

강인 포화 제어기의 안정성에 관한 실험적 검증

Experimental Verification on Stability of Robust Saturation Controller

임채욱† · 문석준* · 박영진** · 박윤식**

Chae-Wook Lim, Seok-Jun Moon, Youngjin Park and Youn-Sik Park

Key Words : Robust saturation controller(강인 포화 제어기), Robust stability(강인 안정성)

ABSTRACT

In previous research, we proposed robust saturation controller which involves both actuator's saturation and structured real parameter uncertainties. This controller can analytically prescribed the upper and lower bounds of parameter uncertainties, and guarantee the closed-loop robust stability of the system in the presence of actuator's saturation. And the availability and the effectiveness of the proposed robust saturation controller were verified through numerical simulations. In this paper, we verify the robust stability of this controller through experimental tests. Especially, we show unstable cases of other controllers in comparison with this controller. Experimental tests are carried out in the laboratory using a two-story test structure with a hydraulic-type active mass damper.

1. 서 론

능동 제어 기술의 실제적인 적용에 있어서 대부분의 제어 구동 장치들은 물리적 양의 크기에서 제한을 받는다. 그러므로 기대치 않게 매우 큰 외란들은 제어 구동 장치의 최대 허용치를 넘는 포화를 일으킬 수 있다. 또한 제어 대상 구조물의 파라미터들의 값들(강성, 질량, 감쇠 등)은 설계자가 정확히 모르는 경우가 많으므로, 제어기의 설계 시에 가능한 수학적인 모델과 실제 구조물과는 모델링 오차가 생기게 되고 이 때의 오차는 불확실성으로 제어기의 설계 시에 고려되어야 한다. 따라서 구동기의 포화와 불확실성을 고려하지 않고 설계된 제어기를 구동기의 포화와 불확실성이 있는 계에 적용할 때 안정성이 깨져 계를 불안정하게 할 수도 있다. 그러므로 계의 불확실성과 제어입력의 한계를 동시에 고려하여강인 안정성이 보장되는강인 포화 제어 방법이 필요하다. 저자들의 이전 연구에서는 구동기의 포화와 구조적 파라미터 불확실성이 동시에 존재하는 선형 시불변계에 대하여강인 안정성이 보장되는강인 포화 제어기(robust

saturation controller)를 해석적으로 다루었다. 구동기의 포화가 존재하고 불확실한 선형 시불변계의 구조적 파라미터 불확실성의 상하한이 주어졌을 때, 고려된 구조적 파라미터 불확실성의 상하한 내에서 폐루프계의강인 안정성이 보장되는강인 포화 제어기를 제안하였다. 그리고 제안된강인 포화 제어기의 유용성을 수치실험을 통하여 확인하였다^[1,2]. 본 논문에서는 제안된강인 포화 제어기의강인 안정성을 실험을 통하여 검증한다. 특히 구동기의 포화와 불확실성을 고려하지 않고 설계된 다른 제어기들을 구동기의 포화와 불확실성이 있는 계에 적용할 때 불안정해지는 현상을 실험적으로 보인다. 실험은 능동질량감쇠기(AMD; active mass damper)가 설치된 2층의 시험 구조물에 대하여 수행하였다.

2. 강인 포화 제어기

불확실한 선형계를식 (1)과같이 시불변 불확실성 파라미터들에 대하여 종속하는 형태로 표현한다.

$$\dot{x}(t) = A(\theta)x(t) + Bu(t), x(0) = x_0 \quad (1)$$

† 임채욱, KAIST 기계공학과 박사과정
E-mail : chwlim@kaist.ac.kr
Tel : (042) 888-7429, Fax : (042) 888-7418

* 한국기계연구원 선임연구원
** KAIST 기계공학과 교수

여기서 $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) \in R^k$ 는 시불변 불확실성 파라미터들의 벡터로 각각의 파라미터들은 $\theta_i \in [\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i]$ 로 각각의 끝점값들 사이에 있고, $A(\theta)$ 는 $n \times n$ 크기의 불확

실한 시불변 시스템 행렬, B 는 제어입력 벡터, 제어입력 $u(t)$ 의 최대값은 u_{\max} 로 식 (2)의 제한조건에 의해서 구속된다.

$$|u(t)| \leq u_{\max} \quad (2)$$

불확실한 시스템 행렬 $A(\theta)$ 는 식 (3)과 같이 불확실한 파라미터들에 의존하는 구조적 파라미터 불확실성 (structured real parameter uncertainties)을 갖는 시스템이다.

$$A(\theta) = A_0 + \theta_1 A_1 + \theta_2 A_2 + \cdots + \theta_k A_k \quad (3)$$

여기서 $A_0, A_1, A_2, \dots, A_k$ 는 고정된 값으로 이미 알고 있는 행렬들이다.

