한 영역이 된다. 이렇게 선택된 영역을 포함하여 구조물의 축약하고, 선택된 영역에 보강재를 축약된 모델과 결합하고 해석하여, 최적화 과정을 통해 보강재의 정확한 형상을 구하게 된다.

본 연구는 55,000 자유도를 가지고 있는 helicopter-deck에 대해서 구조동특성변경을 수행한다. 이를 위해 CMS 방법 및 modal-strain energy 그리고 SDM 방법에 대해서 설명하도록 하겠다.

2. 구조합성법(Component Mode

Synthesis method)

2.1 Component Mode Synthesis

Component Mode Synthesis method(CMS)

† KAIST Mechanical Engineering Novic

E-mail : esteban@kaist.ac.kr

Tel : (042) 869-3076, Fax : (042) 869-8220

* KAIST Mechanical Engineering Novic

** KAIST Mechanical Engineering Novic

는 Modal Coupling 방법 중 하나로 결합할 구조물의 운동방정식 행렬의 크기를 줄이기 위해 축약된 부분 구조물 모델을 사용한다. CMS 방법 중 Craig – Bampton method 는 비교적 정확하면서, 가장 널리 쓰이며 방법이다. 이 방법의 결합 구조물은 constrain mode 와 component normal modes[3]로 구성된다. Constrain mode-shape 은 결합부분의 자유도 중 한 자유도에 단위 변위를 주고 나머지는 고정시켰을 때 발생하는 정적 변위이며, 이는 Guyan reduction techniques[4]에 의해 계산된다. 반면 Component normal modes 는 부분 구조물끼리 결합하는 부분의 자유도를 고정시킨 상태에서의 동적 변위로 부분 구조물의 동특성을 보여 준다. 그림 1 은 CMS 의 constrain mode 와 component normal mode 를 보여 주고 있다.

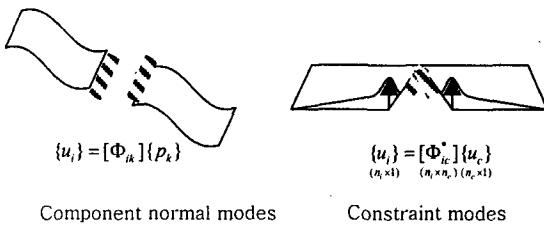


FIGURE. 1: Component normal and Constraint modes

물체의 운동 방정식은 다음과 같이 결합 지점과 결합 지점 이외의 자유도로 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} M_{ii} & M_{ic} \\ M_{ci} & M_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ic} \\ K_{ci} & K_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_i \\ f_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 i 와 c 는 결합지점 이외의 내부 자유도와 결합 지점의 자유도를 나타낸다. 여기서 $\{u_c\}$ 가 고정되어 있다면, component normal modes 는 다음과 같은 식의 eigenproblem 으로 구할 수 있다.

$$[M_{ii}] \{\ddot{u}_i\} + [K_{ii}] \{u_i\} = \{0\} \quad (2)$$

$$\{u_i\} = [\Phi_{ik}] \{p_k\} \quad (3)$$

여기서 $[\Phi_{ik}]$ 는 component normal mode-shape 을 나타내며, constraint modes 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$[\Phi'_{ic}] = -[K_{ii}]^{-1} [K_{ic}] \quad (4)$$

CMS 방법에서 모델을 축약하는 변환 행렬은 다음과 같이 components normal modes 와 constraint modes 로 구해지게 되며,

$$\begin{bmatrix} \{u_i\} \\ \{u_c\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\Phi_{ik}] & [\Phi'_{ic}] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{p_k\} \\ \{u_c\} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \{p_k\} \\ \{u_c\} \end{bmatrix} \quad (5)$$

위 식 5 에서 구해진 변환 행렬(T)를 식 1에 대입하여 다음과 같은 축약된 모델을 만들게 된다.

