

3차원 지반-구조물 상호작용해석을 위한 동적 무한요소

Dynamic Infinite Elements for 3D Soil-Structure Interaction Analysis

서 춘 교* 윤 정 방**
Seo, Choon-Kyo Yun, Chung-Bang

ABSTRACT

In this paper, three dimensional dynamic infinite elements are developed for the soil-structure interaction analysis in multi-layered halfspace. For the efficient discretization of 3-D for field regions, five types of dynamic infinite elements are developed. They are the horizontal, vertical, horizontal corner, vertical corner and horizontal/ vertical corner infinite elements. The shape functions of the infinite elements are based on approximate expressions of analytical solutions of propagating waves in the infinite region. Numerical example analyses are presented for compliances of rigid circular and square plates to demonstrate the effectiveness of the proposed infinite elements.

1. 서 론

지반-구조물 상호작용(Soil-Structure Interaction; SSI) 해석의 핵심 주제중 하나는 무한 영역에 대한 모형화의 문제가 될 것이다. 이 영역의 모형화에 대한 연구와 더불어 효과적 에너지 방사현상을 표현하는 인위경계와 특수요소에 대한 여러 가지 방법들이 70년대 이후로 최근까지 연구되고 있다. 대표적 방법으로 점성경계(Viscous Damper), 전달경계(Transmitting Boundary), 경계해법(Boundary Solution Method), 경계요소법(Boundary Element Method) 그리고 무한요소법(Infinite Element Method) 등이 있다⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾.

본 연구에서는 지반-구조물 상호작용을 고려하고 무한영역문제에 대한 효과적인 해석을 위하여 무한요소법을 적용하였다. 이 무한요소법은 Bettess와 Ungless에 의해 개념이 정립되었고, 그 후에 많은 학자들에 의해 발전되어 왔다⁽⁶⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾. 무한요소는 유한요소로 모형화하는 내부영역 밖의 영역을 효과적으로 모형화하기 위하여 고안된 요소이다. 이 무한요소의 대표적 특징으로 정식화 과정과 요소행렬의 유도과정이 유한요소의 그것과 유사하다는 점과 무한영역의 거동을 나타낼 수 있는 형상함수의 가정이 요구되는 어려움 또한 안고 있다. 동적무한요소의 형상함수는 보통 응력파의 진동특성과 무한원 방향으로 진행함에 따라 진폭이 감소하는 성질을 나타낼 수 있는 파동함수(Wave Function)를 사용하며, 효율적 수치해석을 위해 일반적으로 이 파동함수는 Hankel 정확해로부터 지수함수로 근사하여 사용할 수 있다.

한편 무한요소에 의한 모형화 기법 또한 여러 연구자들에 의해 발전되어 왔다. 최근의 경향은 컴퓨팅 기술의 발전으로 인해 2차원 기법보다 3차원 기법에 대한 요소개발과 적용에 대해서 연구가 진행되고 있다. 3차원

* 한국과학기술원 건설 및 환경공학과 박사과정

** 정회원 한국과학기술원 건설 및 환경공학과 교수

동적무한요소는 대표적으로 Chow, Smith & Medina, Taylor 등에 의해 사상 무한요소기법을 적용하여 실질적 공학 문제에 응용 가능한 3차원 동적 무한요소를 개발하였다⁽⁵⁾. 이 후 Zhao에 의해 한 단계 진보하였는데, 여러 개의 파동성분을 동시에 고려할 수 있는 3차원 사상무한요소가 개발되었다⁽⁶⁾. 그러나 이들은 지반을 하나의 등방탄성체로 가정하였기 때문에 적층 지반의 다중파동은 모사하지 못하는 단점을 여전히 가지고 있었다. 반면 국내의 경우, 3차원 무한요소의 개발과 적용사례를 살펴보면, 연약지반위의 건설되는 원전이나 LNG 탱크의 지반-구조물 상호작용효과를 고려한 지진해석기법의 연구를 통해서 국내 상황을 알 수 있다. 이 지진 응답해석은 3차원 축대칭 무한요소로 모형화하여 수행되었는데, 이 방법의 장점으로 비균질 적층지반의 다중파동함수를 고려하였고 유체의 거동까지 모사할 수 있었다⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾. 그러나 이 요소는 해석대상이 축대칭 기하형상에 국한되어 있는 단점은 여전히 남아 있다.