Lyapunov 함수를 정의함에 있어서도 불확실한 시스템 행렬 $A(\theta)$ 와 같이 불확실한 파라미터들에 대하여 종속하는 형태로 표현한다.

$$V(x(t), \theta) = x^T(t) P(\theta) x(t) \quad (4)$$

$$P(\theta) = P_0 + \theta_1 P_1 + \theta_2 P_2 + \cdots + \theta_k P_k \quad (5)$$

식 (1)의 시불변 불확실성을 가지는 선형계가 식 (2)의 제어입력 제한조건 하에서 모든 가능한 불확실한 파라미터들의 상하한 내에서와 모든 초기치 x_0 에 대하여 $V(x(t), \theta) > 0$ 이고 $dV(x(t), \theta)/dt < 0$ 를 만족하는 식 (4)로 정의되는 Lyapunov 함수와 제어입력 $u(t)$ 가 존재하면 계의 강인 안정성은 보장되는데, Theorem 1은 강인 안정성을 만족하는 제어기를 제시하고 있다.

Theorem 1^(1,2)

식 (1)의 불확실한 시불변 선형계에 대하여, 만약 식 (6), 식 (7)과 식 (8)을 모두 만족하는 $k+1$ 개의 대칭행렬 $P_0, P_1, P_2, \dots, P_k$ 와 M_a 가 존재하고, 이에서 구해진 $P_0, P_1, P_2, \dots, P_k$ 와 M_a 에 대하여 식 (9)를 만족하는 양의 값 δ 가 존재한다면, 이 불확실한 시불변 선형계는 식 (10)의 포화 제어기에 의해서 강인 안정성이 보장된다.

$$A(\omega)^T P(\omega) + P(\omega) A(\omega) + M_a < 0 \text{ for all } \omega \in \Theta \quad (6)$$

$$P(\omega) > 0 \text{ for all } \omega \in \Theta \quad (7)$$

$$A_i^T P_i + P_i A_i \geq 0 \text{ for } i=1, 2, \dots, k \quad (8)$$

$$M_a + \delta \{ 2P_0 BB^T P_0 + \sum_{i=1}^k \theta_i (P_0 BB^T P_i + P_i BB^T P_0) \} > 0 \\ \text{all } \omega \in \Theta \quad (9)$$

$$u(t) = -\text{sat}[\delta B^T P_0 x(t)], \delta \leq \delta_{\max} \quad (10)$$

Theorem 1에서 M_a 는 제어기 설계 파라미터이고, Θ 는 다음의 식 (11)의 불확실성 파라미터 상자의 2^k 개의 정점들의 집합이다.

$$\Theta := \{(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k) : \omega_i \in \{\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i\}\} \quad (11)$$