$$\begin{aligned} & \left[\begin{bmatrix} \tilde{M}_{ii} \\ \tilde{M}_{ci} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{M}_{ic} \\ \tilde{M}_{cc} \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} \{\ddot{p}_m\} \\ \{\ddot{u}_c\} \end{bmatrix} + \left[\begin{bmatrix} \tilde{K}_{ii} & \tilde{K}_{ic} \\ \tilde{K}_{ci} & \tilde{K}_{cc} \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} \{p_m\} \\ \{u_c\} \end{bmatrix} \\ & = [T]^T \begin{bmatrix} \{0\} \\ \{f_c\} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

이렇게 축약된 부분 구조물 A 와 B 를 결합하는 결합 행렬은

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} [{}_A I_{kk}] & [0] & [{}_A \tilde{M}_{kc}] \\ [0] & [{}_A I_{kk}] & [{}_B \tilde{M}_{kc}] \\ [{}_A \tilde{M}_{ck}] & [{}_B \tilde{M}_{ck}] & [{}_A \tilde{M}_{cc}] + [{}_B \tilde{M}_{cc}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{{}_A \ddot{P}_k\} \\ \{{}_B \ddot{P}_k\} \\ \{\ddot{u}_c\} \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} [{}_A \omega^2_r] & [0] & [0] \\ [0] & [{}_B \omega^2_r] & [0] \\ [0] & [0] & [{}_A \tilde{K}_{cc}] + [{}_B \tilde{K}_{cc}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{{}_A P_k\} \\ \{{}_B P_k\} \\ \{u_c\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

과 같다. 여기서 $\{{}_A p_k\}, \{{}_B p_k\}$ 는 A, B 부분구조물의 component normal mode 값이 되며, $\{u_c\}$ 는 부분구조물 사이의 결합지점의 자유도 값이 된다. 그리고 결합된 구조물의 고유 진동수는 식 7 의 eigenproblem 으로 구해진다[1].

3. 구조동특성변경법

(Structural Dynamic Modification)

3.1 SDM(Structural Dynamics Modification)

SDM 의 목적은 간단한 구조물 변경을 통해 구조물의 진동문제를 줄이는 것이다. 이를 위해서는 먼저 추가될 보강재가 결합될 위치를 선정해야 한다. 이 위치는 변경시킬 고유 진동수에 매우 민감해야 효과적으로 고유 진동수를 간단한 보강재를 통해 변경시킬 수 있게 된다.

(1) Modal-strain energy

Modal-strain energy 분포는 그 모드의 고유 진동수에 가장 민감한 영역을 찾아주는 매우 유용한 방법이다. 이는 modal-strain energy 가 높은 영역일수록 고유진동수에 민감한 영역이기 때문이다[2]. 이는 다음과 같은 식으로 계산되며,

$$E_{strain}^E = \frac{1}{2} \phi^T K_{element} \phi$$

(8)

여기서 ϕ 는 mode-shape 을 나타내고, $K_{element}$ 는 각 요소의 강성 행렬을 나타낸다. 여기서 modal-strain energy 가 가장 높은 요소가 그 모드에 가장 민감한 영역이 되며, 이를 통해 보강재가 놓일 위치를 선택할 수 있다.

(2) 보강재 및 결합 행렬

본 연구에서는 구조물에 보강할 보강재의 위치와 형태를 미리 선정하여 이의 최적의 두께나 폭을 설계 변수로 선정하도록 하겠다. 이 때 보강재가 범일 경우, 두께는 질량 행렬에 비례하며, 강성 행렬에는 3 제곱에 비례하고, 폭은 질량 및 강성 행렬에 모두 비례한다. 그리고 이들 부분 구조물은 크기가 매우 작으므로 축약된 모델인 아닌 전체 모델을 CMS 의 결합 행렬에 그대로 적용한다. 이 경우, 보강재의 설계 변수에 대한 최적화를 수행할 때, 보강재의 질량 및 강성 행렬에 변경된 설계 변수 값만을 바꾸어주면, 새로운 보강재가 결합한 결합 행렬을 쉽게 만들 수 있다.