이에 따라 실제 토목구조물의 교량기초나 좀더 복잡한 구조물의 기초부에 대해서 3차원 모형화 및 해석기법의 필요성이 요구되고 있다. 본 연구에서는 그림1과 같이 구조물과 구조물 주변의 근역지반과 외부의 원역지반으로 구분한 후, 구조물과 근역지반은 3차원 유한요소를 이용하여 모형화하고, 원역지반은 본 연구에서 개발한 3차원 무한요소를 이용하여 무한지반의 거동을 모사하였다. 그리고 이 요소의 장점으로 여러 개의 파동 동시에 발생하는 문제들을 효과적으로 해석할 수 있고 교량기초와 같이 축대칭요소로 모형화하기 곤란한 기하형상과 적층지반에서의 3차원 지반-구조물 상호작용 해석에 있어 그 적용성을 소개하고자 한다. 이 무한요소의 타당성은 반무한 균질지반과 반무한 적층지반위에 놓여 있는 원형 또는 정사각형 강판의 컴플라이언스(Compliance)함수를 구하여 기존 연구자들의 값들과 비교함으로써 검증하였다.

2. 3차원 동적 무한요소의 정식화

그림 1은 본 연구에서 제시하는 3차원 지반-구조계의 내부 및 외부영역에 대한 개념도이다. 그림에서 보듯, 임의의 형상을 가진 구조물과 다중의 수평적층 및 하부 반무한체로 이루어져 있다. 굵은 선은 근역과 원역의 경계면을 의미하며, 근역지반은 3차원 유한요소로 인해 모형화하고 원역지반은 본 연구에서 개발한 3차원 무한요소에 의해 모형화 된다. 그림2는 본 연구에서 제안하는 지반-구조계의 전체 좌표계를 나타내는 단면도이며, 또한 3차원 무한영역을 다섯 종류의 영역으로 표현한 그림이다. 즉, 수평적층지반에 대해서는 수평무한요소(HIE), 수평모서리 요소(HCIE), 하부의 반무한지반에 대해서는 수직무한요소(VIE), 수직모서리요소(VCIE), 수평수직무한요소(HVCIE)를 사용하여 모형화 하였다(그림3). 무한요소의 변위장은 다음과 같이 일반좌표계에서 나타낼 수 있다.

$$\{u(x, y, z; \omega)\} = \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N N_{lmn}(x, y, z; \omega) \{p_{lmn}(\omega)\} \quad (1)$$

여기서 L, M, N 은 각 요소에 따라 절점의 수와 파수를 나타내며 형상함수의 개수를 결정짓는 상수이며, $p_{lmn}(w)$ 는 형상함수 N_{lmn} 에 대응하는 일반좌표계를 나타낸다. 본 연구에서 형상함수의 종류는 크게 세 부류로 구분하며 총 다섯 가지의 무한요소를 고안하였다. 즉, 8절점 무한요소(HIE, VIE), 3절점 무한요소(HCIE, VCIE), 1절점 무한요소(HVCIE)로 나누며, 각각의 무한요소의 변위장은 식(1)로 구분지어 다음과 같이 구분지어 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
\{u(x, y, z)\} &= \sum_{j=1}^8 \sum_{m=1}^{N_H} N_{jm}(x, y, z; \omega) \{p_{jm}(\omega)\} : HIE \\
\{u(x, y, z)\} &= \sum_{j=1}^8 \sum_{m=1}^{N_V} N_{jm}(x, y, z; \omega) \{p_{jm}(\omega)\} : VIE \\
\{u(x, y, z)\} &= \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{N_H} \sum_{n=1}^{N_I} N_{jmn}(x, y, z; \omega) \{p_{jmn}(\omega)\} : HCIE \\
\{u(x, y, z)\} &= \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{N_H} \sum_{n=1}^{N_V} N_{jmn}(x, y, z; \omega) \{p_{jmn}(\omega)\} : VCIE \\
\{u(x, y, z)\} &= \sum_{l=1}^{N_H} \sum_{m=1}^{N_H} \sum_{n=1}^{N_V} N_{lmn}(x, y, z; \omega) \{p_{lmn}(\omega)\} : HVCIE
\end{aligned} \tag{2}$$