3. 실험적 검증

3.1 실험 시스템 구성

시험 구조물은 2층의 구조물로서 각 층은 후판 구조물 (가로 X 세로 X 높이=1.2m X 0.8m X 0.05m, 중량 376.8kg)로 4 기둥으로 지지되어 있다. 각 기둥의 높이는 0.6m이다. 시험 구조물의 하판은 한국기계연구원에서 보유하고 있는 대형 6 자유도 진동대에 취부할 수 있도록 제작하였다. 각 층의 기둥의 강성은 고유 진동수 측정 실험을 통하여 구하였다. 그리고 자유 진동 시의 진동 신호로부터 각 층의 감쇠를 구했다. Fig. 1과 같이 2층의 시험 구조물의 최상층에 유압식 AMD를 설치한 후 AMD의 설치로 인한 시험 구조물의 진동 제어 효과를 확인하였다. 공청계에서의 시험 구조물과 AMD의 각 파라미터들의 값은 다음과 같다. 시험 구조물의 질량 $m_1=376.8\text{kg}$, $m_2=440.8\text{kg}$, 강성 $k_1=1906.3\text{kN/m}$, $k_2=1906.3\text{kN/m}$, 감쇠 $c_1=600\text{Ns/m}$, $c_2=10\text{Ns/m}$, AMD의 질량 $m_a=10\text{kg}$, 강성 $k_a=511.64\text{kN/m}$, 감쇠 $c_a=800\text{Ns/m}$ 이다. 실제 AMD의 설치 시에 AMD의 취부로 인해 2층의 질량은 60kg의 질량 증가 효과가 있다. 시험 구조물의 총 질량은 813.6kg이고, 가동 질량이 10kg이므로 시험 구조물의 총 질량에 대한 가동 질량의 질량비는 약 1.2%에 해당한다. 계의 불확실성은 시험 구조물의 각 층의 강성에 불확실성이 있는 경우를 고려하였다. 불확실성을 가지는 강성을 각각 $k_1(1+\theta_1)$, $k_2(1+\theta_2)$ 로 두면, 계의 운동 방정식은 식 (12)와 같다.

$$\dot{x}(t) = A(\theta)x(t) + BV_{in}(t) + E\ddot{x}_g \quad (12)$$

여기서 $x = [x_1 \ x_2 \ x_a \dot{x}_1 \dot{x}_2 \dot{x}_a]^T$ 로 x_i ($i=1, 2$)는 지반에 대한 각층의 상대변위, x_a 는 지반에 대한 가동 질량의 상대

변위이다. $V_{in}(t)$ 는 제어입력 전압, E 는 가진입력 벡터, \ddot{x}_g 는 지반 가속도, $A(\theta) = A_0 + \theta_1 A_1 + \theta_2 A_2$ 이다.

레이터 취득 주기는 1kHz로 설정하여 유압 서보 제어 신호를 1msec 간격으로 출력하도록 하였다. 따라서 제어 알고리듬 상의 모든 연산은 1msec안에 수행된다. 제어 알고리듬을 적용하기 위해서는 시스템의 상태 벡터(변위 및 속도)를 모두 측정해야 한다. 시험 구조물 1,2층과 AMD의 변위는 변위센서를 사용하여 측정하였고, 시험 구조물 1,2층과 AMD의 속도는 가속계를 사용하여 가속도의 신호를 적분하여 사용하였다. 시험 구조물의 강성의 불확실성의 상하한은 $\pm 20\%$ 를 고려하였다. 실험에서 시험 구조물의 강성의 변화를 위하여 기동의 높이를 변화시켰다. 공칭계의 기동의 높이는 600mm이다. 기동의 높이를 565mm로 바꾸면 강성의 불확실성을 약 +20%(실험에서 +19.8%임을 확인함)가 되고, 기동의 높이를 645mm로 바꾸면 강성의 불확실성을 약 -20%(실험에서 -19.4%임을 확인함)가 된다. 또한 최대 제어입력의 한계는 $|V_{in}(t)| \leq 6V$ 로 두었다.

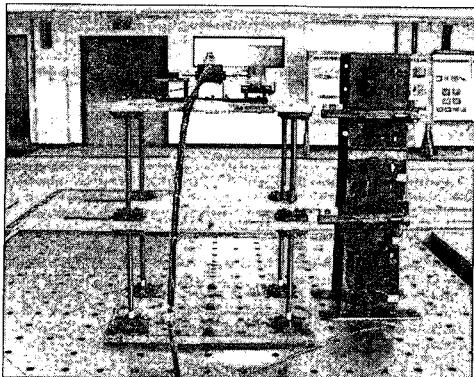


Fig. 1 Experimental set-up

3.2 강인 포화 제어기의 강인 안정성 확인

강성의 불확실성의 상하한은 $|\theta_i| \leq \theta_e (i=1,2)$ 로 주어진 경우를 고려하였다. 계의 강성행렬 K_t 와 계의 질량행렬 M_t 를 이용하여 제어기 설계 파라미터 $M_a = diag(K_t/2, M_t/2)$ 로 두었다. 본 실험에서는 시험 구조물의 강성의 불확실성의 상하한을 $\pm 20\%$ 로 고려하였으므로, 불확실성의 상하한 $\theta_e = 0.2$ 로 주어진 경우에 대하여 강인 포화 제어기를 설계하였다. 제안된 강인 포화 제어기의 강인 안정성을 확인하기 위하여 Fig. 2의 지반 가속도 입력을 고려하였다. 이는 계의 초기조건을 만들기 위한 것으로 약 0.33초 동안의 짧은 시간에 계의 1차와 2차 모드를 동시에 가진하도록 하기 위함이다.