4. 적용 예제

4.1 Helicopter-deck 모델

본 연구는 그림 2 와 같은 Helicopter-deck 모델에 대해 SDM 을 수행하였다. 이 모델은 자유도가 55,000 자유도로 고유 진동수와 가진 주파수는 표 1 과 같다.

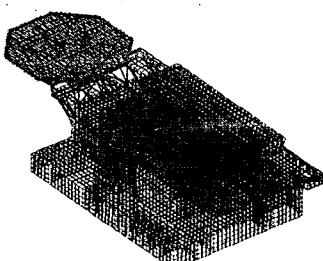


FIGURE. 2 FE model of the Helicopter deck

	Natural frequency	Excitation frequency
1 st	4.03 Hz	
2 nd	4.88 Hz	
3 rd	7.36 Hz	6.6 Hz
4 th	11 Hz	10.6 Hz
5 th	11.24 Hz	
6 th	13.67 Hz	
7 th	14.04 Hz	13.8Hz

Table 1: Natural and excitation frequencies of the helicopter-deck

위의 표를 보면 3rd, 4th 그리고 6th, 7th 고유 진동수가 가진 주파수에 근접한 것을 확인할 수 있다. 그러므로 이들 고유 진동수가 가진 주파수에 멀어지도록 SDM 을 수행하여야 한다.

4.2 Helicopter-deck 의 Modal-strain energy 분포

Modal-strain energy 는 그 고유 진동수에 가장 민감한 영역을 찾아준다. 이 경우 3rd, 4th, 6th 그리고 7th 고유 진동수를 변화시켜야 하므로 이에 대한 modal-strain energy 분포를 봐야 한다. 그럼 3 은 각 모드의 modal-strain energy 분포이다.

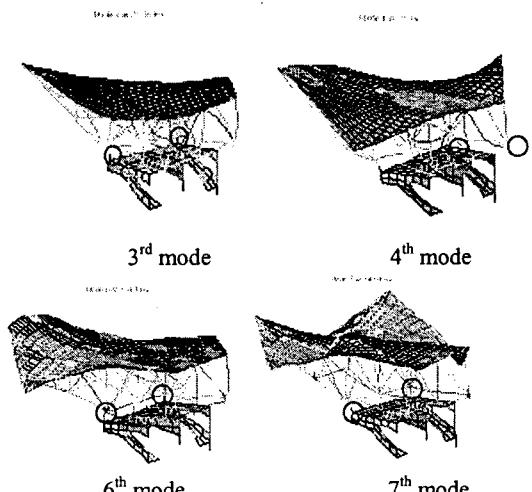


Figure 3. Modal-strain energy distributions of the helicopter deck

위 그림을 보면, helicopter-deck 밑부분을 받치는 부분이 이들 모드에 민감한 것을 확인할 수 있다. 그러므로 이 부분에 보강재를 더해 모드를 효과적으로 변경시키게 된다.

4.3 보강재 최적화

보강재는 그림 4 처럼 11 개의 plate 요소로 선택하였다.

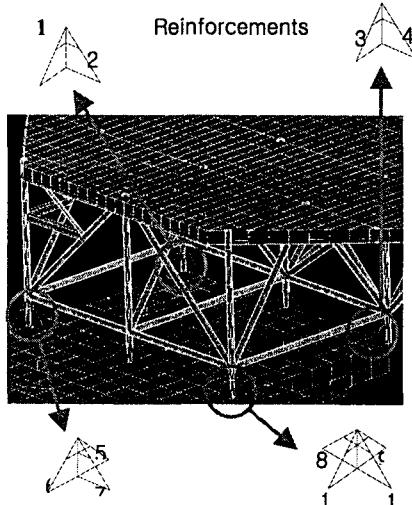


FIGURE 4 Reinforcements

그리고 고유 진동수가 구조물의 가진 주파수와 멀어지도록 plate 의 두께를 설계변수를 하여 다음 식과 같은 최적화 과정을 수행하였다.