여기서

$$\begin{aligned}
N_{jm}(x, y, z; \omega) &= \begin{cases} L_j(\eta, \zeta) f_m(\xi, \omega) & : HIE \\ L_j(\xi, \eta) h_m(\zeta, \omega) & : VIE \end{cases} \\
N_{jmn}(x, y, z; \omega) &= \begin{cases} L_j(\zeta) f_m(\xi, \omega) g_n(\eta, \omega) & : HCIE \\ L_j(\xi) f_m(\eta, \omega) h_n(\zeta, \omega) & : VCIE \end{cases} \\
N_{lmn}(x, y, z; \omega) &= f_l(\xi, \omega) g_m(\eta, \omega) h_n(\zeta, \omega) : HVCIE
\end{aligned} \tag{3}$$

식(3)에서 보듯, 무한요소의 형상함수는 Lagrange 사상함수와 파동함수의 곱으로 형성되어 있는 것을 알 수 있다. 여기서 N_H 와 N_V 는 각각 수평방향과 수직방향의 파동의 개수이다. 또한 파동함수 $f_l(\xi, \omega)$, $g_l(\eta, \omega)$ 와 $h_l(\zeta, \omega)$ 는 아래와 같이 정의되는 함수이다.

$$\begin{aligned}
f_l(\xi, \omega) &\in \left\{ e^{-(\beta + ik_r R_j) \xi}, e^{-(\beta + ik_p R_j) \xi}, \left\{ e^{-(\alpha + ik_s r_j) \xi} \right\}_{s=1}^{N_s} \right\} \\
g_m(\eta, \omega) &\in \left\{ e^{-(\beta + ik_r R_j) \eta}, e^{-(\beta + ik_p R_j) \eta}, \left\{ e^{-(\alpha + ik_s r_j) \eta} \right\}_{s=1}^{N_s} \right\} \\
h_n(\zeta, \omega) &\in \left\{ e^{-(\beta + ik_r) \zeta}, e^{-(\beta + ik_p) \zeta}, \left\{ e^{-\nu_{\omega} \zeta}, e^{-\nu_{\rho} \zeta} \right\}_{s=1}^{N_s} \right\}
\end{aligned} \tag{4}$$

여기서, N_s 는 표면파의 개수이며, $\nu_{\rho m} = \sqrt{k_m^2 - k_\rho^2}$; $\nu_{\omega m} = \sqrt{k_m^2 - k_\omega^2}$; $k_s = \omega/c_s$; $k_p = \omega/c_p$; $c_s = (G/\rho)^{1/2}$; $c_p = ((\lambda + 2G)/\rho)^{1/2}$; $R = \sqrt{x_j^2 + y_j^2 + z_j^2}$; $r = \sqrt{x_j^2 + y_j^2}$ 이다. 이들 파동함수는 Hankel 함수로 알려진 특수함수를 지수함수로 가정하였다⁽⁶⁾. 한편, 식(6)은 일반 좌표계에서 나타내는 변위장이므로 물리계로 변환된 동적강성행렬을 조합해야 한다. 따라서 변위형상함수를 절점변위, 변에서의 변위, 면에서의 변위 내부 변위 등 조합이 가능한 변수로 다시 나타내어야 한다. 이 방법은 Yang과 Yun(1992)의 연구에 의하여 체계화되었다. 본 연구에서도 같은 방법을 이용하였고, 변수변환행렬을 도입하여 형상함수를 재구성하였다. 본 연구에서 무한요소의 형상함수는 절점변위(Nodal Mode Displacement), 모서리변위(Edge Mode displacement), 면변위(Face Mode Displacement), 내부변위(Internal or Bubble Mode Displacement) 네 개의 모드로 구분하였다. 따라서 무한요소의 변위장은 이 모드들의 합으로 다시 나타낼 수 있다.