먼저, 공칭계에서 제어입력의 포화를 고려하지 않고 설

계된 최적 선형 제어기인 LQR을 고려해 보았다. 설계된 제어기의 폐루프계의 극점들은 $-1.4128e2 \pm 3.4031e2i$, $-9.8512 \pm 2.5868eli$, $-2.5621e2$, $-4.1999e1$ 으로 구동기의 포화가 생기지 않는 경우 항상 안정함을 알 수 있다. 그러나 이 안정한 선형 제어기가 제어입력에서 포화가 생기면 Fig. 3에서 보이는 바와 같이 불안정해짐을 확인할 수 있었다. Fig. 3은 2층에서의 시험 구조물의 변위(x_2)와 제어입력 전압의 시간이력을 보여주고 있다.

다음으로 공칭계에서는 제어입력의 포화를 고려하였으나, 파라미터의 불확실성을 고려하지 않은 수정된 뱅뱅 제어기⁽³⁾를 살펴보았다. 불확실성을 가지는 강성이 각각 $k_1(1 - \theta_s)$, $k_2(1 + \theta_s)$ 인 경우에 설계된 제어기를 적용해 보면 불확실성이 있는 계에서는 불안정한 극점이 존재하게 됨을 알 수 있었다. 이는 제어입력에 포화가 생기지 않을 때의 폐루프계의 극점들을 확인하면 된다. 공칭계($\theta_s = 0$)에서는 폐루프계의 극점들은 모두 안정하였고 또한 이는 제어입력에 포화가 생기는 경우에도 LQR과는 달리 항상 안정성이 보장된다. 그러나 불확실성이 있는 계에서는 θ_s 가 대략 0.2보다 커지면 불안정한 극점들이 존재하게 됨을 알 수 있었다. $\theta_s = 0.2$ 인 경우의 극점들은 $+8.8369e-2 \pm 4.1592eli$, $-4.3717e1 \pm 2.4393e2i$, $-1.3689e2$, $-7.3893i$ 였다. Fig. 4는 $\theta_s = 0.2$ 인 경우의 시험 구조물의 변위(x_2)와 제어입력 전압의 시간이력을 보여 주고 있는데, 불확실성이 존재할 때 바람직하지 못한 불안정 모드의 영향으로 제어입력이 오히려 계를 불안정 모드로 가진하여 계를 불안정하게 하는 현상(이로 인해 약 $\pm 0.8mm$ 의 크기로 시험 구조물의 변위가 무한정 진동함)을 보이고 있다.

다음으로 저자들의 연구에서 제안된 제어입력의 포화와 파라미터의 불확실성을 모두 고려한 식 (10)의 강인 포화 제어기(RSC)를 살펴보았다. Fig. 5와 Fig. 6은 각각 $\theta_s = 0$ (공칭계)인 경우와 $\theta_s = 0.2$ 인 경우의 시험 구조물의 변위(x_2)와 제어입력 전압의 시간이력을 보여 주고 있는데, 제어기의 설계 시에 고려된 불확실성 내에서는 항상 강인 안정성이 보장됨을 확인할 수 있다.

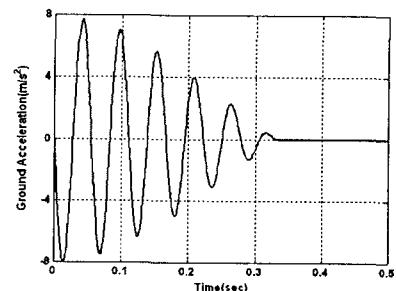


Fig. 2 Input ground acceleration

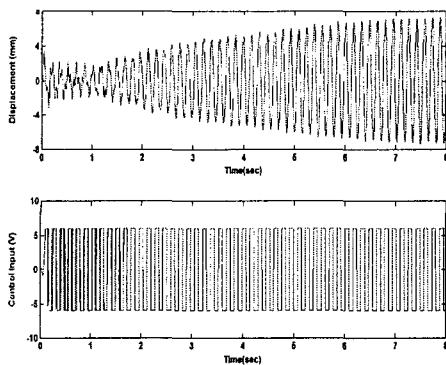


Fig. 3 Displacement and control input voltage for nominal system applying LQR : Experimental result