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } \left\{ \sum_{i=1}^{11} W_i \cdot f_j(x_i) / f_k^{\text{excitation}} \right\} \\ & i = 1, \dots, 11 \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad k = 1, 2, 3 \\ & \text{s.t.} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} 0 \leq \sum_{i=1}^{11} x_i & \leq 0.44 \\ 0 \leq x_i & \leq 0.05m \end{aligned}$$

4.4 최적화 결과

CMS 를 이용하여 구해진 축약된 모델의 자유도수는 약 400 개이며, 초기 모델의 자유도 수는 55,000 개였다. 이렇게 줄어든 모델을 이용하여 최적화한 시간은 43sec 로 초기 모델의 고유치를 구하는데 66sec 가 걸린 것과 비교하면, 매우 짧은 시간인 것을 알 수 있다. 최적화 결과는 표 2 와 3 과 같다. 표 2 는 최적화된 plate 의 두께이고, 표 3 은 변경된 고유 진동수로 CMS 로 얻어진 결과와 실제 모델에 적용해서 얻어진 결과이다. 단순한 plate 의 보강재로 대부분의 고유 진동수가 가진 주파수와 멀어진 것을 확인할 수 있다. 또한 CMS 로 얻어진 결과와 실제 모델에

서 구한 결과가 큰 차이가 없는 것을 확인할 수 있다.

Reinforcements	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Optimal Thickness (cm)	5	3	4	5	2	5	3	3	4	5	5

Table 2 Optimal thicknesses of reinforcements

	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th	7th
Modified frequency (CMS)	4.31Hz	5.43	7.65	11.71	11.94	14.27	14.40
Modified frequency (Full model)	4.3	5.41	7.65	11.7	11.94	14.25	14.38
Initial frequency	4.03	4.88	7.36	11	11.09	13.67	14.04

Table 3 Modified natural frequencies
(Excitation frequencies : 6.6, 10.6, 13.8Hz)

5. 결론

본 연구에서는 간단한 SDM 작업을 통해 큰 구조물의 고유 진동수를 가진 주파수에 멀어지도록 재설계를 수행하였다. 이 때 큰 구조물의 자유도 수가 너무 많아 해석하는데 어려움이 발생하므로 CMS 방법을 이용하여 이 모델을 축소시켰다. 또한 설계 변수를 손쉽게 변경할 수 있는 CMS 결합 행렬을 만들어 짧은 시간에 보강재 최적화를 수행할 수 있었다..

후기

본 연구는 국가지정연구실사업 "진동 저감을 위한 동특성 변경기술(M1-0204-00-0044)"과 두뇌한국사업(BK21), 그리고 삼성중공업의 지원에 의한 것입니다.

참고문헌

- (1) Nuno Manuel Mendes Maia, Júlio Martins Montalvás e Silva, 1997, Theoretical and Experimental Modal Analysis, RESEARCH STUDIES PRESS LTD
- (2). Chong-uck Kim, Youn-sik Park and Youngjin Park, 2004, "Structural Dynamics Modification with Embossing : A Comparison Study Between Neural Network and Modal Dynamic Strain Energy", Proceeding of the KSNVE Annual Autumn Conference, pp219-222
- (3) Matthew P. Castanier, Yung-Chang Tan and Christophe Pierre, 2001, "Characteristic Constraint Modes for Component Mode Synthesis", AIAA Journal Vol. 39, No. 6, June 2001 pp 1182-1187
- (4). Guyan, R. J. , 1965, "Reduction of Stiffness and Mass Matrice", AIAA Journal, Vol. 3, No 2, 1965 pp 280.