$$\{u(x; \omega)\} = \{u^{(d)}(x; \omega)\} + \{u^{(e)}(x; \omega)\} + \{u^{(f)}(x; \omega)\} + \{u^{(i)}(x; \omega)\} \tag{5}$$

$$\{u(x; \omega)\} = [N_q(x; \omega)] \{q(\omega)\} \tag{6}$$

여기서, $\{u^{(d)}(x)\}$, $\{u^{(e)}(x)\}$, $\{u^{(f)}(x)\}$ 와 $\{u^{(i)}(x)\}$ 는 각각 절점변위, 모서리변위, 면변위, 내부변위를 나타내는 물리적

변위장이다. 그리고 식(6에서) $N_s(x, \omega) = [N_s, N_r, N_f, N_i]^T$ 이고, $q = (d^T, e^T, f^T, i^T)^T$ 이다. 각 요소마다 절점 변위장의 형상 함수와 일반좌표계의 관계를 정의하는 변환행렬(Transform matrix)의 유도하여, 다음과 같이 무한요소의 강성 및 질량행렬을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{nn}^{(e)} &= \int_{\Omega} \mathbf{B}_n^T \mathbf{D} \mathbf{B}_n d\Omega \\ \mathbf{M}_{nn}^{(e)} &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_n^T \mathbf{N}_n d\Omega \end{aligned} \quad (7)$$

이 행렬의 계산 시 무한방향의 적분은 Gauss Laguerre 구적법을 사용하였으며, 최종적으로 무한요소의 동적강성행렬 $\mathbf{S}_{nn}^{(e)}(\omega)$ 은 다음과 같이 구해진다.

$$\mathbf{S}_{nn}^{(e)}(\omega) = (1 + i2\xi^{(e)})\mathbf{K}_{nn}^{(e)}(\omega) - \omega^2 \mathbf{M}_{nn}^{(e)}(\omega) \quad (8)$$

여기서 ξ 는 재료이력 감쇠비이다. 식(8)와 같이 동적강성행렬을 구한 후 주파수영역 운동방정식을 통하여 강제진동해석을 할 수 있다.

3. 수치예제

앞에서 개발한 무한요소의 타당성을 검토하기 위하여, 본 연구에서는 여러 가지 경우에 대해서 검증과정과 예제해석을 수행하였다. 먼저 동일한 기반조건에 대하여 원형강판에 대한 원역지반의 축대칭모형과 3차원 수직좌표계 모형에 대하여 각각 해석을 수행하였다. 그림5~그림6에서 알 수 있듯이 동일한 원형강판의 Compliance함수의 결과에 대한 두 해석의 결과는 비슷한 경향을 얻을 수 있었다. 이는 본 연구에서 제안한 3차원 무한요소의 파동전파성능이 축대칭 무한요소와 비교했을 때 양호한 것으로 판단된다.

그리고 균질-등방성인 반무한 탄성지반과 하나의 적층지반과 하부의 반무한 매질로 구성된 지반위의 정사각형 강판의 강제진동해석을 수행하였다. 이를 Wong & Luco, Chow, Zhao 등 기연구자들의 수치해석 결과와 비교하였다⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾⁽¹²⁾. 예제에서는 기초변장의 2배 또는 3배의 내의 거리를 내부영역으로 하여 3차원 8절점 또는 20절점 유한요소로 모형화 하였고, 외부영역은 본 연구에서 제안한 무한요소를 사용하여 모형화하였다. 그림 4는 예제해석의 실제 모델을 나타낸다. 컴플라이언스는 지반 임피던스 함수의 역수이며, 이를 각 방향별 컴플라이언스로 나누어, 무차원화 한 값은 아래와 같으며 본 연구에서는 세 가지 경우의 컴플라이언스 함수에 대해서 고려하였다.

