

양자측정에서의 정보이득과 상태교란

Information Gain versus State Disturbance in Quantum Measurement

정용욱, 이진형, 이해웅*

한양대학교 물리학과 양자 광기능 물질 연구센터, *한국과학기술원 물리학과

e-mail: zimusa@kaist.ac.kr

일반적으로 양자 상태에 대한 측정행위는 비가역 과정으로 여겨졌다. 즉 어떤 양자 계에 대한 측정은 계의 상태를 교란하며, 측정 후에 원래의 상태를 되살릴 수 없는 것으로 생각되었다. 그런데 양자 계를 측정한 후에도 계가 가진 원래의 상태를 되살릴 수 있다는 의미에서의 가역적인 측정(reversible measurement)이 가능하다¹⁾. 일반적으로 측정이 계의 상태에 대한 정보를 주지 않는 것과 측정 후에 원래의 상태를 재생하는 것이 동치임이 밝혀졌다²⁾. 이와 같이 측정 시에 양자상태에 대한 정보이득과 측정후의 상태교란 사이에 균형이 존재한다. 측정을 통해 정보이득이 많을수록 측정된 상태는 더욱 교란될 것이다³⁾. 본 발표에서는 둘 사이의 균형을 정량적으로 분석 하고자 한다.

먼저 우리는 정보이득과 상태교란의 측도를 기능적인 관점에서 정의하였다. 측정 전의 주어진 양자 상태를 $|\psi\rangle$, 측정결과를 바탕으로 주어진 상태에 대해 추정된 상태를 $|\phi\rangle$ 라 할 때 둘 사이의 충실도는 $F = |\langle\phi|\psi\rangle|^2$ 로 정의된다. 충실도를 측정과정의 결과와 임의의 양자 상태 $|\psi\rangle$ 에 대해 평균한 값, F_{ave} 를 측정 시의 정보이득의 측도로 사용할 수 있다. 그런데 정보이득은 일종의 정보량이므로 하한 값이 0이 되도록 규격화하는 것이 합리적이다. 이를테면 주어진 양자계가 큐비트(qubit) 계라면 정보이득 G 를 $G = 6F_{ave} - 3$ 로 정의하면 $0 \leq G \leq 1$ 을 만족하는 측도가 된다. 한편으로 측정 후에 측정전의 상태를 되살릴 확률 P 를 이용하여 상태교란의 측도를 정의할 수 있다. 상태교란 D 를 $D = 1 - P$ 로 정의하면 $0 \leq D \leq 1$ 인 측도가 된다.

우리의 측도를 그림 1-a)에 주어진 간단한 측정에 적용해보자. 그림 1-a)에서 측정하고자 하는 계(큐비트-1)의 상태는 $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ 로 주어지고 측정을 위해 $|0\rangle$ 으로 초기화된 여분의 계(큐비트-2)를 준비한다. 이제 큐비트-1을 콘트롤 비트, 큐비트-2를 타겟 비트로 하는 XOR연산을 가한 후에 큐비트-2에 유니타리 연산 $H = \begin{pmatrix} t & r \\ r & -t \end{pmatrix}$ 를 가하고 큐비트-2를 $|0\rangle, |1\rangle$ 을 기저로 측정한다. 측정결과가 $|0\rangle$ 이면 $|\psi\rangle$ 를 $|0\rangle$ 으로 추정하고, 측정결과가 $|1\rangle$ 이면 $|\psi\rangle$ 를 $|1\rangle$ 으로 추정한다. 이때 측정에 의한 정보이득을 계산하면 $G = 2t^2 - 1$ 이다. 한편 측정 후에 큐비트-1의 상태는 원래의 상태와 다르게 된다. 이렇게 교란된 상태로부터 양자 필터(quantum filter)를 사용하여 원래의 상태를 되살릴 수 있다. 되살릴 확률을 계산하여 상태교란을 구하면 $D = 2t^2 - 1$ 가 된다. 놀랍게도 서로 다르게 정의된 정보이득과 상태교란이 그림 1-a)의 측정에서 정확하게 일치하며 이 결과는 둘 사이의 균형을 보여주는 매우 극적인 결과이다.

