

## 칼만 필터를 이용한 고층건물의 풍하중산정 기법에 관한 연구

### Wind Load Evaluation of Tall Building Using Kalman Filter

황재승\*                      김홍진\*\*                      최락선\*\*\*  
Hwang, Jae Seung        Kim, Hong Jin              Choi, Rak Sun

#### ABSTRACT

The aim of this study is to develop a procedure to estimate the wind loads from the accelerations of a tall building structure. The wind loads may be directly calculated using the inverse analysis or simply integrating the wind pressures of the overall structure. But, these methods are too expensive and impossible to implement in some cases. In this study, a simple method is proposed to estimate the wind loads using the Kalman filter. This method is very stable compared to the direct integration of the acceleration to get the velocity or displacement. The proposed method is verified thorough numerical analysis, and results show that the proposed method is robust and estimates the wind loads accurately.

#### 1. 서 론

##### 1.1 연구의 배경 및 목적

자연 상태의 바람이 구조물에 작용하면, 구조물에 가해지는 풍하중과 결부된 다양한 현상이 나타난다. 고층건물의 경우, 바람에 의한 영향은 풍방향과 풍직각방향에 따라 각기 다르다. 풍방향은 건물의 폭과 깊이가 높이고 상관없이 일정하다는 조건하에서 풍속스펙트럼으로부터 풍하중 스펙트럼(풍력스펙트럼)을 모형화하여 건물의 거동을 예측하고 있다. 그에 비하여 풍직각방향의 경우, 풍방향 보다 고층건물에 더 큰 영향을 미친다고 알려져 있지만 풍하중 모형을 산정하기 어려워, 구조물의 거동을 해석적으로 예측하는데 한계가 있다. 풍직각 방향의 풍하중은 바람의 특성, 구조물의 형상 및 동적특성과 연관되어 나타나기 때문에 정형화된 하중모형을 정립하기 어려워 대부분 풍동실험에 의존하고 있다. 그러나, 풍동실험을 수행하는 경우라 하더라도 풍하중은 실험 방법 및 조건에 따라 제한적으로 산정되며, 구조물의 형상 및 동적특성이 변경되면 그에 따라 풍하중도 달라지기 때문에 이를 일반화하여 적용하기 어렵다.

풍하중 모형을 만들기 위해서는 다양한 방법과 여러 가지 고려사항이 있겠지만, 모형의 신뢰성을 가장 중요한 요소로 본다면, 실측 자료를 기초로 풍하중 모형을 산정하는 것이 필요하다. 건물에 작용하는 풍하중을 실측하는 방법으로는 건물표면의 풍압을 측정하여 직접적으로 풍하중을 산정하는 방법과 건물 각층의 가속도를 계측하여 이로부터 간접적으로 풍하중을 산정하는 방법을

\* 전남대학교 건축학부 교수(jshwang@jnu.ac.kr)

\*\* 포항산업과학연구원 선임연구원

\*\*\* 전남대학교 건축학부 석사과정

고려할 수 있다. 전자의 경우는 풍동실험에서 풍압공으로부터 계측된 압력을 구조물 해석모델의 자유도에 작용하는 하중으로 변환하여 구조물의 응답을 예측하는 과정에서 이미 일반화되어 있는 방법이다. 단순 적분에 의하여 직접적으로 하중을 산정할 수 있다는 장점이 있으나 많은 데이터를 실시간으로 수집하고 처리해야 하며 계측 및 설치비용의 측면에서 비경제적이다. 후자의 경우는 풍하중을 역으로 산정하기 위하여 가속도뿐만 아니라, 변위, 속도가 필요하다. 그러나 이 모든 응답을 직접 계측하는 것은 현실적으로 불가능하며, 가속도를 적분하여 변위, 속도를 산정하는 것도한 수치적으로 많은 불안정요소를 가지고 있기 때문에 이로부터 구해진 풍하중도 많은 불확실성은 내포하고 있다.

따라서, 본 연구에서는 실 계측된 가속도 응답을 이용하여 풍하중을 산정방법을 제시함으로써 궁극적으로 풍하중 모형을 개발하는 데 기초적인 자료로 사용하고자 한다. 가속도는 힘의 평형상태로부터, 속도, 변위뿐만 아니라 외부 힘(풍하중)을 포함하고 있기 때문에, 이 가속도로부터 자연 상태의 풍하중을 곧바로 추출할 수만 있다면, 풍하중 모형을 산정하는데 매우 유용하게 사용될 것으로 판단되며, 이러한 기법을 제안하는 것이 본 연구의 목적이다.