$$C_{HH}(a_0) = \frac{GB\Delta_1}{P_0}, \quad C_{VV}(a_0) = \frac{GB\Delta_3}{P_0}, \quad C_{MM}(a_0) = \frac{GB^3\theta_x}{M_x}, \quad a_0 = \omega B / c_s \quad (9)$$

여기서 B 는 정사각형 강체기초의 변장을 나타내고, $G_1 (= c^2(0)\rho_1)$ 은 적층의 경우 최상층 지층의 전단계수이다. 먼저 균일 반무한 지반에 대한 원형 및 정방형강판의 Compliance 함수는 그림7에 나타내었고, 적층 지반에 대한 컴플라이언스 함수에 대한 비교결과는 그림8~그림9에 나타내었다. 적층지반의 경우 두개의 지층으로 나누어 해석하였고 강판의 변장과 하부 반무한층까지의 거리의 비를 두개의 경우($h/B=1.0$, $h/B=2.0$)로 나누어 수행하였다. 두 지반의 물성차이는 전단파 속도비가 $c_{s1}/c_{s2} = 0.8$ 이고 지반의 밀도비는 $\rho_1/\rho_2 = 0.85$ 이며, Poisson 비는 0.33으로 동일시 했다. 이상의 결과에서 보듯, 본 연구의 3차원 무한요소를 이용한 기초강판의 무

차원 컴플라이언스 또는 임피던스 결과는 기연구자들의 수치해의 결과와 비교하여 근접한 값을 가지는 것을 알 수 있었다. 한편 본 예제해석의 수행에 있어 복잡한 3차원 Mesh와 큰 자유도수로 인해 일반 PC에서 장시간 구동시간 소요의 문제를 가지고 있었다. 이에 따라 본 연구에서는 슈퍼컴퓨터를 이용한 병렬 처리기법 (Open MPI)을 사용하였으며 해석시간을 크게 줄일 수 있었다⁽¹³⁾.

4. 결 론

본 연구에서는 3차원 지반-구조물 상호작용해석을 위하여 3차원 동적무한요소의 개발과 적용성에 대하여 고찰하였다. 적층지반에서 발생하는 여러 탄성과 성분들을 동시에 전파할 수 있는 형상함수와 기존의 축대칭 기법의 지반모형화의 한계를 개선하고, 3차원 반무한 원역지반의 효과적 모델링을 위해 다섯 개의 무한요소를 개발하였다. 또한 여러 수치해석 예제를 통하여 비교 검토를 하였는데, 반무한지반과 적층지반 원형과 정방형 강체기초의 컴플라이언스를 계산하여 기존 연구자들의 정확해 또는 수치해와 비교하여 개발한 무한요소의 정확성을 검토하였다. 예제해석을 통하여 본 연구의 3차원 동적무한요소의 성능을 확인할 수 있었으며, 향후 지반-구조계의 복잡한 파동문제를 해결하는데 효과적으로 이용됨을 알 수 있었다. 따라서 향후 본 연구에서 개발된 동적무한요소는 3차원 지반-구조물 상호작용을 고려한 지진해석에 적용될 것이라 보며, 특히 교량의 기초나 불규칙한 기하형상의 기초를 가진 대형구조물에 대한 지진응답해석을 수행하는데 유용하게 이용될 것이라 본다.