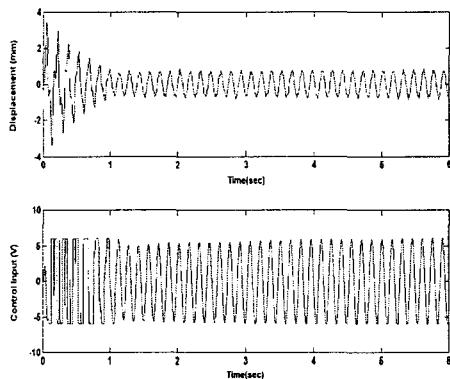


Fig. 4 Displacement and control input voltage for uncertain system($\theta_e = 0.2$) applying the modified bang-bang controller : Experimental result

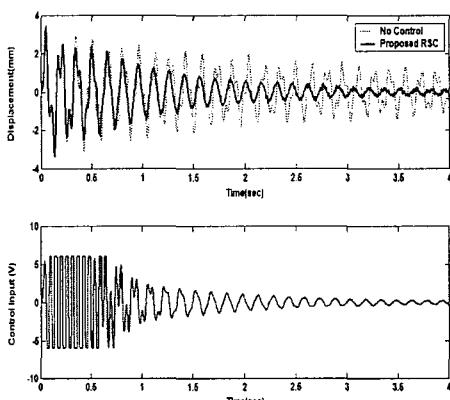


Fig. 5 Displacement and control input voltage for nominal system applying the proposed robust saturation control : Experimental result

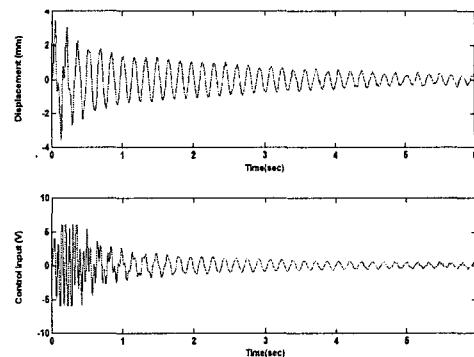


Fig. 6 Displacement and control input voltage for uncertain system($\theta_e = 0.2$) applying the proposed robust saturation control : Experimental result

4. 결론

저자들에 의해서 제안된 장인 포화 제어기의 장인 안정성을 실험적으로 검증하였다. 실험은 유압식 AMD가 설치된 2층의 시험 구조물에 대하여 수행하였다. 먼저 제어입력에 포화가 존재하는 경우 LQR 제어기가 불안정해지는 현상과 파라미터의 불확실성이 존재하는 경우 수정된 뱅뱅 제어기가 불안정해지는 현상을 실험적으로 확인하였다. 그러나 제안된 장인 포화 제어기는 제어입력에 포화가 존재하고 고려된 불확실한 파라미터의 상한 내에서는 항상 장인 안정성이 보장됨을 실험적으로 확인하였다.

후기

본 연구는 “중소형 MD-ARS 설계 기술 개발”과제, 국가기정연구사업(NRL:M1050000112-05J0000-1121) 및 두뇌한국 사업(Brain Korea 21)의 지원으로 수행되었다.

참고문헌

- (1) Lim, C.W., Park, Y.J. and Moon, S.J., "Robust saturation controller for linear time-invariant system with structured real parameter uncertainties", Journal of Sound and Vibration, (accepted in August, 2005)
- (2) Lim, C.W., Moon, S.J., Park, Y.J. and Park, Y.S., 2005, "A robust saturation controller design method considering structured real parameter uncertainties", 2nd ANCRiSST Workshop.
- (3) Wu, Z. and Soong, T.T, 1996, "Modified bang-bang control law for structural control implementation", Journal Engineering Mechanics, ASCE, Vol.122, pp.771-777