선형광학계를 이용하여 그림1-b)에 제안된 실험을 수행하면 그림1-a)의 측정뿐 아니라 양자필터를 통한 상태의 되살림까지 실험적으로 구현할 수 있다. 그림1-b)에서 광자가 위쪽 경로를 지나는 경우와

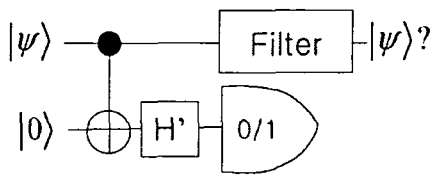


그림 1-a) 정보이득과 상태교란 사이의 균형을 보기 위한 간단한 측정과정

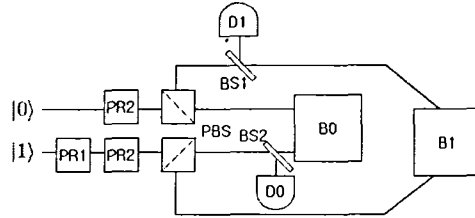


그림 1-b): 그림1-a)의 실험적 구현과 양자 필터를 이용한 양자 지우개 현상 관찰을 위한 광학 실험 제안.

아래쪽 경로를 지나는 경우가 각각 $|0\rangle, |1\rangle$ 에 대응하며 광자의 편광상태는 수평(Horizontal)편광으로 초기화한다. 이제 초기상태 $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ 인 광자가 입사하면, 광자의 공간 경로의 상태를 편광상태와 얽히게 하고 편광상태를 측정함으로써 경로에 대한 정보를 얻을 수 있다. 이 때 편광상태를 측정하는 것은 1-a)에서 큐비트-2를 측정하는 것에 대응된다. 얽힘을 위해 그림1-b)에서는 편광돌개(Polarization Rotator)-1을 이용하였고 H' 을 수행하기 위해 편광돌개(PR-2)를 이용한다. 마지막으로 편광선속분할기(PBS)를 이용하여 빛의 편광상태를 측정할 수 있다. 그림에서 검출기 D_0 나 상자 B_0 에서 광자가 검출되는 것은 광자가 수평편광으로 수축되었음을 뜻하며, 검출기 D_1 이나 상자 B_1 에서 광자가 검출되는 것은 광자가 수직(Vertical)편광으로 수축되었음을 뜻한다. 이로부터 광자의 경로에 대한 정보를 얻게 되며, 정보를 얻는 만큼 광자의 상태가 교란되게 된다. 교란의 정도는 통과한 광자의 상태가 원래의 상태와 같아질 수 있도록 투과율이 맞춰진 선속분할기 BS-1, BS-2에서 광자가 반사되어 검출기 D_0 나 D_1 에서 검출되는 확률에 관련된다. 실제로 D_0 나 D_1 에서의 광자검출은 양자필터의 실패, 즉 원래의 상태를 되살릴 수 없는 경우에 해당한다. 광자가 선속분할기를 통과하면 상자 B_0 나 B_1 에서 광자가 검출되는데, 이 경우에 원래의 상태를 되살릴 수 있다. 교란된 상태를 되살리는 과정은 일종의 양자 지우개(quantum eraser)⁴⁾ 현상이기도 하다. 상자 B_0 과 B_1 을 적절히 구성함으로써 원래의 입력상태가 되살아났는지를 판별할 수 있다.

- 1) C.H. Bennett, et al., Phys. Rev. Lett. 70, 1895 (1993); P.W. Shor, Phys. Rev. A, 52, R2493 (1995)
- 2) M.A. Nielsen and C.M. Caves, Phys. Rev. A, 55 2547 (1997)
- 3) C.A. Fuchs, and A. Peres, Phys. Rev. A, 53 2038 (1996); C.A. Fuchs, et al., Phys. Rev. A, 56 1163 (1997); K. Banaszek, Phys. Rev. Lett., 86, 1366 (2001)
- 4) Y.-H. Kim, et al., Phys. Rev. Lett., 84, 1 (1999); T. Tsegaye et al., Phys. Rev. A, 62 032106 (2000)