참고 문헌

1. H.L Wong, J.E. Lucio, "Dynamic response of rigid foundations of arbitrary shape", *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 4, 579-587(1976)
2. J. Lysmer and R.L. Kuhlemeyer, "Finite dynamic model for infinite media", *J. Eng. Mech. Div. ASCE*, 103, (1977)
3. H. Werkle, "Dynamic finite element analysis of three dimensional soil models with a transmitting element", *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 14, 41-60(1986)
4. C.H. Chen and J. Penzien, "Dynamic modeling of axisymmetric foundations", *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 14, 5.
- Chow, Y.K. and Smith, I.M (1981). "Static and Periodic Infinite Solid Elements". *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 17 503-526
6. Zhao, C. and Valliappan, S.(1993). "A Dynamic Infinite Element for Three-Dimensional Infinite Domain Wave Problem". *Int. J. Numerical Methods Eng.*, 36, 2567-2580.
7. Yang S.C. and Yun C.B. (1992) "Axisymmetric Infinite Elements for Soil-Structure Interaction Analysis", *Eng. Struct.*, 14(6), 361-370
8. Yun, C.B., Kim, J.M., and Hyun, C.H. (1995) "Axisymmetric infinite element for multi-layered half-space", *Int. J. Numer. Methods Eng.* 38. 3723-374
9. J-S Choi, C-B Yun and J-M Kim, ""Earthquake Response Analysis of the Hualien Soil-Structure Interaction System on Based Updated Soil Properties Using Forced Vibration Test Data"", *Earthquake*

Engineering and Structural Dynamics, Vol. 30, No. 1, P. 1 - 26, 2001, 1

10. D-K, Kim and C-B Yun "Soil-Structure Interaction Analysis based on Analytical Frequency Dependent Infinite Element in Time Domain" *Structural Engineering and Mechanics*, Vol 15, No 6(2003), 717-733

11. Luco. J.E. (1985) "Tables of impedance functions for square foundations on layered media", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 4, No2, 64-81

12. Chow, Y.K., "Vertical vibration of three-dimensional rigid foundation on layered media", *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 15, pp.585-594, 1987

13. 한국과학기술정보원(2004), "병렬형 슈퍼컴퓨터 사용법"

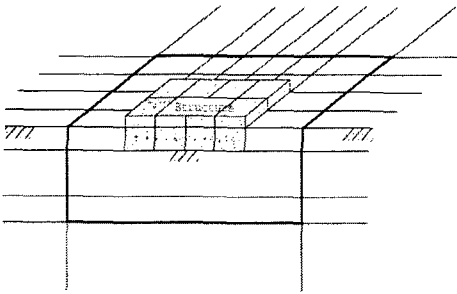


그림 1. 3차원 지반-구조물 상호작용해석의 모형화

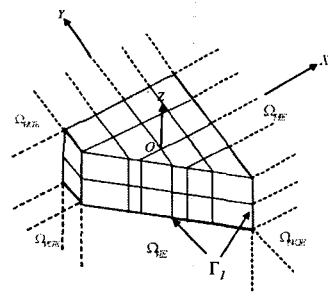
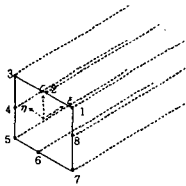
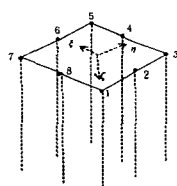