## 1.2 연구의 내용 및 범위

본 연구에서는 고층 건물에 작용하는 풍하중을 산정하기 위하여 각층 가속도를 사용한다. 가속도는 비교적 저렴한 비용으로 계측이 가능하며, 오래 전부터 구조물의 응답을 계측하는 일반화된 방법으로 신뢰성이 높다. 또한 가속도는 힘의 평형상태로부터 정의되기 때문에 외부하중을 포함하고 있어 이 정보로부터 효과적으로 풍하중을 추출해 낼 수 있기 때문이다. 건물은 각 층당 3개의 자유도를 가진다고 가정하며, 3방향 모두 독립적이며 회전운동은 발생하지 않는다고 가정한다. 이러한 가정으로부터 풍하중은 층당 2개의 병진방향으로 분해되어 해당 자유도에 작용하며, 이 풍하중을 추출하는 것을 본 연구에서 다룬다.

가속도속에 포함되어 있는 풍하중을 산정하기 위하여 본 연구에서는 칼만 필터 (Kalman Filter)를 사용한다. 칼만필터는 불충분한 시스템 정보로부터 모든 시스템 정보를 유추하고 이를 제어기 설계에 사용하는 방법으로 LQG제어에서 사용되는 기법이다. 본 연구에서는 칼만필터가 가지고 있는 시스템 정보 유추기능에 초점을 두어 관측된 시스템 정보(건물의 가속도)로부터 외부하중(풍하중)을 산정하는 기법을 유도한 것으로 칼만 필터의 활용성을 확장시킨 것이다.

2장에서는 기존 칼만 필터의 특성과 유도과정을 간략히 고찰하고, 3장에서는 가속도로부터 풍하중을 산정하기 위하여 칼만필터의 파라미터를 최적화하는 과정을 유도한다. 이 유도과정을 통하여 가속도를 계측할 때 포함되어 있는 노이즈의 크기를 최소화함으로써 풍하중의 신뢰성을 높였다. 4장에서는 3장에서 유도된 풍하중 산정기법을 수치해석을 통하여 검증하였다. 수치해석에 사용된 풍하중은 백색잡음을 저주파영역 필터를 통과시켜 얻은 것으로 각 층 자유도에 작용하는 것으로 가정하였으며, 풍하중의 층당 상관관계는 무시하였다. 이와 같이 얻어진 풍하중을 수치해석을 통하여 가속도를 구하고, 이 가속도에 잡음을 첨가한 후, 역으로 풍하중을 산정하여 두 풍하중을 비교함으로써 본 연구에서 제안된 풍하중 산정기법을 검증하였다.

풍하중은 모두 각 층 자유도에 작용하는 것으로 가정한 것이므로 구조물의 형상에 따라 풍하중이 층 자유도에 미치는 영향은 고려하지 않았다. 구조물 외부 창호 등에 작용하는 풍압이 층 자유도에 작용하는 풍하중으로 전환하는 과정은 풍하중 모형을 만드는 데 매우 중요한 요소이지만 본 연구에서는 다루지 않았다.

## 2. 칼만 필터

## 2.1 칼만 필터의 개요

칼만 필터링은 불규칙 외란을 포함하는 동적 시스템(Dynamic System)에 적용되는 최적 상태 추정과정으로 이산 실시간격(Discrete Real Time Interval)마다 측정되는 잡음(Noise)이 실린 데이터로부터 동적시스템의 미지의 상태변수를 최적으로 추정하기 위한 선형, 불편(unbiased), 최소오차 분산(minimum error variance)의 반복적 알고리즘이다.

이것은 산업분야에서는 인공위성의 항법, 미사일의 궤적추정, 레이더 등에 많이 이용되어 왔고 최근의 고속의 고성능 마이크로 프로세서의 발달로 칼만 필터는 매우 복잡한 실시간 처리 시스템에서도 점점 더 이용가치가 높아지고 있다.