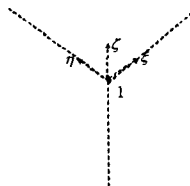
그림 2. 3차원 무한요소의 영역구분



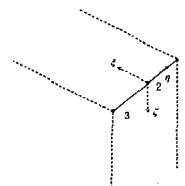
(a) HIE



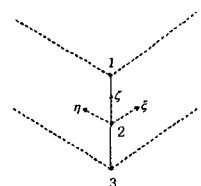
(b) VIE



(c) HCIE

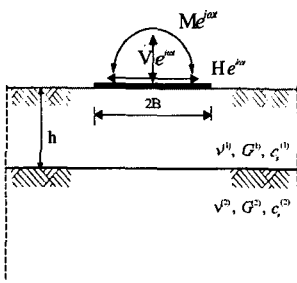


(d) VCIE

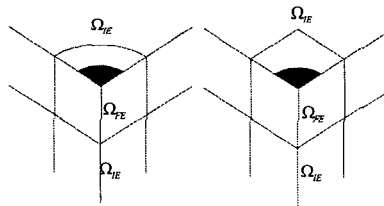


(e) HVCIE

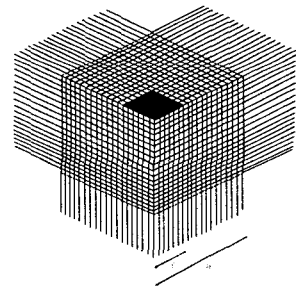
그림 3. 각 무한요소들의 국부좌표계



(a) 하중조건 및 지반 정의

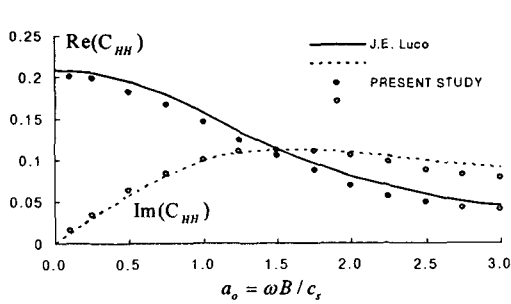


(b) 원형강판에 대한 축대칭 & 3차원 모델

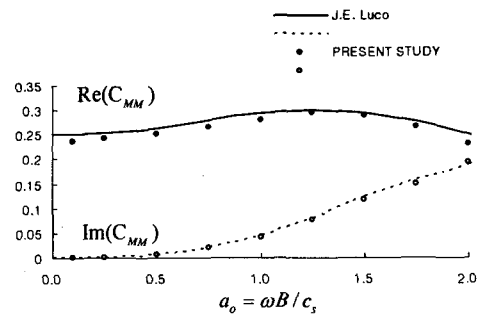


(c) 실제 예제의 1/4 모델

그림 4. 수치해석예제

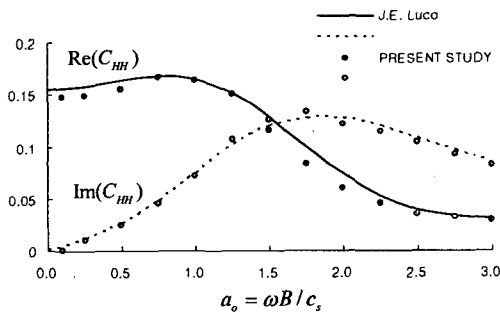


(a) 수평 Compliance 함수

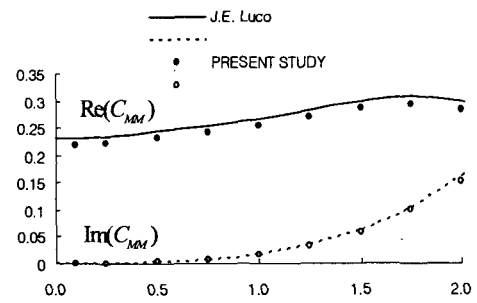


(b) Rocking Compliance 함수

그림 5. 균질 지반상 원형 강판의 Compliance 함수

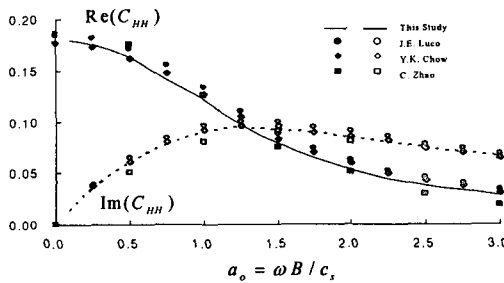


(a) 수평 Compliance 함수