칼만필터는 시간영역의 연속성, 시스템의 선형, 비선형성에 따라 분류된다. 칼만 필터링 절차는 선형모델에서 상태변수들을 추정하기 위해 만들어진 것이므로 만일 모델이 비선형이라면 필터링식을 유도하는 과정에서 선형화(Linearization Procedure)가 이루어져야 하는데, 이 때는 이전의 추정된 상태변수로 부터 실시간 선형 테일러 근사화(real time linear Taylor approximation)을 하게 되고, 여기서 얻어지는 칼만필터를 확장 칼만필터(Extended Kalman Filter)라 한다. 이 방법은 비선형 모델을 아주 잘 다룰 수 있게 하고 매우 간단하며 효과적으로, 많은 실시간 응용에 잘 이용되고 있으며 칼만필터 응용분야는 크게 파라메타의 식별화'(Parameter Identification)과 상태변수의 추정(State Variable Estimation)으로 구분된다.

본 연구에서는 연속 시간영역 선형 칼만 필터에 근간하여 풍하중을 산정하고 있으며, 다음은 이에 대한 특징을 나타낸다.

## 2.2 선형 칼만 필터 (Linear Kalman Filter)

임의의 동적 시스템은 다음과 같은 상태-공간 선형 시스템으로 표현될 수 있다

$$\dot{z} = A z + B u + \Gamma v \quad (1)$$

$$y = C z + w$$

여기서,  $z$ 는  $n$  차원의 상태변수이며,  $u$ 는  $m$  차원의 제어입력,  $y$ 는  $p$  차원의 측정출력,  $v$ 는  $r$  차원의 외부하중,  $w$ 는  $p$  차원의 측정 노이즈이다. 또한,  $A, B, \Gamma, C$ 는 각각  $n \times n, n \times m, n \times r, p \times n$  차원의 시스템 행렬이다. ( $1 \leq m, p \leq n$ ) 한편, 외부하중  $v$ 와 출력에 포함되는 잡음  $w$ 는 백색잡음이라고 가정하며 각각 평균이 0이며, 서로 상관관계가 없다고 가정한다. 즉,

$$E[v] = 0; \text{cov}[v(t), v(\tau)] = V\delta(t - \tau) \quad (2a)$$

$$E[w] = 0; \text{cov}[w(t), w(\tau)] = W\delta(t - \tau) \quad (2b)$$

$$\text{cov}[v(t), w(\tau)] = 0 \quad (2c)$$

여기서,  $E[.]$ ,  $\text{cov}[.]$  는 각각 평균, 공분산 기호를 나타내며,  $V, W$  는 각각 외력, 노이즈의 공분산 행렬을 나타낸다. 식 (1)에서 출력  $y$ 는 시스템 일부의 응답을 나타낸다. 출력  $y$ 로부터 시스템의 모든 응답  $z$ 를 예측하기 위하여 다음과 같은 칼만 필터를 사용한다.

$$\hat{z} = A\hat{z} + Bu + K[y - C\hat{z}] \quad (3)$$

여기서,  $\hat{z}$  는 시스템의 예측변수(estimated variable)를 나타내는 것으로 출력  $y$ 로부터 예측된 것이다. 이 예측변수는 시스템의 상태변수  $z$  (실제응답)와 다음과 같은 관계가 있으며, 이 오차의 제곱을 최소화하기 위하여 필터이득  $K$ 를 구한다.

$$\tilde{z} = z - \hat{z} \quad (4)$$

여기서,  $\tilde{z}$  는 시스템의 실제 응답  $z$ 와 칼만 필터로부터 구한 측정변수  $\hat{z}$ 의 오차를 나타낸다. 칼만 필터는 이 오차를 최소화하는 과정에서 유도되며, 이때 필터이득  $K$ 는 다음과 같이 나타낸다.

$$K = \Sigma C^T W^{-1} \quad (5a)$$

$$A\Sigma + \Sigma A^T + \Gamma V \Gamma^T - \Sigma C^T W^{-1} C \Sigma = 0, \quad \Sigma = \text{cov}[\tilde{z}, \tilde{z}] \quad (5b)$$

### 3. 칼만 필터를 이용한 풍하중 산정기법

#### 3.1 풍하중을 고려한 칼만필터 설계

구조물 각층 자유도에 작용하는 풍하중은 외벽이나 창호에 작용하는 압력을 적분하여 건물 골조에 작용하는 하중으로 치환한 후 이를 다시 각 층 자유도로 전환함으로써 구할 수 있다. 그러므로 명확하게 풍하중을 실측하기 위해서는 건물 외부에 풍압 센서 등을 설치하고 이 결과로부터 풍하중을 직접적으로 산정하는 것이다. 그러나 이 방법은 많은 풍압계측이 소요되므로 그에 따른 데이터 처리, 계측 및 설치비용등을 고려할 때 비경제적인 방법이다.

또 다른 방법으로는 구조물의 응답을 이용하여 역으로 풍하중을 산정하는 것이다. 다음 구조물의 거동을 나타내는 운동방정식을 고려하자.

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + Kx = f \quad (6)$$

여기서,  $M$ ,  $C$ ,  $K$  는 각각 구조물의 질량, 감쇠 강성행렬이며,  $f$ 는 각층 자유도에 작용하는 풍하중이다. 이 방정식은 외부하중에 의하여 구조물의 응답을 구하는 것을 의미한다. 만약 구조물의 모든 응답을 알고 있는 경우라면 다음과 같이 위 운동방정식의 좌, 우변을 바꾸어 나타냄으로써 풍하중을 구할 수 있다.

$$f = M \ddot{x} + C \dot{x} + Kx \quad (7)$$

그러나 이 방법은 가속도뿐만 아니라, 속도, 변위를 구해야하기 때문에 현실적으로 불가능하며, 가속도로부터 단순적분에 의하여 속도, 변위를 구하는 것은 적분과정에 포함된 불확실성에 의하여 풍하중산정결과 또한 신뢰성이 떨어진다.

그러나, 실 계측된 구조물의 일부 응답을 칼만 필터를 이용하여 나머지 모든 구조물 응답을 구하고 이로부터 풍하중을 구하게 되면 단순적분과정에서 발생하는 불안전성을 제거하게 됨으로써 더욱 신뢰성 있는 풍하중을 산정할 수 있을 것이다. 칼만필터는 필터 이득에 따라 측정변수와 실제 상태변수와의 오차가 달라지며 이 오차를 최소화하는 최적화 과정을 통하여 필터 이득을 구하게 된다. 최적화된 필터 이득을 구하고 이로부터 풍하중을 산정하는 과정은 다음과 같다.

풍하중을 받는 구조물은 다음과 같이 상태방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Az + Bf \\ y &= Cz + Df \end{aligned} \quad (8a, b)$$

여기서, A, B, C, D는 각각  $2n \times 2n$ ,  $2n \times n$ ,  $p \times 2n$ ,  $p \times n$  차원의 시스템 행렬이다. 이때, n은 구조물의 자유도 차수이며, p는 가속도 센서의 개수를 나타내며, 풍하중 f는 각층에 작용한다고 가정하며 그 차수는 구조물의 차수와 같은 n이다. 본 연구에서는 센서의 개수를 구조물의 차수와 같은 n으로 가정한다. 출력 y는 가속도를 의미하며, 이 가속도는 구조물의 속도, 변위뿐만 아니라 외부 풍하중 f와 연관되어 있음을 알 수 있다.

외부입력 u가 없이 출력 y를 입력으로 사용하여 측정변수  $\hat{z}$  을 구하는 칼만 필터는 다음과 같다.

$$\dot{\hat{z}} = (A - KC)\hat{z} + Ky \quad (9)$$

필터이득 K는 실제 응답 z와 가속도로부터 예측된 응답  $\hat{z}$  의 차이 e를 최소화하여 구하므로 식 (8a)로부터 식(9)를 빼면 오차 e에 관한 미분 방정식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{e} = (A - KC)e + (B - KD)f \quad (10)$$

필터이득 K는 다음과 같이 오차 e의 이차식으로 정의된 목적함수를 최소화하여 구할 수 있다.

$$J = \min E[e^T e] \quad (11)$$

목적함수 J를 최소화하는 필터이득 K는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K = (BQD^T + PC^T)(DQD^T)^{-1} \quad (12a)$$

$$AP + PA^T - (CP + DQB^T)^T(DQD^T)^{-1}(CP + DQB^T) + B^TQB = 0 \quad (12b)$$

### 3.2 칼만필터에 의한 풍하중 산정기법

측정변수는 식 (9)와 같이 칼만 필터로부터 결정된다. 이 측정변수와 실 구조물의 응답(상태변수)사이의 오차는 식 (10)과 같이 주어지며 이 오차가 작으면 작을수록 측정변수는 상태변수로 점차 수렴하게 된다. 상태변수로 수렴된 측정변수를 이용하면 식 (8a)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{\hat{z}} = A \hat{z} + Bf \quad (13)$$