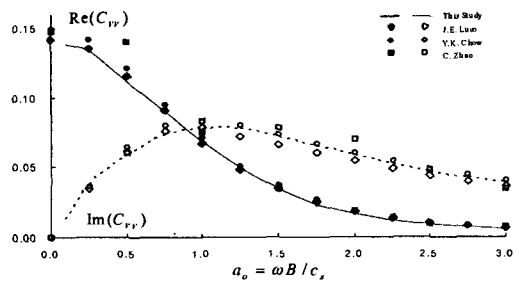


(b) Rocking Compliance 함수

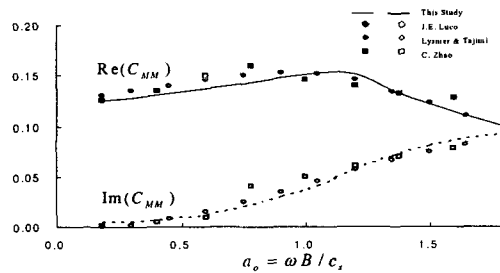
그림 6. 적층 지반상 원형 강판의 Compliance 함수



(a) 수평 Compliance 함수

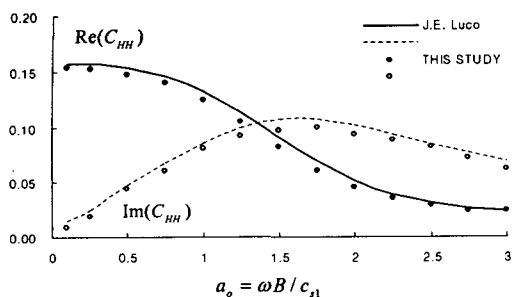


(b) 수직 Compliance 함수

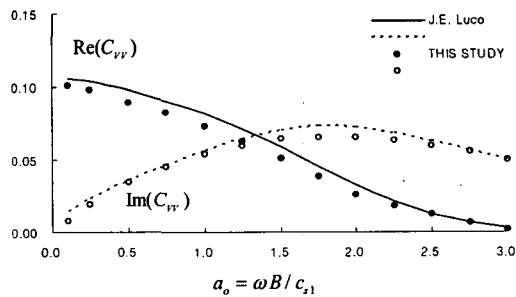


(c) Rocking Compliance 함수

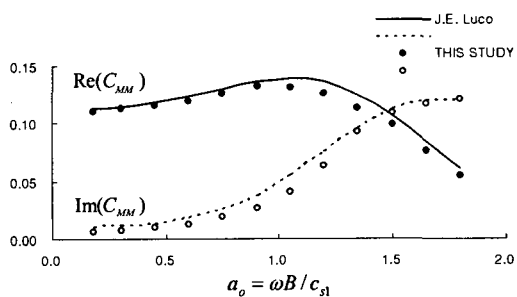
그림 7. 균질지반상 정방형 강판의 Compliance 함수



(a) 수평 Compliance 함수

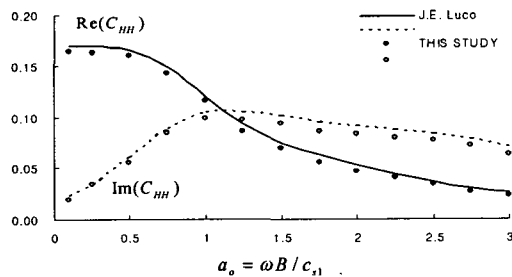


(b) 수직 Compliance 함수

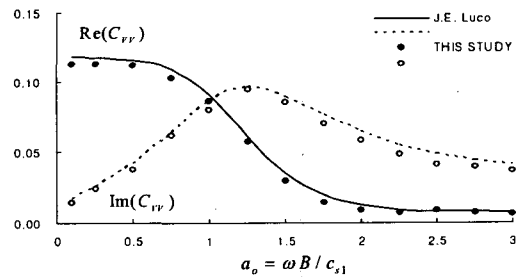


(c) Rocking Compliance 함수

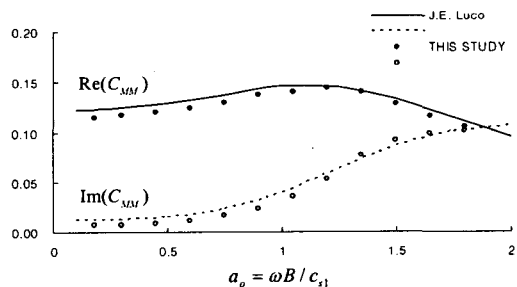
그림 8. 적층지반상의 정방형강판의 Compliance 함수($h/B=1.0$)



(a) 수평 Compliance 함수



(b) 수직 Compliance 함수



(c) Rocking Compliance 함수

그림 9. 적층지반상의 정방형강판의 Compliance 함수($h/B=2.0$)