식 (13)에서 상태변수는 칼만필터로부터 계산된 것이므로 풍하중  $f$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f = B^+ (\dot{\hat{z}} - A \hat{z}) \quad (14a)$$

$$f = B^+ K (y - C \hat{z}) \quad (14b)$$

여기서,  $B^+$ 는  $B$ 의 일반화 역행렬(*generalized inverse*)이다. 식 (9)를 이용하여 계측된 가속도로부터 측정변수를 구하고, 이 측정변수와 계측된 가속도를 이용하여 식 (14)로부터 풍하중을 계산할 수 있다.

#### 4. 풍하중 산정 예제

본 장에서는 3장에서 기술한 풍하중산정방법을 예제구조물을 통하여 수치적으로 검증하였다. 수치해석에 사용된 구조물 각층에 풍하중을 작용하여 각층의 변위, 속도, 가속도를 구한다. 이중 가속도만을 선별한 후 칼만필터를 이용하여 측정변수를 구하고 식 (14)나 식(15)로부터 풍하중을 산정한다. 이렇게 구해진 풍하중을 처음 수치해석을 할 때 작용한 풍하중과 비교하여 본 연구에서 제안한 풍하중 산정방법을 검증하였다.

구조물은 5층의 전단건물이며 동적특성이 표 1에 나타나 있다. 각층에 작용하는 풍하중은 저주파필터를 통과한 백색잡음을 사용하였으며, 해석의 단순성을 위하여 층높이에 비례하여 풍하중이 증가하며, 풍하중 사이의 상관관계는 없는 것으로 가정하였다. 그림 1은 저주파 필터와 이를 통과시켜 얻은 5층에 작용하는 풍하중 진동수 성분을 나타내는 것이며, 그림 2는 해석결과와 칼만필터를 통하여 구한 5층의 속도를 비교한 것으로 매우 유사한 것을 알 수 있다. 그림 3은 5층에 작용한 풍하중과 칼만필터를 이용하여 유추한 풍하중을 비교한 것으로 매우 정확하게 풍하중을 추출하고 있음을 알 수 있다.

표 1. 5층 예제 구조물과 풍하중의 특성

구조물특성		사양				
각층 질량		416.84 ton				
각층 감쇠		227,270 N sec/m				
각층 강성		1.0 E8 N/m				
모드 특성	모드	1차	2차	3차	4차	5차
	질량	1,170ton	1,385ton	2,007ton	3,922ton	14,442ton
	감쇠비	0.5 %	1.46%	2.31 %	2.96 %	3.38 %
	진동수	0.701Hz	2.048 Hz	3.228 Hz	4.147 Hz	4.731 Hz
해석조건		시간 간격 : 0.01 sec, 해석시간 : 600 sec				
외관	형상	저주파대역 통과 백색잡음 (그림 1 참조)				
	저주파 진동수대역	20Hz이하				
	필터의 전달함수	$\frac{0.0036s^2 + 0.0072s + 0.0036}{1.0000s^2 - 1.8227s + 0.8372}$				

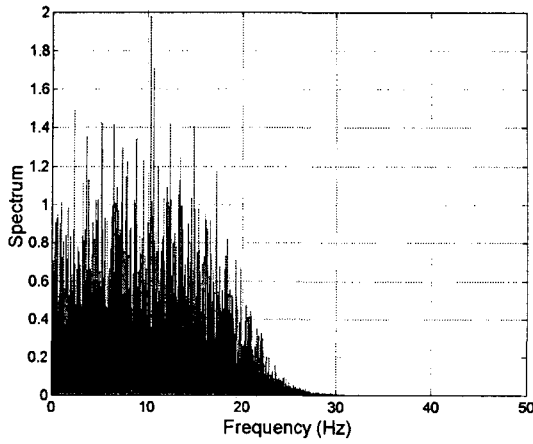


그림 1. 수치해석에 풍하중 진동수 성분

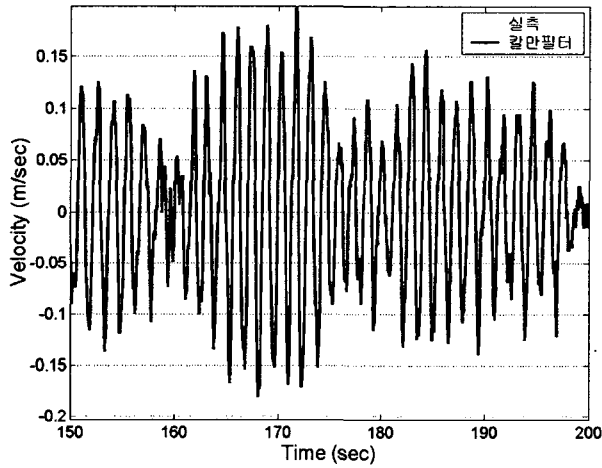


그림 2. 5층 속도와 칼만필터에 의한 속도비교

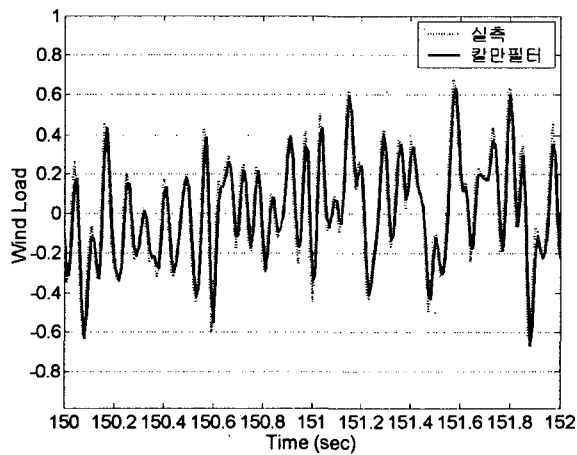


그림 3. 5층 풍하중과 칼만필터로부터 구한 풍하중 비교

## 5. 결 론

본 논문에서는 칼만필터를 이용하여 구조물에 작용하는 풍하중을 역추정하는 기법을 제안하였다. 제안된 방법은 건물의 가속도를 단순 적분하여 구한 변위, 속도로부터 풍하중을 역산정하는 기법이 가지는 불확실성을 칼만필터로 대체함으로써 안정적으로 풍하중을 역추정하는 기법이다.

본 연구에서 제안된 풍하중 산정방법의 검증을 위하여 5층의 전단건물에 대한 수치해석을 수행하였다. 수치해석결과 칼만필터를 이용하여 구한 속도와 변위는 실 계측 값과 매우 유사하며, 이 결과를 이용한 풍하중 산정값도 실측 값과 매우 유사하게 추출되는 것을 알 수 있었다.

이러한 풍하중 산정기법은 추후 풍동실험이나 실 구조물에 대한 계측 실험을 통하여 보완, 신뢰성을 재평가하고, 최종적으로 풍하중 모형을 개발을 위한 후속연구가 필요할 것으로 사료된다.

## 감사의 글

이 연구는 “건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁시행 한 2003년도 건설핵심기술연구개발사업(03산학연C103A1040001-03A0204-00110)에 의한 것임”을 밝힙니다.

## 참고문헌

- (1) Roy R. Craig, Jr (1981). Structural Dynamics, John Wiley & Sons, Inc. Publishers.
- (2) Ray W. Clough, Joseph Penzien (1975). Dynamics of Structure, McGraw-Hill.
- (3) Mario Paz, William Leigh (2004). Structural Dynamics : Theory and Computation. 5th Edition, Kluwer Academic Publishers.
- (4) Jer-Nan Juang(1994). Applied System Identification. Prentice Hall PTR, Englewood Cliffs.
- (5) Lennart Ljung (1987). System Identification : Theory for the User. Prentice Hall, Inc.
- (6) Julius S. Bendat(1990). Nonlinear System analysis and Identification from Random Data. John Wiley & Sons.
- (7) Lennart Ljung(2001). System Identification Toolbox for Use with MATLAB. The Math Works.
- (8) Emil Simiu, Robert H. Scanlan(1978). Wind Effects on Structures : An Introduction to Wind Engineering. John Wiley & Sons.
- (9) 대한 건축학회(2001), 풍하중 해설 및 설계, 대한 건축학회.
- (10) James Ambrose, Dimitry Vergun(1987), Desing for Lateral Forces, John Wiley & Sons.
- (11) Katsuhisa Furuta, Akira Sano, Derek Atherton(1988), State Variable Methods in Automatic Control, John Wiley & Sons.